

В. М. Собин, Л. В. Новосельская, А. И. Ершов

## ВОСХОДЯЩЕЕ ТЕЧЕНИЕ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ГАЗА В КОРОТКИХ ТРУБАХ

Течение жидкости в тонких слоях широко используется в разнообразных аппаратах и устройствах. Малая толщина пленок и их большая поверхность обеспечивают ускоренный тепло- и массоперенос на границе раздела. С целью дальнейшей интенсификации процессов взаимодействия газожидкостных систем в последнее время созданы прямоточно-центробежные контактные устройства, в которых имеет место пленочное течение жидкости под действием закрученного потока газа.

Элементарная модель такого течения сходна с кольцевым режимом осевого двухфазного потока. Однако, как показано в работе [1], профили скоростей и касательных напряжений у них существенно отличаются. В общем случае касательные напряжения в закрученном потоке выше, а пленка тоньше по сравнению с осевым при одних и тех же расходах.

Задачу о движении двухфазного закрученного потока можно расчлени на две самостоятельные задачи: течение пленки жидкости под действием касательного напряжения со стороны газа и течение газа в канале, стенками которого является поверхность пленки. Следует отметить, что касательное напряжение со стороны газа зависит от удельного расхода жидкости и определяется состоянием поверхности пленки. Поверхность пленки обычно возмущена волнами различного характера, имеющими статическую природу. Поэтому наиболее достоверные данные по касательным напряжениям могут быть получены экспериментальным путем.

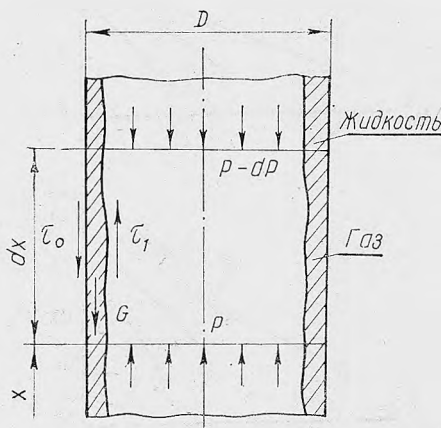


Рис. 1. Схема течения пленки.

В настоящей работе рассматриваются динамика пленки и закономерности изменения ее толщины по длине трубы.

Схема течения пленки и силы, приложенные к ней, показаны на рис. 1. Нами приняты следующие обозначения:  $P$  — давление,  $\tau_0$  и  $\tau_1$  — касательные напряжения соответственно на стенке трубы и на границе раздела фаз,  $G$  — сила тяжести.

Мы, как и другие авторы [2], допускаем, что определяющее влияние на течение пленки оказывает осевая составляющая касательного напряжения. При этом принимаем, что тангенциальная составляющая напряжения расходуется на создание тангенциального профиля скоростей, и

пренебрегаем радиальным градиентом давления в пленке из-за ее малой толщины.

Запишем уравнение изменения количества движения пленки на пути  $dx$  следующим образом:

$$2\pi d \int_{R-\delta}^{\delta} \rho u^2 r dr = 2\pi R \delta dP - 2\pi R \tau_0 dx - 2\pi R \delta \gamma dx + 2\pi(R-\delta) \cdot \tau_1 dx,$$

где  $\delta$  — толщина пленки;

$R$  — радиус трубы;

$u$  — осевая скорость;

$r$  — текущий радиус.

Принимая, что толщина пленки мала по сравнению с радиусом, и переходя от координаты  $r$  к координате  $y=R-r$ , получим

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u^2 dy = \delta \frac{dP}{dx} - \tau_0 - \delta \gamma + \tau_1. \quad (1)$$

Для решения уравнения (1) необходимо знать профиль скорости в пленке. Будем искать его в виде полинома третьей степени

$$u = A_1 + A_2 y + A_3 y^2 + A_4 y^3. \quad (2)$$

Неизвестные коэффициенты  $A_i$  (2) определим из следующих граничных условий:

$$y = 0 - u = 0 \quad (a); \quad \frac{d^2 u}{dy^2} = 0 \quad (b);$$

$$y = \delta - u = u_0 \quad (в); \quad \frac{du}{dy} = \frac{\tau_1}{\mu} \quad (г),$$

где  $u_0$  — осевая скорость на поверхности пленки;

$\mu$  — динамическая вязкость.

Написанные граничные условия очевидны, хотя в некоторых работах профиль скоростей в пленке принимается одинаковым с профилем в пограничном слое при однофазном течении. Такое допущение является грубым.

