

630^x
М 54

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ БССР

БЕЛОРУССКИЙ СРЕДНЕГО ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ С. М. КИРОВА

Кафедра тяговых машин

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ
РАБОТЕ ПО РАЗДЕЛУ "СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА
МИКРОПРОФИЛЕЙ ДОРОГ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ
"МИР - 2" КУРСА "ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ
СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН"

для студентов спец. 0519

Составители: А. В. ЖУКОВ,
М. З. ДУБКОВА

Минск 1983

630^x
М54

Министерство высшего и среднего специального образования БССР

БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ С.М.КИРОВА

Кафедра тяговых машин

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ ПО РАЗДЕЛУ
"СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА МИКРОПРОФИЛЕЙ ДОРОГ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ЭВМ "МИР-2" КУРСА "ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ
СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН"

для студентов спец.0519

15
Составители: А.В.Луков,
М.З.Дубкова

Библиотека БГТУ



0000000306604b

Минск 1983

УДК 630^X002.5:68Г.3

Рассмотрено и рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом института.

Составители: А.В.Жуков, профессор;
М.Э.Дубкова, ассистент.

Научный редактор А.Ф.Тихонов, профессор.

Рецензенты: В.В.Гуськов, профессор,
зав.кафедрой "Тракторы" (БПИ);
Л.А.Ротт, профессор, зав.кафедрой
теоретической механики.

Пособие содержит алгоритм, программу расчета для ЭВМ "Мир-2" и конкретный числовой пример статистической обработки микропрофиля автомобильной дороги.

М 2702000000 - 074 9(91)-83
М 339 - 83

© Белорусск. ордена Трудового
Красного Знамени технол.
ин-т им. С.М.Кирова, 1983.

ВВЕДЕНИЕ

Рабочей программой курса "Проектирование и расчет специальных лесных машин" предусмотрено проведение 4-часов и лабораторной работы по статистической обработке случайных процессов с использованием ЭВМ "МИР-2" на примере воздействия от микропрофиля автомобильной лесовозной дороги.

Пособие содержит алгоритм, программу расчета для ЭВМ "МИР-2" и конкретный числовой пример статистической обработки микропрофиля автомобильной дороги.

Явления, изучаемые в технике, в большинстве случаев представляются в виде случайных процессов. Например, изменение координат центра тяжести автомобиля и трактора при движении; характер изменения таксационных показателей деревьев, заготавливаемых при проведении лесосечных работ и др.

Воздействие от неровностей дороги на колесные двигатели транспортных машин, как установлено экспериментальной проверкой, представляется в виде стационарного случайного процесса. При моделировании движения машин воздействие от неровностей необходимо представить в виде корреляционных функций и спектральных плотностей. Исходным материалом для их получения являются результаты натурных замеров микропрофиля дороги. Для перехода от случайной функции $\dot{h}(S)$, описывающей микропрофиль, к функции $\dot{h}(t)$ воздействия на машину необходимо заменить ось S осью t с учетом скорости движения V . При единичной скорости движения ($V = 1$ м/с) ось S является одновременно и осью t .

Таким образом, случайное воздействие от неровностей дороги представляется первоначально в виде массива чисел, задаваемых через определенные интервалы времени. Их дальнейшая обработка включает последовательное получение соответствующих статистических характеристик и критериев.

I. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

К числовым характеристикам, выражающим наиболее существенные особенности распределения случайной величины, относятся: математическое ожидание m_n , дисперсия D_n , среднеквадратичное отклонение σ_n [1,2].

Математическое ожидание определяется выражением

$$m_n = \sum_{i=1}^n h_i \cdot P_i, \quad (1)$$

где n - число возможных значений h_1, h_2, \dots, h_n случайной величины H с вероятностями P_1, P_2, \dots, P_n .

Дисперсия случайной величины, являющаяся характеристикой рассеивания около ее математического ожидания, определяется по формуле

$$D[H] = \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n (h_i - m_n)^2 P_i. \quad (2)$$

Для центрированных случайных величин $m_n = 0$, и в этом случае выражение для дисперсии имеет вид

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n P_i h_i^2. \quad (3)$$

Значительное число случайных процессов в технике подчиняется нормальному закону распределения, при котором функция, характеризующая плотность вероятности (дифференциальная функция распределения), выражается следующим образом:

$$f(h) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(h - m_n)^2}{2\sigma_n^2}} \quad (4)$$

Интегральная функция распределения равна

$$F(h) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^h e^{-\frac{(h - m_n)^2}{2\sigma_n^2}} dh. \quad (5)$$

Проверка гипотезы о предполагаемом законе распределения производится с помощью непараметрических критериев значимости; проверка нулевых гипотез относительно общего вида функции распределения - с помощью критериев согласия χ^2 (Пирсона) или критерий λ - Колмогорова.

В практике наиболее часто проверяется соответствие генеральной совокупности нормальному закону распределения, что предварительно устанавливается с помощью критериев согласия, а затем, если нулевая гипотеза не отклонена, применяются параметрические критерии.

1.1. Асимметрия и эксцесс

В качестве приближенного критерия для предварительного выбора закона распределения могут быть использованы выборочные

ные коэффициенты асимметрии и эксцесса. При этом определяются точечные оценки асимметрии A и эксцесса E :

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^3}{NS_H^3}; \quad (6)$$

$$E = \frac{\sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^4}{NS_H^4}. \quad (7)$$

где \bar{h} - среднее выборочное значение случайной величины ($\bar{h} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i$); S_H - выборочное среднеквадратичное значение случайной величины; N - объем выборки.

Среднеквадратичные отклонения показателей A и E равны:

$$S_A = \sqrt{\frac{6(N-1)}{(N+1)(N+3)}}; \quad (8)$$

$$S_E = \sqrt{\frac{24N(N-2)(N-3)}{(N-1)^2(N+3)(N+5)}}. \quad (9)$$

При соблюдении условий $|A - m_A| < 3S_A$ и $|E - m_E| < 3S_E$ считается, что нулевая гипотеза согласуется с экспериментальными данными.

