

И. И. Бортников, И. С. Павлушенко

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АППАРАТА С ПРЕЦЕССИОННЫМ ДВИЖЕНИЕМ МЕШАЛКИ

Известно, что аппараты с шарнирно закрепленным валом имеют некоторые преимущества перед обычными аппаратами с жестким креплением вала. При шарнирном креплении вал может с мешалкой совершать в аппарате прецессионное (круговое) движение относительно вертикальной оси, ометая значительную часть перемешиваемого объема (рис. 1). Кроме того, шарнирно закрепленный вал позволяет работать в дорезонансной области при значительно больших частотах вращения мешалки.

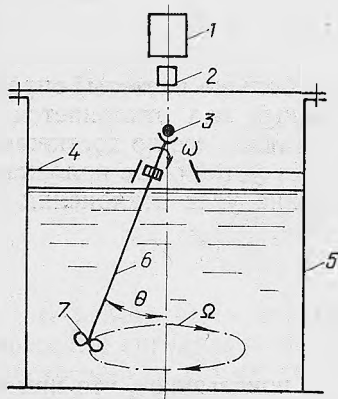


Рис. 1. Аппарат с прецессионным движением мешалки: 1 — двигатель; 2 — тензометрическое устройство; 3 — универсальный шарнир Гука; 4 — ограничитель; 5 — сосуд; 6 — вал мешалки; 7 — мешалка.

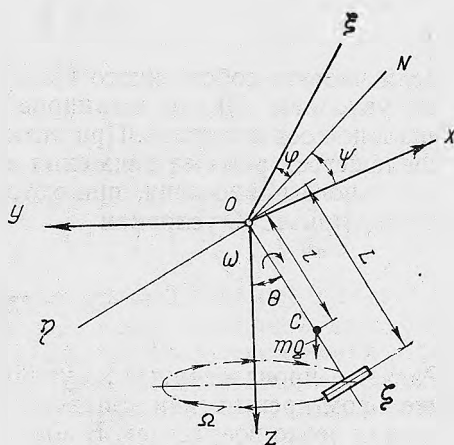


Рис. 2. Схема шарнирно закрепленного вала как гироскопического маятника.

Нами исследована интенсивность перемешивания взвесей и мощность, потребляемая турбинными и пропеллерными мешалками при прецессионном движении, изложены результаты исследований параметров движения шарнирно закрепленного вала (частота прецессионного движения и угол отклонения от вертикальной оси аппарата).

Шарнирное крепление вала с мешалкой позволяет рассматривать вращающийся вал как гироскопическую систему (рис. 2). В химическом машиностроении подобные системы были рассмотрены при описании законов движения подвесных центрифуг и сепараторов.

В воздухе движение вращающегося шарнирно закрепленного вала относительно точки закрепления без учета неравномерности вращения может быть описано динамическими уравнениями Эйлера:

$$A\dot{p} - Aq\dot{r} + Cq\dot{r} = -mgl \sin \theta \cos \varphi;$$

$$\dot{A}q - Cpr + Apr = mgl \sin \theta \sin \varphi; \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = 0,$$

где p, g, r — проекции мгновенной угловой скорости на подвижные оси координат:

$$p = \Omega \sin \varphi \sin \theta + \dot{\theta} \cos \varphi;$$

$$q = \Omega \cos \varphi \sin \theta - \dot{\theta} \sin \varphi; \quad (2)$$

$$r = \Omega \cos \theta + \omega.$$

Из системы уравнений (1) и (2) видно, что определение скорости прецессионного движения и угла отклонения вала в общем виде представляет значительные трудности. Постоянные интегрирования, необходимые для определения этих величин, зависят от начальных условий, которые в большинстве случаев неизвестны.