Если для пограничного слоя  $\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=\delta} = 0$ , то для пленки оно не выполняется. Подставляя (a) — (г) в (2), получим систему уравнений, определяющих  $A_i$ . Окончательное выражение для профиля скоростей в пленке примет вид

$$u = \frac{u_0}{2} \left( \frac{3y}{\delta} - \frac{y^3}{\delta^3} \right) - \frac{\tau_1}{2\mu} \left( y - \frac{y^3}{\delta^2} \right). \quad (3)$$

Возведя (3) в квадрат, подставив полученное выражение в (1) и интегрируя, получим после несложных преобразований следующее выражение:

$$\rho \frac{d}{dx} \left( \frac{17}{35} \delta u_0^2 - \frac{6}{35} \delta^2 \frac{u_0 \tau_1}{\mu} + \frac{2}{10^5} \frac{\delta^3 \tau_1^2}{\mu^2} \right) = \delta \frac{dP}{dx} - \tau_0 - \delta \gamma + \tau_1. \quad (4)$$

В уравнении (4) два неизвестных:  $\delta$  и  $u_0$ . Чтобы исключить  $u_0$ , запишем уравнение для массовой плотности орошения

$$q = \rho \int_0^{\delta} u dy. \quad (5)$$

Подставив (3) в (5) и проинтегрировав, получим

$$q = \rho \left( \frac{5}{8} u_0 \delta - \frac{1}{8\mu} \tau_1 \delta^2 \right), \quad (6)$$

откуда

$$u_0 = \frac{8q}{5\rho\delta} + \frac{\tau_1\delta}{5\mu}. \quad (7)$$

$\frac{dP}{dx}$  и  $\tau_0$  находим по известным соотношениям:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2\tau_1}{R}; \quad (8)$$

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0};$$

$$\tau_0 = \mu \left[ \frac{u_0}{2} \left( \frac{3}{\delta} - \frac{3y^2}{\delta^3} \right) - \frac{\tau_1}{2\mu} \left( 1 - \frac{3y^2}{\delta^2} \right) \right] \Big|_{y=0};$$

$$\tau_0 = \frac{3\mu u_0}{2\delta} - \frac{\tau_1}{2}. \quad (9)$$

После соответствующей подстановки в уравнение (4), дифференцирования и приведения подобных имеем:

$$1,243 \frac{q^2 \delta'}{\rho \delta^2} - 0,146 \frac{q \tau_1 \delta'}{\mu} - 0,146 \frac{q \delta \tau_1'}{\mu} - 0,0561 \frac{\tau_1^2 \delta_2 \delta'}{\nu \mu} - 0,0374 \frac{\tau_1 \tau_1' \delta^3}{\nu \mu} = -2,4 \frac{\mu q}{\rho \delta^2} + \frac{2\delta \tau_1}{R} + 1,2\tau_1 - \delta \tau_1'. \quad (10)$$

Штрихи обозначают дифференцирование по  $x$ .

Полученное уравнение (10) сложное нелинейное уравнение первого порядка, найти общее аналитическое решение которого не представляется возможным. Оно может быть решено только численно. Оценка членов по порядку величины показала, что для коротких участков труб можно без существенной погрешности пренебречь всей левой частью уравнения и вторым слагаемым в правой части, после чего уравнение сильно упрощается и принимает вид

$$\delta^3 \gamma - 1,2\tau_1 \delta^2 + 2,4 \frac{\mu q}{\rho} = 0. \quad (11)$$

Переходя к безразмерным величинам, по соотношениям

$$\delta' = \frac{\delta}{D}; \quad \tau_1' = \frac{\tau_1}{\rho_2 u_r^2}; \quad \mu = \frac{\mu}{\mu_r}; \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_r}; \quad q' = \frac{q}{\mu}$$

после преобразований получим

$$\delta^3 \rho Ga - 1,2\tau_1 Re_r^2 \cdot \delta^2 + 2,4\nu\mu Re_{пл} = 0, \quad (12)$$

в котором для упрощения записи опущены штрихи:

$$Ga = \frac{qD^3}{\nu^2} \text{ — критерий Галилея;}$$

$$Re_r = \frac{u_r D}{\nu_r} \text{ — число Рейнольдса газа;}$$

$$Re_{пл} = \frac{q}{\mu} \text{ — число Рейнольдса плёнки.}$$

Решение кубического уравнения (12) дает следующую зависимость:

$$\delta = \frac{1,2\tau_1 Re_r^2}{3\rho Ga} + \sqrt[3]{-\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{l^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{m}{2} - \sqrt{\frac{m^2}{4} - \frac{l^3}{27}}}, \quad (13)$$

$$\text{где } m = -0,127 \frac{\tau_1^3 Re_r^6}{\rho Ga^3} + 2,4 \frac{\nu\mu Re_{пл}}{\rho Ga}; \quad l = -0,48 \frac{\tau_1^2 Re_r^4}{\rho^2 Ga}.$$