Для нормального закона распределения математические ожидания m_A и m_E эксцесса и симметрии равны 0. Тогда гипотеза нормальности принимается, если

$$|A| < 3S_A \text{ и } |E| < 3S_E. \quad (10)$$

После предварительного выбора закона распределения следует применять критерии согласия χ^2 или λ Колмогорова.

1.2. Критерий согласия χ^2 Пирсона

Проверка нулевой гипотезы с помощью критерия χ^2 состоит в следующем.

Всю выборку разбивают на ряд частных интервалов, длина которых определяется по формуле

$$\Delta h = \frac{h_{\max} - h_{\min}}{1 + 3,2 \lg n}$$

Количество интервалов должно быть не более 15.

На основании гипотетической функции $f(h)$ вычисляются вероятности попадания случайных величин h в частные интервалы $[h_{i-1}, h_i]$:

$$P_i = f(h_i) - f(h_{i-1}); i = 1, 2, \dots, k. \quad (11)$$

Критерий χ^2 вычисляется по формуле

$$\sum_{i=1}^k \frac{(m_i - N p_i)^2}{N p_i}, \quad (12)$$

где m_i - частоты.

Для того чтобы проверить нулевую гипотезу, необходимо найти с помощью таблиц квантилей χ^2 -распределения по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $\nu = k - r - 1$ (k - число частичных интервалов, r - число параметров гипотетической функции $f(h)$, оцениваемых по данным выборки) критическое значение $\chi_{\alpha, \nu}^2$, удовлетворяющее условию

$$P(\chi^2 \geq \chi_{\alpha, \nu}^2) = \alpha. \quad (13)$$

1.3. Критерий согласия Λ Колмогорова

Критерий Λ Колмогорова применяется для проверки гипотез о законах распределения только непрерывных случайных величин. В отличие от критерия χ^2 , когда сравниваются эмпирические и теоретические частоты распределения, при применении критерия Λ Колмогорова сравниваются эмпирическая и гипотетическая функции распределения.

Если подтверждается гипотеза о том, что исследуемая случайная величина X имеет непрерывную функцию распределения $F(x)$, то проверка с помощью критерия Λ Колмогорова производится в следующей последовательности.

Располагают результаты наблюдений в возрастающем порядке или представляют в виде интервального статистического ряда и затем находят эмпирическую функцию распределения $F^*(h) = \frac{n_k}{n}$, где n_k - число h_i меньших h . Вычисляется по наблюдаемым значениям h_i теоретическая функция распределения $F(h)$ (при использовании гипотетической функции распределения).

Для каждого значения h находится модуль разности $|F^*(h) - F(h)|$, после чего определяется наблюдаемое значение выборочной статистики Λ Колмогорова, т.е.

$$\lambda = D\sqrt{N} = \max |F^*(h) - F(h)| \sqrt{N}. \quad (14)$$

Наблюдаемое значение выборочной статистики $\lambda_{\text{набл}} = D\sqrt{N}$ с критическим значением λ_{α} определяется с помощью таблиц [2] квантилей распределения Колмогорова по заданному уровню значимости α . Нулевая гипотеза подтверждается при соблюдении условия

$$D\sqrt{h} < \lambda_{\alpha}. \quad (15)$$

2. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

По внутренней структуре между двумя случайными функциями может иметься существенное различие, которое не улавливается ни математическим ожиданием, ни дисперсией. Для описания внутренней структуры случайного процесса вводится специальная характеристика, называемая корреляционной функцией. Ее назначение - характеризовать степень зависимости между сечениями случайной функции, относящимися к различным t .

Корреляционная функция $R(\tau)$ определяется по формуле [3]

$$R(\tau) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} [h_{i\tau} - \bar{h}] [h_{i+\tau} - \bar{h}] \quad (\text{при } m=0,1,2,\dots), \quad (16)$$

где $h_{i\tau} = h$. $h_{i\tau}$ - значение центрированной случайной величины в момент времени t ; $h_{i+\tau} = h$ - значение центрированной случайной величины в момент времени $t+\tau$.

Для сравнительного анализа обычно используется безразмерная характеристика - нормированная корреляционная функция $\rho(\tau)$:

$$\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)}, \quad (17)$$

где $R(0)$ - значение корреляционной функции при $\tau = 0$, т.е. дисперсия.

3. АППРОКСИМАЦИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Ввиду того, что $\rho(\tau)$ является функцией неслучайной, ее можно аппроксимировать функциональной зависимостью.

В частности, корреляционные функции могут быть с достаточной степенью точности аппроксимированы выражением

$$\rho(\tau) = e^{-\alpha_1|\tau|} \cos \beta\tau. \quad (18)$$

Однако могут быть и другие виды уравнений, например :

$$\rho(\tau) = A_1 e^{-\alpha_1|\tau|} + A_2 e^{-\alpha_2|\tau|} \cos \beta\tau. \quad (19)$$

В уравнениях (18) и (19) $\rho(\tau)$ - нормированная корреляционная функция, для которой $A_1 + A_2 = 1$; α , α_1 , α_2 - коэффициенты, характеризующие затухания; β - коэффициент, характеризующий колебательный процесс.

В случае, если экспериментальная кривая в основных чертах аппроксимируется подобного вида уравнениями, то стремление учесть отдельные отклонения кривой было бы неоправданным, учитывая, что эти отклонения не являются характерными и не могут отразиться на общем характере процесса, а объем вычислительной работы увеличивается значительно.

Если нас интересует общий характер изменения экспериментальной кривой, по своей структуре не являющейся простой, а состоящей, например, из суммы кривых непериодического и периодического характера, то нахождение ее эмпирической формулы, даже без учета отдельных ее отклонений, представляется довольно сложным и громоздким. В этом случае можно применить метод нахождения коэффициентов эмпирической формулы, который в результате несложных вычислений дает результат удовлетворительной точности.

В качестве примера получения эмпирической формулы рассмотрим график (рис. I). Кривая I представляет собой экспериментальную нормированную корреляционную функцию, полученную в результате статистической обработки микропрофиля опытного участка дороги.