Рядом авторов исследованы частные случаи установившегося движения вала, позволяющие упростить задачу. Известно, что критическая частота, при которой вал отклоняется от вертикальной оси аппарата, определяется выражением

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{mgl}{A - C}}. \quad (3)$$

Если частота собственного вращения вала больше частоты, определяемой условием (3), то шарнирно закрепленный вал отклоняется от вертикальной оси аппарата. При этом известно также, что по достижении установившегося режима движения вал занимает устойчивое положение относительного равновесия, при котором величина угла отклонения определяется при $A > C$ условием

$$\theta = \arccos \frac{mgl}{(A - C)\omega^2}. \quad (4)$$

Расчеты, произведенные по уравнению (4), показывают, что при незначительном превышении критической частоты вращения вала (3) угол отклонения резко возрастает. В воздухе при обычно применяемых частотах вращения валов угол отклонения вала может достигать значений, больших 30° , что необходимо учитывать при проектировании.

Скорость прецессионного движения шарнирно закрепленного вала в воздухе при углах отклонения до 30° можно найти по формуле

$$\Omega = \frac{C\omega + \sqrt{C^2\omega^2 + 4mglA}}{2A}. \quad (5)$$

Гироскопическая стабилизация вала обеспечивается при

$$\omega \geq \frac{2}{C} \sqrt{mgA \cdot l} \quad (6)$$

и наступает, как видно из выражения (6), при очень больших частотах вращения вала, которые в аппаратах с мешалкой не применяются.

Характер движения шарнирно закрепленного вала с мешалкой в жидкости будет определяться не только типом и размерами мешалки, но и физическими свойствами среды.

Для определения частоты прецессионного движения и угла отклонения вала в жидкой среде необходимо составить и решить уравнение движения вала с учетом влияния среды.

Момент сил трения можно определить как

$$M_{\text{тр}} = p_{\text{тр}} L' \approx m^* \omega v,$$

$$\text{поскольку } m^* \sim \rho d^2, \text{ то } M_{\text{тр}} \sim \omega \mu d^3.$$

С учетом этого уравнения движения вала (1) запишем в виде

$$A_p - A_{qr} + C_{qr} = -mgl \sin \theta \cos \varphi - \omega \mu d^3 \sin \theta \cos \varphi;$$

$$A_q - C_{pr} + A_{pr} = mgl \sin \theta \sin \varphi + \omega \mu d^3 \sin \theta \sin \varphi, \quad \dot{\omega} = 0. \quad (7)$$

В этих уравнениях (7) момент, обусловленный влиянием среды, имеет одинаковое направление с восстанавливающим моментом силы тяжести, так как направление прецессионного движения вала и направление вращательного движения среды совпадают. Отсюда следует, что угол отклонения вала в вязкой среде при прочих равных условиях должен быть меньше, чем угол отклонения в воздухе, а критическая частота, определяемая выражением (3), будет возрастать.

Аналитическое решение системы уравнений (7) представляется невыполнимым, что вызывает необходимость искать ответ опытным путем. Методами теории подобия из уравнений (7) получены критериальные уравнения движения шарнирно закрепленного вала, которые после некоторого упрощения имеют следующий вид:

$$\frac{v}{n} = C_{\Omega} \left(\frac{\rho n d_M^2}{\mu} \right)^{-h} \left(\frac{n^2 d_M}{g} \right)^{-f} \left(\frac{L}{d_M} \right)^c \left(\frac{D}{d_M} \right)^{K_1} \neq \left[\frac{d}{d_M} \right]^a; \quad (8)$$

$$\vartheta = C_{\vartheta} \left(\frac{\rho n d_M^2}{\mu} \right)^{-h_1} \left(\frac{n^2 d_M}{g} \right)^{-f_1} \left(\frac{L}{d_M} \right)^{c_1} \left(\frac{D}{d_M} \right)^{K_2} \left(\frac{d}{d_M} \right)^{a_1}. \quad (9)$$