Для чисел  $Re_r$ , подсчитанных по средней осевой скорости газа,  $\geq 6 \cdot 10^4$  в уравнении (12) можно также опустить первое слагаемое, тогда

$$\delta = 1,41 \sqrt{\frac{\nu\mu Re_{пл}}{\tau_1 Re_r^2}}. \quad (14)$$

Из рассмотрения (13) и (14) видно, что развитие пленки жидкости полностью определяется касательным напряжением  $\tau_1$ , которое должно быть заранее известно. Остальные величины устанавливаются непосредственно.

Для оценки расчетов примем, что при относительно небольших орошениях закономерность изменения  $\tau_1$  сохраняется такой же, как и без орошения. Этот факт подтверждается экспериментально.

Выразим безразмерное напряжение  $\tau_1$  через коэффициент сопротивления трения  $\lambda$  закрученного потока по известному соотношению [3]

$$\tau_1 = \frac{\lambda_1}{8} \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол закрутки потока вблизи поверхности стенки.

На основании результатов (1) можем записать:

$$\lambda = K_1 \cdot 1,1 \cdot 2,32 \left(\frac{x}{D}\right)^{-0,26} \lambda_{ос}, \quad (17)$$

где  $\lambda_{ос}$  — коэффициент сопротивления трению осевого потока, определяемый формулой Блазиуса,

$$\lambda_{ос} = \frac{0,316}{Re_r^{0,25}};$$

$K$  — коэффициент, зависящий от степени закрутки потока.

При закручивании потока с помощью тангенциальных щелей

$$n = \frac{F_{\text{ш}}}{F_{\text{т}}},$$

где  $F_{\text{ш}}$  — суммарная площадь щелей;  
 $F_{\text{т}}$  — площадь сечения трубы.

Например, при  $n=1,0$ ;  $K=1,41$ ;  $\alpha=45^\circ$  число  $Re_{\text{т}}$ , входящее в  $\tau_1$  и в (15), определяется по средней полной скорости газа. Внося значения  $K$  и  $\lambda_{\text{ос}}$  в (15), а затем в выражение для  $\tau_1$ , получим

$$\tau_1 = 0,142 \frac{(x)^{-0,26} \cos \alpha}{Re_{\text{т}}^{0,25}}. \quad (16)$$

Была проведена серия расчетов по формулам (13) и (14) с использованием (16). Для примера на рис. 2 показано распределение толщины пленки по длине трубы диаметром 50 мм при орошении 50 л/ч для трех

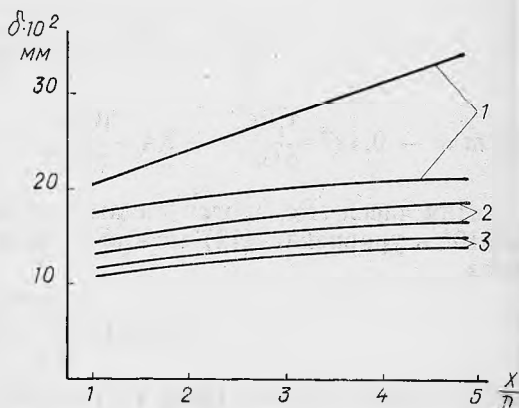


Рис. 2. Распределение толщины пленки по длине 15 (1), 20 (2), 25 (3) м/сек; верхние кривые определены по формуле (13).

средних осевых скоростей 15, 20, 25 м/сек. Видно, что сила тяжести существенно влияет только при скорости газа до 15 м/сек. Для скоростей  $\geq 20$  м/сек силой тяжести можно пренебречь, о чем было сказано выше, и определять  $\delta$  по уравнению (14).

Предварительно полученные нами данные по измерению толщины пленки контактным методом «иглы» указывают, что расчетные толщины удовлетворительно согласуются с опытными. Вместе с тем степень соответствия результатов зависит от достоверности распределения касательных напряжений.

С использованием экспериментальных данных по касательным напряжениям данная методика может быть обобщена на значительно большие орошения.

#### Литература

- [1] В. М. Собин, А. И. Ершов. Изв. АН БССР, сер. физ.-энергет., 3 (1972).  
 [2] Р. З. Алимов. ЖПХ, 39, 10 (1966). [3] Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., 1969.