При внимательном рассмотрении графика с полной очевидностью можно предположить, что кривая является суммарной кривой, в состав которой входят экспонента и косинус. Участие того и другого пока не ясно, но видно, что кривая имеет какие-то более или менее закономерные отклонения (волнистости) определенной частоты. При более внимательном рассмотрении видно, что на основную кривую накладывается затухающий колебательный процесс. Чтобы убедиться в этом, проведем кривую 2 таким образом, чтобы как можно точнее разделить по ровну площади полуволн, образованных линией графика. Затем аналитически или графически вычтем из кривой

Г кривую 2. Полученная результирующая кривая 3 может быть выражена формулой

$$\rho'(\tau) = A_1 \cdot e^{-\alpha_2 |\tau|} \cos \beta_2 \tau.$$

Кривую 2 по ее характерному виду следует отнести к кривым, которые также можно выразить произведением экспоненты на косинус, т.е.

$$\rho''(\tau) = A_1 e^{-\alpha_1 |\tau|} \cos \beta_1 \tau. \quad (20)$$

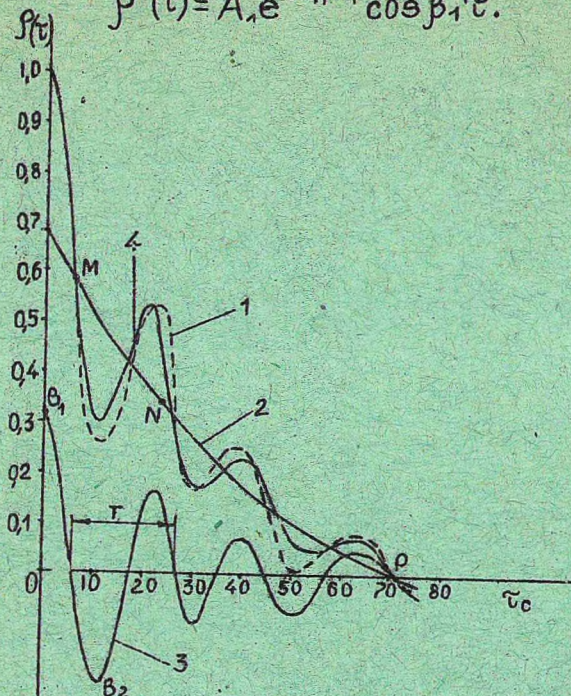


Рис. 1. Нормированная корреляционная функция дорожного участка

Если же предварительное определение формулы подобной кривой вызывает затруднение, при отсутствии навыка можно воспользоваться методом наложения, используя для этого прозрачный трафарет с нанесенными на нем кривыми различного вида. Часто при разложении суммарной кривой на составляющие одна из них может быть выражена уравнением вида

$$\rho(\tau) = A e^{-\alpha |\tau|}. \quad (21)$$

В этом случае [4] быстрой и точной проверкой такого предположения является логарифмирование точек, взятых с гра-

Фика, и построение кривой логарифмов опытных значений.

В самом деле,

$$\lg \rho(\tau) = \lg A - (\alpha \lg e) \tau. \quad (22)$$

Если значения $\lg \rho$ и τ при построении графика укладываются в прямую линию, то опытные числа соответствуют уравнению (21).

Итак, в рассматриваемом примере обе кривые могут быть выражены произведением экспоненты на косинус, а суммарная кривая - уравнением

$$\rho(\tau) = \rho'(\tau) + \rho''(\tau) = A_1 e^{-\alpha_1 \tau} \cos \beta_1 \tau + A_2 e^{-\alpha_2 \tau} \cos \beta_2 \tau, \quad (23)$$

где $A_1 + A_2 = 1$.

Следующей задачей является определение численных значений коэффициентов уравнения (23). Для кривой 3 коэффициент β_2 можно определить из выражения $T = \frac{2\pi}{\beta_1}$, где T - период колебания (см. рис. I).

В нашем случае $\beta_2 = \frac{6,28}{2,1} = 0,299$. Коэффициент α_2 определим из выражения логарифмического декремента затухания:

$$\alpha_2 \frac{\pi}{\beta_2} = \ln \left| \frac{y_i}{y_{i+1}} \right|, \quad (24)$$

где y_i и y_{i+1} - ординаты двух соседних экстремумов, например, B_1 и B_2 (см. рис. I). $\alpha_2 = \ln \left| \frac{y_i}{y_{i+1}} \right| \beta_2 / \pi = 0,04$.

Постоянные коэффициенты кривой 2 будем определять методом избранных точек [5]. При соответствующем навыке точность определения коэффициентов получается вполне удовлетворительной. Небольшая погрешность компенсируется большим выигрышем во времени.

Так как в уравнении (20) три неизвестных: A_1 , α_1 и β_1 , выбираем три точки M , N и P , лежащие на кривой 2, и составляем три уравнения относительно этих неизвестных:

$$0,34 = A_1 e^{-\alpha_1 \cdot 24} \cos \beta_1 \cdot 24;$$

$$0,59 = A_1 e^{-\alpha_1 \cdot 6} \cos \beta_1 \cdot 6;$$

$$0 = A_1 e^{-\alpha_1 \cdot 70} \cos \beta_1 \cdot 70.$$

В результате решения составленной системы получим:

$$\alpha_1 = 0,022; \quad \beta_1 = 0,023; \quad A_1 = 0,68.$$

A_2 найдем из соотношения $A_1 + A_2 = 1$.

Таким образом, путем несложных вычислений получаем

уравнение

$$\rho(\tau) = 0,68e^{-0,023/\tau} \cos 0,022\tau + 0,32e^{-0,04/\tau} \cos 0,299\tau, \quad (25)$$

которым аппроксимируется экспериментальная кривая I

Кривая 4 (рис. I) выражает зависимость (25), построенную по точкам, координаты которых сведены в табл. I.