В работе были исследованы условия, необходимые для получения взвесей, и определена мощность, потребляемая мешалкой, совершающей прецессионное движение. Частота вращения, обеспечивающая суспензирование твердых частиц, и мощность, затрачиваемая на перемешивание, независимо от способа крепления вала мешалки могут быть найдены по известным [5] критериальным зависимостям:

$$\frac{n_0 \rho d_M^2}{\mu} = C \left(\frac{d_M^3 \rho^2 g}{\mu^2} \right)^t \left(\frac{\rho_r}{\rho} \right)^K \left(\frac{d_{\text{ч.ср}}}{d_M} \right)^{l^*} \left(\frac{D}{d_M} \right)^{P_1} \left(\frac{H_0}{d_M} \right)^{q_1} \left(\frac{G_T}{G_J} \right)^{r_1}; \quad (10)$$

$$\frac{N}{\rho n^3 d_M^5} = C_N \frac{\rho n d_M^2}{\mu}. \quad (11)$$

Расчетный вид этих зависимостей для аппаратов с прецессионным движением мешалки необходимо установить экспериментально.

Задачей экспериментального исследования являлась проверка зависимостей (3)—(5) и опытное определение значений показателей степеней и коэффициентов в критериальных уравнениях (8)—(10).

Экспериментальные исследования были проведены на специальном стенде. В опытах применялись плоскодонные сосуды диаметрами 600 и 1200 мм. Конструкция экспериментальной установки позволяла в широких пределах изменять рабочие и конструктивные характеристики аппарата.

Скорость прецессионного движения, угол отклонения вала от вертикали и мощность, расходуемая на перемешивание, определялись тензометрическим способом.

Определяющие частоты вращения мешалок, соответствующие практически равномерному распределению твердой фазы во всем объеме жидкости, находились по известной методике И. С. Павлушенко и др.

В опытах использовались нормализованные турбинные открытые, закрытые и пропеллерные мешалки диаметрами 100, 125, 150, 200, 250 и 300 мм. При перемешивании взвесей применялись пропеллерные мешалки с плоскими лопастями. Угол наклона лопасти к оси ступицы составлял 45° .

Жидкими средами служили вода, водный раствор углекислого калия ($\rho = 1450 \text{ кг/м}^3$; $\mu = 5,5 \cdot 10^{-3}$ и $6 \cdot 10^{-3} \text{ н}\cdot\text{сек/м}^2$) глицерин технический ($\rho = 1250 \text{ кг/м}^3$). Вязкость глицерина изменялась в пределах от $6 \cdot 10^{-1}$ до $4 \cdot 10^{-2} \text{ н}\cdot\text{сек/м}^2$ нагреванием его до различной температуры. В качестве твердой фазы применялись кварцевый песок ($\rho = 2620 \text{ кг/м}^3$, $d_{r \text{ ср}} = 0,178$ и $0,43 \text{ мм}$) и барит ($\rho = 4300 \text{ кг/м}^3$, $d_{r \text{ ср}} = 0,178 \text{ мм}$).

Результаты экспериментов подтвердили, что при скоростях $\omega < \omega_1$, определяемых выражением (3), вращающийся в воздухе шарнирно закрепленный вал занимает устойчивое вертикальное положение, а при $\omega > \omega_1$ шарнирно закрепленный вал, отклоняясь от вертикальной оси аппарата, совершает прецессионное движение.

Результаты проведенных экспериментов подтвердили также удовлетворительную точность формулы (4) для определения угла отклонения вала в воздухе. При рабочих скоростях вращения угол отклонения принимал столь большие значения, что вал выходил на ограничитель. Эти результаты подтверждают вывод о необходимости иметь ограничитель в аппарате с шарнирно закрепленным валом.

Эксперименты показали, что при частотах вращения обычных в промышленной практике ($1,67 \div 8,34 \text{ об/сек}$) частота прецессионного движения вала в воздухе практически не зависит от частоты его собственного вращения и определяется только параметрами шарнирно закрепленной системы.

Шарнирно закрепленный вал, вращающийся в жидкой среде, при малых частотах вращения сохраняет свое вертикальное положение, а по достижении некоторой критической частоты ($n_{кр}$) отклоняется от вертикали и описывает траекторию по раскручивающейся спирали. Достигнув равновесного положения в среде, вал в дальнейшем совершает прецессионное движение относительно вертикальной оси аппарата. Опыты показали, что особенности движения вала в жидкой среде определяются типом мешалки, параметрами шарнирно закрепленной системы, а также физическими свойствами среды. Так, при постоянной частоте вращения вала, т. е. в установившемся режиме, вал может совершать практически регулярное прецессионное движение. При этом угол отклонения вала в жидкости значительно меньше, чем угол отклонения в воздухе.

Результаты проведенных экспериментов, обработанные графоаналитическим способом, позволили определить показатели степени и коэффициенты уравнений (8) и (9):

$$\frac{v}{n} = C_{\Omega} \left(\frac{\rho n d_M^2}{\mu} \right)^{0,05} \left(\frac{n^2 d_M}{g} \right)^{-0,35} \left(\frac{L}{d_M} \right)^{-0,4} \left(\frac{D}{d_M} \right)^{-0,35}; \quad (12)$$

$$\vartheta = C_{\Phi} \left(\frac{\rho n d_M^2}{\mu} \right)^{0,2} \left(\frac{n^2 d_M}{g} \right)^{0,4} \left(\frac{L}{d_M} \right)^{-0,3} \left(\frac{D}{d_M} \right)^{-1,1} \left(\frac{d}{d_M} \right)^{-0,3}. \quad (13)$$

Для пропеллерных мешалок $C_2 = 0,23$, $C_3 = 4,59$; для турбинных закрытых мешалок $C_2 = 0,2$, $C_3 = 8,6$.

$$v = C_1 \frac{n^{0,35} d_M^{0,5} \rho^{0,05}}{\mu^{0,05} D^{0,35} L^{0,4}} \text{ об/сек};$$

$$\vartheta = C_2 \frac{n d_M^2 \rho^{0,2}}{\mu^{0,2} D^{1,1} L^{0,3} d^{0,3}} \text{ градус.}$$

Для пропеллерных мешалок $C_1 = 0,51$, $C_2 = 1,83$; для турбинных закрытых мешалок $C_1 = 0,44$, $C_2 = 3,44$.

Расхождение опытных и расчетных значений $\frac{v}{n}$ и ϑ , вычисленных по уравнениям (12) и (13), составляет в среднем для скорости прецессионного движения $\pm 6,5\%$, для угла отклонения $\pm 22\%$.

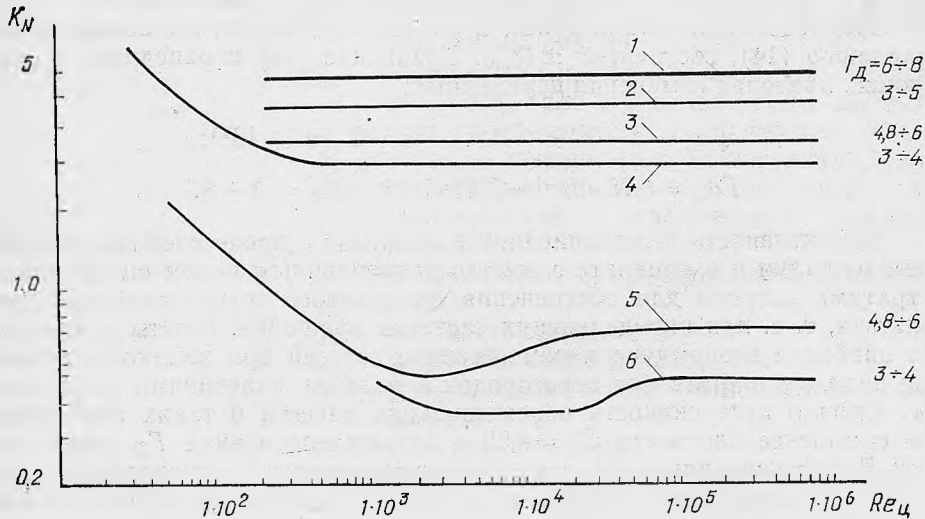


Рис. 3. Зависимость критерия мощности K_N от критерия Рейнольдса $Re_{ц}$:
1, 2 — турбинные мешалки открытого типа; 3, 4 — турбинные мешалки закрытого типа;
5, 6 — пропеллерные мешалки.