Т а б л и ц а I

№ пп	τ , с	$\rho(\tau)$ Эксп	$\rho'(\tau)$	$\rho''(\tau)$	$\rho(\tau)$	$ \Delta\rho = \rho(\tau)_3 - \rho(\tau) $
I	0	+1,0000	+0,6600	+0,3200	+1,0000	0,0000
2	3	+0,8050	+0,6325	+0,1764	+0,8089	-0,0039
3	6	+0,5572	+0,5860	-0,0549	+0,5311	+0,0261
4	9	+0,2940	+0,5250	-0,1975	+0,3275	-0,0335
5	12	+0,2630	+0,4783	-0,1748	+0,3050	-0,0413
6	15	+0,3045	+0,4380	-0,0620	+0,3750	-0,0715
7	18	+0,4450	+0,4020	+0,0675	+0,4695	-0,0245
8	24	+0,5274	+0,3380	+0,0960	+0,4350	+0,0924
9	27	+0,2135	+0,3050	-0,0550	+0,2500	-0,0362
10	30	+0,1730	+0,2720	-0,0991	+0,1729	+0,0011
11	35	+0,2189	+0,2189	-0,0239	+0,1950	+0,0239
12	40	+0,2420	+0,1770	+0,0520	+0,2290	+0,0130
13	45	+0,1331	+0,1331	+0,0409	+0,1740	-0,0409
14	50	+0,0000	+0,0990	-0,0340	+0,0650	-0,0650
15	58	+0,0610	+0,0610	-0,0060	+0,0540	+0,0070
16	63	+0,0739	+0,0340	+0,0350	+0,0690	+0,0049
17	70	+0,0000	+0,0000	-0,0095	-0,0095	+0,0095

В графе 7 приведены разности значений $\rho(\tau)$, полученные путем эксперимента и вычисленные по уравнению (25). В некоторых случаях отклонения составляют 5-10%, однако все наиболее значительные отклонения $\Delta\rho$ соответствуют тем участкам кривой, которые имеют большую кривизну и, следовательно, на характер кривой с существенного влияния не оказывают.

Результат сравнения кривых по площадям показывает, что разность площадей, заключенных между опытной и аппроксимирующими кривыми и осями координат, составляет всего 0,8%.

Рассмотренный пример показывает, что сочетанием тех или иных методов и приемов можно получить удовлетворительные результаты для довольно сложных зависимостей.

Статистическая обработка случайных процессов с помощью ЭВМ "Мир-2" рассмотрена на конкретном примере обработки микропрофиля автомобильной дороги, полученного по результатам натурального замера микропрофиля, произведенного с интервалом в 1м. Результаты обработки приведены в прилож. 2.

Приложения

I. Условные обозначения к программам

Программа для статистической обработки микропрофиля дороги состоит из четырех частей.

Первая часть программы, приведенная на с. 16, соответствует определению первичных статистических характеристик случайного процесса:

- XB - математическое ожидание;
- SB - среднее квадратичное отклонение;
- $V = \frac{m_n}{\sigma} \cdot 100$ - мера изменчивости;
- A - коэффициент асимметрии (мера косости);
- E - коэффициент эксцесса (мера крутости);
- SA_n и SE - среднее квадратичные отклонения показателей A и E;
- MIN_n и MAX_n - минимальное и максимальное значения элементов массива;
- Ц - число интервалов разбиения;
- H - величина интервала разбиения.

Во второй части находятся :

- Z[...e] - границы интервалов разбиения;
- M[...] - число членов массива в каждом интервале соответственно.

На с. 18 приведена третья часть программы:

- Z[1,1] - начало каждого интервала;
- Z[1,2] - конец каждого интервала;
- M[I] - частота (число членов массива в каждом интервале);
- M1 - накопленная частота;
- FЭ - эмпирическая функция распределения;
- F - гипотетическая функция распределения;
- D - разность FЭ и F;
- P - теоретическая вероятность;
- XИ2 - критерий согласия;
- ЛК - критерий Колмогорова.

В табл. 2 даны результаты статистической обработки массива случайных чисел, а на рис. 2-6 - соответствующие

графические зависимости.

На с.22 приведены данные, относящиеся к вычислению нормированной корреляционной функции РТ (см.рис.6); на рис.6 приведена также аппроксимированная корреляционная функция (кривая 2); на с. 24 - программа аппроксимации и результаты расчета.

Как правило, подбор коэффициентов аппроксимирующего уравнения - довольно трудоемкий процесс. Значительно облегчить и ускорить его помогает применение ЭЕМ, например, "МИР-2".

Для определения параметров α , β , A используем метод наименьших квадратов. Сумму квадратов отклонений получим по формуле

$$Y(A, \alpha, \beta) = \sum_{i=1}^N (F(A, \alpha, \beta, \tau) - P(\tau))^2 \quad (26)$$

Следовательно параметры A , α , β должны быть подобраны так, чтобы функция $Y(A, \alpha, \beta)$ имела минимальное значение.

Используя необходимые условия экстремума функции многих переменных, получим систему:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y}{\partial A} &= 0; \\ \frac{\partial Y}{\partial \alpha} &= 0; \\ \frac{\partial Y}{\partial \beta} &= 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Программа реализует метод случайного поиска для отыскания условного экстремума многопараметрического явного функционала от N параметров

$$Y = f(A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2) \quad (28)$$

$$\text{и при ограничении } d < Y, \quad (29)$$

где $d = \text{const.}$

Поиск осуществляется в N -мерной допустимой области $R^{(N)}$:

$$\begin{aligned} a_1 &\leq A \leq b_1; \\ a_2 &\leq \alpha \leq b_2; \\ &\dots \dots \dots \\ a_N &\leq \beta \leq b_N. \end{aligned} \quad (31)$$

Задача заключается в отыскании такого вектора

$$X_0^* = (A_1^*, A_2^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*, \beta_1^*, \beta_2^*) \in R^{(N)} \quad \text{для ко-}$$

торого достигается минимум функционала вида (3) в допустимой области:

$$Y(x^*) = \min_{x \in R^{(N)}} Y(x); \quad (32)$$

при ограничениях (29), (30).

Отыскание локального экстремума функционала в заданной области поиска осуществляется при помощи метода случайного поиска "с пересчетом".

Из начальной точки x^0 координаты вычисляются по формуле

$$x_i^{(0)} = (a_i + b_i) / 2, \quad (33)$$

где a_i и b_i - нижняя и верхняя границы параметров.

Делается шаг в пространстве переменных $R^{(N)}$ в случайном направлении:

$$x_i^{(n+1)} = x_i^{(n)} + \Delta x_i^{(n+1)}, \quad (34)$$

где n - номер шага; $\Delta x_i^{(n+1)}$ - шаг в пространстве $R^{(N)}$.