Уравнения (12) и (13) справедливы в следующих пределах изменения значений переменных:

$$Re_{ц} = 5 \cdot 10^3 \div 1 \cdot 10^6; \quad Fr_{ц} = 0,096 \div 2,72;$$

$$\Gamma_L = 2,87 \div 10,3; \quad \Gamma_d = 0,075 \div 0,24;$$

$$\Gamma_D = 3 \div 6.$$

Эксперименты по определению расхода мощности показали, что в аппарате с шарнирно закрепленным валом затраты мощности могут быть подсчитаны по критериальной зависимости (11). Проведенные исследования позволили получить графическую зависимость критерия мощности от критерия Рейнольдса для различных типов мешалок в широком диапазоне изменения переменных (рис. 3). Следует отметить, что полученные значения критерия мощности для различных мешалок в аппарате с прецессионным движением мешалок при данном числе Рейнольдса близки к значениям критерия мощности для соответствующих мешалок на жестко закрепленных валах в аппарате с четырьмя стандартными отражательными перегородками.

Исследование перемешивания взвесей в настоящей работе имело целью сравнение интенсивности работы мешалки с шарнирно и жестко закрепленным валом мешалки, размещенной в центре аппарата. Эксперименты были проведены при постоянном значении уровня среды $H_0 = D$.

Результаты опытов показали, что симплекс $\left(\frac{G_r}{G_j}\right)$ в пределах $0,033 + 0,152$ не влияет на величину n_0 и его можно исключить из уравнения (10). В результате обработки экспериментальных данных получено расчетное критериальное уравнение, описывающее процесс перемешивания взвесей мешалками, совершающими прецессионное движение:

$$\frac{n_0 \rho d_m^2}{\mu} = C' \left(\frac{d_m^3 \rho^2 g}{\mu^2} \right)^{0,6} \left(\frac{\rho_r}{\rho} \right)^{0,7} \left(\frac{D}{d_m} \right)^{1,35} \left(\frac{d_{чсп}}{d_m} \right)^{0,14} \quad (14)$$

Для пропеллерных мешалок $C' = 0,023$; для турбинных открытых мешалок — $0,014$; для турбинных мешалок закрытого типа — $0,018$.

Среднее отклонение опытных и расчетных данных, вычисленных по уравнению (14), составляет $\pm 18\%$. Уравнение (14) справедливо в следующих пределах изменения переменных:

$$Re_{ц} = 2 \cdot 10^4 \div 4 \cdot 10^5; \quad Ga = 2 \cdot 10^8 \div 10^{11};$$

$$\Gamma_{d_ч} = 4,75 \cdot 10^{-4} \div 1,78 \cdot 10^{-3}; \quad \Gamma_D = 3 \div 8.$$