Если точка оказывается "хорошей", т.е. удовлетворяет условиям (30), то вычисляется значение минимизирующего функционала в этой точке.

Если значение минимизирующего функционала в новой точке удовлетворяет поставленному требованию, т.е. оно меньше значения в предыдущей точке, то новый случайный шаг делается из этой точки; если не удовлетворяет, то случайный шаг делается из предыдущей точки, т.е. возврат как бы пересчитывается вместе со случайным шагом. Это означает, что

$$\Delta x_i^{(n+1)} = \begin{cases} h_i \xi_i, & \text{если } Y_n < Y_{n-1}; \\ -\Delta x_i^{(n)} + h_i \xi_i, & \text{если } Y_n \geq Y_{n-1}, \end{cases} \quad (35)$$

где Y_{n-1} - наименьшее значение минимизируемого функционала за $n-1$ предыдущих шагов поиска; $h_i = (b_i - a_i) / 4$ - величина шага; ξ_i - случайные числа нормального распределения.

Переход в новую точку возможен лишь при выполнении всех условий (28) и (29).

Если число неудачных шагов перехода в новую точку превысит некоторое наперед заданное число T , то длина шага R_i уменьшится вдвое.

Рекомендуется выбирать число неудачных попыток поряд-
ка 20 - 30.

Поиск прекращается, когда $h_i \leq \epsilon_i$,
где $\epsilon_i = (\epsilon_i - a_i) / 2^p$ и $p = 8 + 10$.

В программе используется датчик случайных чисел с
нормальным законом распределения, математическим ожиданием,
равным 0, и дисперсией - 1.

Применение приведенной метода и значительно упрощает
и ускоряет процесс аналитического решения различных задач
аппроксимирования корреляционных функций. Это имеет не -
посредственное значение для решения широкого круга задач
исследования динамики движения транспортных систем.

2. Программы статистической обработки микропрофиля дороги

"ПУ"СТ"ПВЗР.ЛВ=Σ(I=1,N,χ[I])/N;Sλ=√(Σ(I=1,N,(χ[I]-χВ)²)/(N-1));V
=Sλ/χВ×100;"ЛВ"χВ;"ПРОБ"2,Sλ;"ПРОБ"2,V;A=Σ(I=1,N,(χ[I]-χВ)³)/(
N×Sλ³);E=Σ(I=1,N,(χ[I]-χВ)⁴)/(N×Sλ⁴)-3;SA=√(6×(N-1)/((N+1)×(N
+7)));SE=√(24×N×(N-2)×(N-3)/((N-1)²×(N+3)×(N+5)));;"ВЫВ"А;"ПРОБ"
2,E;"ПРОБ"2,SA;"ПРОБ"2,SE;"ДЛ"И=1"Ш"1"ДО"Н"ВЫП"("ЕС"χ[I]<МИН"ТО"
МИН=χ[I]"ИНАЧЕ""ЕС"χ[I]>МАХ"ТО"МАХ=χ[I]"ИНАЧЕ"У=У);;"ВЫВ"МИН;"ПРО
Б"2,МАХ;Н=(МАХ-МИН)/(1+3.2×LG(N));;"ВЫВ"Н;Ц=ε((МАХ-МИН)/Н);;"ВЫВ"Ц
;"ЕС"Ц>15"ТО"Ц=15;Н=(МАХ-МИН)/15);;"ВЫВ"Н;С1=(МИН-Н/2-χВ)/Sλ;С2=
(МАХ+Н/2-χВ)/Sλ;;"ВЫВ"С1,С2"КОН"0

"ВЫП"Н=150;МИН=41;Л=49;"НА"ПВЗР"ГДЕ"χ[150]=41,49,32,44,40,43,4
4,48,47,36,49,52,55,53,54,50,44,57,39,50,49,48,37,32,49,45,52,44
,51,49,56,52,47,38,47,47,36,47,54,53,40,40,39,50,46,47,44,44,49,
56,43,49,62,45,43,26,43,43,42,46,38,48,44,43,50,48,43,46,40,51,4
1,47,50,43,43,41,39,50,36,39,41,47,48,51,61,54,48,47,45,39,46,48
,47,56,48,52,50,48,42,44,51,46,50,45,51,51,53,47,50,51,34,36,48,
42,42,46,41,40,39,46,36,39,56,56,41,42,52,43,52,48,39,42,36,46,4
0,41,50,51,49,46,40,48,41,59,35,52,50,43,44,40"КОН"0

χВ=.458066₁₀ Sλ=.608058₁₀ V=.132744₁₀ 20A=.105657₁₀ N=
.135740₁₀ SA=.196712₁₀ SE=.385691₁₀ 000МИН=26 МАЛ=62Н=.452063₁₀ Л=
=7Н=.452063₁₀ С1=.362907₁₀ С2=.307465₁₀

"ПУ СТ"ПКС. СЧ=1; Z[1,1]=МИН-Н/2; Z[1,2]=МИН+П/2; "ДЛ"И=2"Ш"1"РЫП"(СЧ
 =СЧ+1; Z[1,1]=Z[1-1,2]; Z[1,2]=Z[1,1]+Н; "ЕС"Z[1,2]<МАХ"ТО"(У=У; "НА
 "L2)"ИНАЧЕ"НА"Л1; L2.); L1."ДЛ"И=1"Ш"1"ДО"СЧ"ЫП"(M[I]=0; "ДЛ"J=1"
 Ш"1"ДО"Н"ЫП"ЕС"X[J]>Z[1,1]"И"X[J]<Z[1,2]"ТО"М[I]=M[I]+1"ИНАЧЕ"
 У=У); "РЫВ""МАСС"Z, "МАСС"М, "СТР", СЧ"КОИ"0

"РЫП"Н=150; МИН=26; МАХ=62; Н=.452063₁₀; "НА"ПКС"ГДЕ"М[9]; Z[9,2]; X[1
 50]=41,49,32,44,40,43,44,48,47,36,49,52,55,53,54,50,44,57,39,50,
 49,48,37,32,49,45,52,44,51,49,56,52,47,38,47,47,36,47,54,53,40,4
 0,39,50,46,47,44,44,49,56,43,49,62,45,43,26,43,43,42,46,38,48,44
 ,43,50,48,43,46,40,51,41,47,56,43,43,41,39,50,36,39,41,47,48;51,
 61,54,48,47,45,39,46,48,47,56,48,52,50,48,42,44,51,46,50,45,51,5
 1,53,47,50,51,34,36,48,42,42,46,41,40,39,46,36,39,56,56,41,42,52
 ,43,52,48,39,42,36,46,40,41,50,51,49,46,40,48,41,59,35,52,50,43,
 44,40"КОИ"0

Z[9,2]=.237397₁₀2, .282603₁₀2, .282603₁₀2, .327810₁₀2, .327810₁₀2,
 .373017₁₀2, .373017₁₀2, .418224₁₀2, .418224₁₀2, .463431₁₀2, .463431₁₀2,
 .508638₁₀2, .508638₁₀2, .553845₁₀2, .553845₁₀2, .599052₁₀2, .599052₁₀2,
 .644259₁₀2
 M[9]=1,2,9,26,39,41,22,8,2
 СЧ=90

"РЫП""Ф"2; "ДЛ"И=1"Ш"1"ДО"СЧ"ЫП"X[Г1]=(Z[1,1]+Z[1,2])/2; ЛK=C; ХИ2
 =0; I=0; M1=0; F=0; L1.I=L1+1; "ЕС"И<СЧ"ТО"(M1=M1+Г1); F3=I/3; P=Z[1,1
]; C=Z[1,2]; "ЭЛИ"И=1"ИЛИ"И=C"ТО"Р=1₁₀-3"ИНАЧЕ"Р=1/(SX*(2*7))*(
 (T=F,C,I,XP(-(T-XP)/SX)12/2)); R=F+P; D=ABS(F3-F); "С"ДК<Д"ТО"
 ЛK=D); ХИ=(ХИ2+(M[Г1]-N*P)12/(N*P)); "РЫВ""ТАБЛ"1,Z[1,1],Z[1,2],I[Г1
],M1,F3,P,F,D); "С"И>СЧ"ТО"(НА"Л4)"ИНАЧЕ""НА"Л3; L4."РЫВ""СТР",ЛK
 ,"ПРОБ"2,ХИ2"ГДЕ"K=20; G[9]; Г9=1,2,9,26,39,41,22,8,2; Г9,2]=.2
 37397₁₀2, .282603₁₀2, .282603₁₀2, .327810₁₀2, .327810₁₀2, .373017₁₀2, .37301
 7₁₀2, .418224₁₀2, .418224₁₀2, .463431₁₀2, .463431₁₀2, .508638₁₀2, .508638₁₀2,
 .553845₁₀2, .553845₁₀2, .599052₁₀2, .599052₁₀2, .644259₁₀2; СЧ=9; Н=150; ХР=
 .458066₁₀2; SX=.688058₁₀1"КОИ"0

Таблица 2.

ИЛ, 1]	ИЛ, 2]	ИЛ	№	ЭЭ	Т	Т	Т
.23797 _м 2	.28260 _м 2	1	1	.66660 _м -2	.10000 _м -2	.10000 _м -2	.56660 _м -20
.28260 _м 2	.37810 _м 2	2	2	.20000 _м -1	.14134 _м -1	.15134 _м -1	.486560 _м -20
.32781 _м 2	.37301 _м 2	9	12	.80000 _м -1	.64853 _м -1	.799876 _м -1	.124000 _м -40
.37301 _м 2	.41822 _м 2	26	38	.25333 _м 0	.17519 _м 0	.25518 _м 0	.184700 _м -20
.41822 _м 2	.46343 _м 2	39	77	.51333 _м 0	.27091 _м 0	.53417 _м 0	.208380 _м -10
.46343 _м 2	.50863 _м 2	41	118	.78660 _м 0	.26205 _м 0	.7962 _м 0	.956900 _м -20
.50863 _м 2	.55384 _м 2	22	140	.93330 _м 0	.14518 _м 0	.94141 _м 0	.808400 _м -20
.55384 _м 2	.59905 _м 2	8	148	.98660 _м 0	.47406 _м -1	.988920 _м 0	.216000 _м -2
.59905 _м 2	.64425 _м 2	2	140	.10000 _м 1	.100000 _м -2	.999820 _м 0	.101800 _м -1