Эффективность перемешивания в аппарате с прецессионным движением мешалки и в аппарате с жестко закрепленным валом оценивалась затратами энергии для обеспечения одинакового технологического результата, т. е. при определяющих частотах вращения. Опыты показали, что наиболее экономично перемешивание взвесей при жестком креплении вала в аппарате без перегородок с малыми значениями симплекса Γ_D . Однако интенсивность перемешивания взвесей в таких аппаратах при симплексе плотности $S_p = 2,62$ и больших значениях Γ_D резко падает. В этих условиях для достижения равномерного распределения твердой фазы целесообразно перемешивание в аппарате с шарнирно закрепленным валом. При больших значениях Γ_D удельные затраты энергии на перемешивание взвесей в аппарате с мешалкой, совершающей прецессионное движение, сравнимы с энергетическими затратами на перемешивание в аппарате с четырьмя перегородками и жестко закрепленным валом. При перемешивании взвесей с соотношением $S_p = 1,77$ удельный расход энергии в аппарате с шарнирным креплением вала сравним с удельным расходом энергии в аппарате с жестким креплением вала и четырьмя перегородками при всех исследованных значениях Γ_D . Кроме того, шарнирное крепление вала в ряде случаев позволяет уменьшить примерно в два раза диаметр быстроходной мешалки по сравнению с обычными конструкциями аппаратов, что особенно важно для аппаратов больших объемов. Рекомендуемые ныне соотношения $\Gamma_D = 3 \div 5$ для аппаратов больших объемов приводят к резкому увеличению расхода энергии на перемешивание, а при $\Gamma_D > 5$ в аппарате с жестко закрепленным валом не обеспечивается необходимое качество перемешивания. В этих условиях целесообразно использовать аппарат с прецессионным движением мешалки, оптимальные условия работы которого обеспечиваются при больших значениях симплекса $\Gamma_D \approx 6$.

В статье использованы следующие обозначения:

A — экваториальный момент инерции системы, $кг \cdot м^2$;

C — осевой момент инерции системы, $кг \cdot м^2$;

- D — диаметр аппарата, м;
 d_m — диаметр мешалки, м;
 d — диаметр вала, м;
 $d_{\text{ср}}$ — средний диаметр твердых частиц, м;
 G_T — масса твердой фазы, кг;
 $G_{\text{ж}}$ — масса жидкой фазы, кг;
 g — ускорение свободного падения, м/сек²;
 H_0 — высота уровня жидкости в аппарате, м;
 L — полная длина вала, м;
 l — длина шарнирно закрепленного вала от точки подвеса до центра масс системы, м;
 m — масса шарнирно закрепленной системы, кг;
 m^* — присоединенная масса среды, кг;
 N — мощность, потребляемая на перемешивание, Вт;
 n — частота вращения вала, об/сек;
 n_0 — определяющая частота вращения мешалки при перемешивании взвесей, об/сек;
 $n_{\text{кр}}$ — критическая частота прямой прецессии при вращении вала в жидкой среде, об/сек;
 ν — частота прецессионного движения, об/сек;
 θ — угол отклонения вала от вертикали, рад;
 ϑ — угол отклонения вала от вертикали, град;
 μ — динамический коэффициент вязкости, н·сек/м²;
 ν — коэффициент кинематической вязкости, м²/сек;
 ρ — плотность среды, кг/м³;
 ρ_r — плотность твердой фазы, кг/м³;
 φ — угол вращения вала относительно своей оси, рад;
 ψ — угол прецессии, рад;
 Ω — скорость прецессионного движения, рад/сек;
 ω — угловая скорость вращения вала, рад/сек;
 ω_1 — критическая скорость прямой прецессии, рад/сек;

$$Re_{\text{ц}} = \frac{\rho n d_m^2}{\mu} \quad \text{— центробежный критерий Рейнольдса;}$$

$$Ga = \frac{d_m^3 \rho^2 \cdot g}{\mu^2} \quad \text{— Критерий Галилея;}$$

$$Fr_{\text{ц}} = \frac{n^2 d_m}{g} \quad \text{— центробежный критерий Фруда;}$$

$$\Gamma_L = \frac{L}{d_m}; \quad \Gamma_D = \frac{D}{d_m}; \quad \Gamma_d = \frac{d}{d_m};$$

$$\Gamma_{H_0} = \frac{H_0}{d_m} \quad \text{— симплексы геометрического подобия;}$$

$$S_p = \frac{\rho_r}{\rho}; \quad S_G = \frac{G_T}{G_{\text{ж}}} \quad \text{соответственно симплексы плотности и отношения твердой и жидкой фазы перемешиваемой среды.}$$