ИЛ = 200300_м-1 ИЛ = 201776_м2

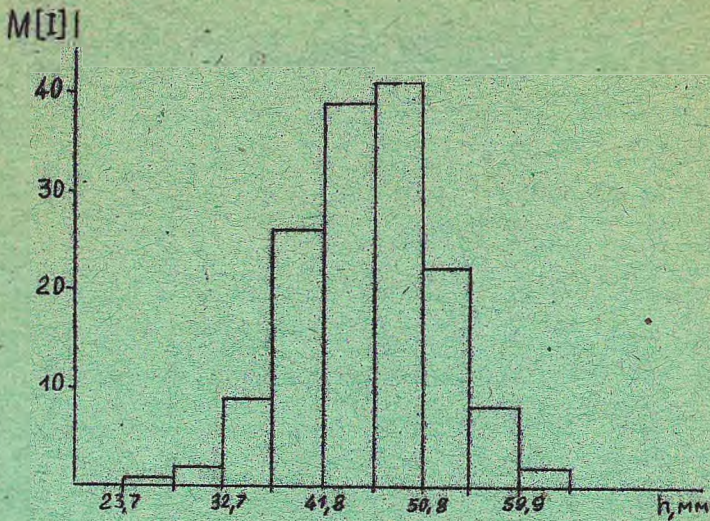


Рис.2. Гистограмма плотности вероятности случайной величины

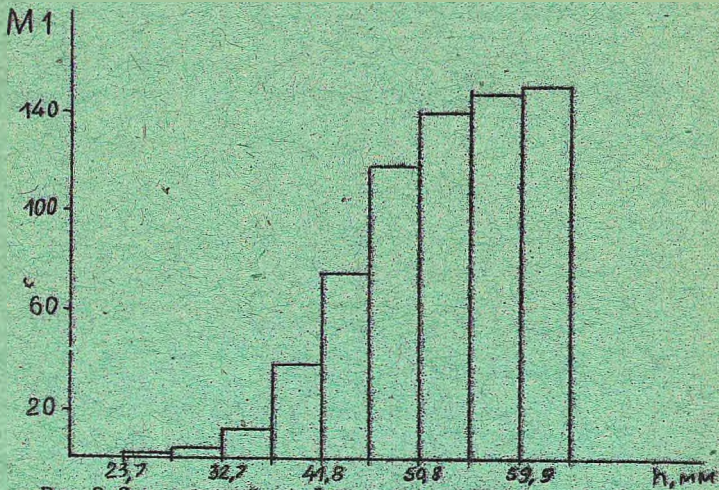


Рис.3. Ступенчатый график распределения случайной величины

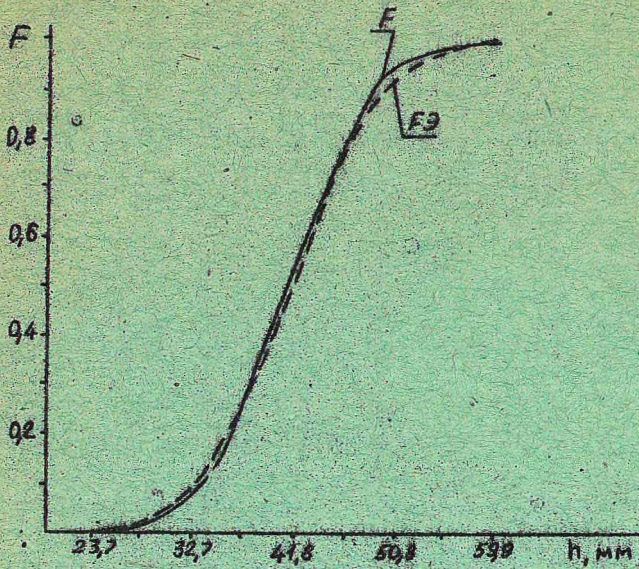


Рис.4. Функции распределения

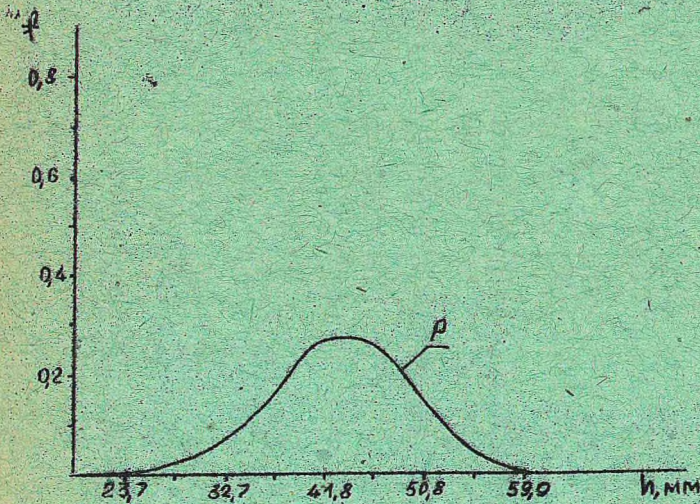


Рис.5. Теоретическая кривая распределения

"ПУСТ"КОРФ." ДИ"Т=1"Ш"1" ДО"Н" ВЫП"Х[I]=Х[I]-ХВ;" ДИ"М=0"Ш"1" ДО"Н-1"
ВЫП"(РТ=Σ(I=1, N-M, Х[I]×Х[I+M])/(N-M); "ЕС"М=0"Т0"(РО=РТ); РТ=РТ/РО
;Т=М×ДИ;"ВЫВ""ТАБЛ"i, Т, РТ); У=У"КОН"0

"ВЫП"N=150; ХВ=.450066_м2;"НА"КОРФ"ГДЕ" Х[150]=41,49,32,44,40,43,44
,48,47,36,49,52,55,53,54,50,44,57,30,50,49,48,37,32,49,45,52,44,
51,49,56,52,47,38,47,47,36,47,54,53,40,40,39,50,46,47,44,44,49,5
6,43,49,62,45,43,26,43,43,42,46,38,48,44,43,50,48,43,46,40,51,41
,47,56,43,43,41,39,50,36,39,41,47,48,51,61,54,48,47,45,39,46,48,
47,56,48,52,50,40,42,44,51,46,50,45,51,51,53,47,50,51,34,36,48,4
2,42,46,41,40,39,46,36,39,56,56,41,42,52,43,52,48,39,42,36,46,40
,31,50,51,49,46,40,48,41,59,35,52,50,43,44,40; ДИ"1"КОН"0

Т	РТ
0	.100000 _м 10
1	.137851 _м 00
2	.826405 _м -10
3	-.491145 _м -20
4	-.145369 _м -10
5	-.206513 _м -10
6	-.193118 _м 00
7	-.199381 _м -20
8	-.119632 _м 00
9	-.211542 _м -10
10	-.681368 _м -30
11	-.873839 _м -10
12	-.111451 _м 00
13	-.128852 _м 00
14	-.127563 _м 00
15	-.109755 _м -10

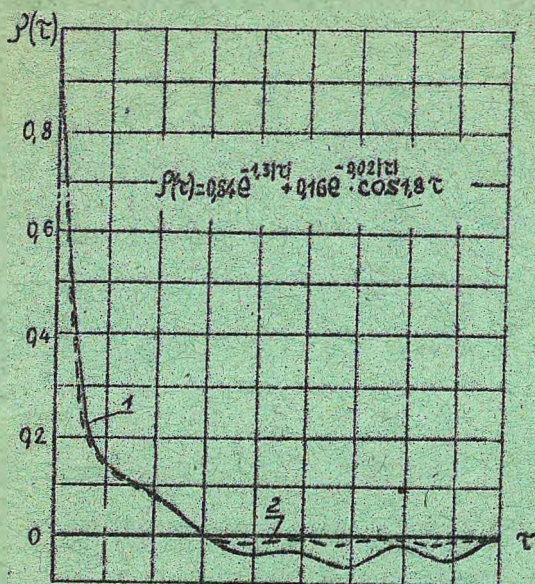


Рис. 6. Нормированная корреляционная функция:
1-экспериментальная кривая; 2-аппроксимиро-
ванная кривая

"ЛЫП""Ф"2;Т=0;ОПТ."ДЛЯ"И=1"Ш"1"ДО"4"ЛЫП"(X[I]=(A[I]+B[I])/2;ХО[I]=X[I];EPS[I]=(L[I]-A[I])/2!N1;Ш[I]=(L[I]-A[I])/4);УО=Ф;"БЫВ"УО;"БЫВ""МАСС"ХО;Н=1;В=√(10)·π=2/√3;Г=√(3);L."ДЛЯ"И=1"Ш"1"ДО"4"ЛЫП"(S=0;R=G×Н;Ш=R/P;C=J(ш);S=S+C;K=R-P×г(ш);Н=K;"ДЛЯ"J=2"Ш"1"ДО"10"ЛЫП"(R=K×Н;Ш=R/P;C=J(ш);S=S+C;K=R-P×г(ш));NORM=(π×S-Б)×Г;X[I]=ХО[I]+Ш[I]×NORM;"ЕСЛИ"X[I]<P[I]"ТО"("ЕСЛИ"X[I]>A[I]"ТО"("LO=0))"ИНАЧЕ"("НА"Л));L1.У=Ф;"Е"У<Д"ТО"("НА"Л3);"Е"У<О"ТО"("ДЛЯ"И=1"Ш"1"ДО"4"ЛЫП"ХО[I]=X[I];УО=У;"БЫВ"У;"НА"Л);"ДЛЯ"И=1"Ш"1"ДО"4"ЛЫП"("Е"Ш[I]>EPS[I]"ТО"("НА"Л2));"НА"Л3;L2.Т=Т+1;"ЕСЛИ"Т<Т"Т"("НА"Л);"ДЛЯ"И=1"Ш"1"ДО"4"ЛЫП"Ш[I]=Ш[I]/2;Т=0;"НА"Л;Л3."БЫВ"УО;"БЫВ""МАСС"ХО;"БЫВ""МАСС"Ш;"ДЛЯ"К=1"Ш"1"ДО"10"ЛЫП"(ДЕ=F(ТАУ·(К-1))-КФ[К]);"БЫВ""ТАБЛ"1,К,ТАУ×(К-1),F(ТАУ×(К-1)),КФ[К],ДЕ"ГДЕ"Р=5087;G=2900;Г1=20;N1=8;Д=0;Ф=Σ(К=1,10,(F(ТАУ×(К-1))-КФ[К])!2);ХО[4];X[4];Ш[4];EPS[4];ТАУ=1;F(ТАУ)=X[1]×EXP(-X[2]×ТАУ×(К-1))×COS(X[3]×ТАУ×(К-1)))+(1-X[1])×EXP(-X[4]×ТАУ×(К-1));КФ[10]=1,-.134,-.085,-.00357,-.0422,-.0277,-.0968,-.0088,-.056,-.0042;А[4]=0,0,0,0.3;В[4]=0.3,0.4,4,1.5"КОН"Ф

УО=.469259₁₀-1

ХО[4]=.150000₁₀0,.207700₁₀0,.200000₁₀1,.900000₁₀0Ф

У=.277345₁₀-1 У=.210316₁₀-1 У=.198352₁₀-1 У=.140378₁₀-1

У=.136815₁₀-1 УО=.136815₁₀-1

ХО[4]=.162663₁₀0,.212992₁₀-1,.183113₁₀1,.129751₁₀1

Ш[4]=.117187₁₀-2,.156250₁₀-2,.156250₁₀-1,.468750₁₀-2

К	ТАУ×(К-1)	F(ТАУ×(К-1))	КФ[К]	ДЕ
1	0	.100000 ₁₀ 1	1	0
2	1	.133546 ₁₀ 0	.134000 ₁₀ 0	-.454000 ₁₀ -3
3	2	.866370 ₁₀ -1	.850000 ₁₀ -1	.163700 ₁₀ -2
4	3	-.570330 ₁₀ -2	-.570000 ₁₀ -2	-.210000 ₁₀ -2
5	4	-.111000 ₁₀ -1	-.110000 ₁₀ -1	.200000 ₁₀ -3
6	5	-.270000 ₁₀ -4	-.277000 ₁₀ -1	.210000 ₁₀ -1
7	6	.310500 ₁₀ -3	-.968000 ₁₀ -1	.572110 ₁₀ -1
8	7	-.321724 ₁₀ -4	-.880000 ₁₀ -2	.876782 ₁₀ -2
9	8	.184814 ₁₀ -5	-.500000 ₁₀ -1	.500020 ₁₀ -1
10	9	-.865260 ₁₀ -7	.200000 ₁₀ -3	-.200067 ₁₀ -3Ф

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. -М., 1958.
2. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. -М., 1959.
3. Силаев А.А. Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. -М., 1972.
4. Цуккерман М.Л. Эмпирические формулы. - М., 1932 .
5. Семендяев К.А. Эмпирические формулы. -М.-Л., 1933.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
I. Статистические характеристики случайных процессов. 3	
I.1. Асимметрия и эксцесс	4
I.2. Критерий согласия χ^2 Пирсона	5
I.3. Критерий согласия λ Колмогорова	6
2. Корреляционная функция	7
3. Аппроксимация корреляционных функций	7
Приложения	12
Литература	25

Составители: Анатолий Васильевич Жуков,
Мария Захаровна Дубкова

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ ПО РАЗДЕЛУ
"СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА МИКРОПРОФИЛЕЙ ДОРОГ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ЭВМ "МИР-2" КРУСА "ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ
СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН"

Редактор И.В. Старовойтова, Корректор О.Н. Ромаева.
Подписано в печать 12.09.83 г. ЛТ 161.9. Формат 60x84¹/16.
Печать офсетная. Уд. печ. л. 1,2. Уч.-изд. л. 1,3. Тираж 200 экз.
Заказ 487. Цена 4 к.

Отпечатано на ротапринте Белорусского ордена Трудового
Красного Знамени технологического института им. С.М. Нирова,
220630. Минск, Свердлова, 13.