

630^{x3}
С71

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ПОДРЕССОРИВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН

Методические указания
по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности 0519



ЛЕНИНГРАД
1980

630x3
С71

Министерство высшего
и среднего специального образования
РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКАЯ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ЛЕСОТЕХНИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ имени С. М. КИРОВА

ХНХ

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ПОДРЕССОРИВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН

Методические указания
по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности 0519

15204 лм.

Библиотека БГТУ



00001003142006

ЛЕНИНГРАД
1980

БИБЛИОТЕКА БТИ
им. С. М. Кирова

Рассмотрены и рекомендованы к изданию
методической комиссией лесомеханического факультета
Ленинградской ордена Ленина
лесотехнической академии имени С. М. Кирова
2 ноября 1979 года

Составители:

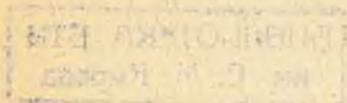
доктор технических наук, профессор **С. Ф. Орлов**;
кандидат технических наук, доцент **А. В. Жуков**;
ст. преподаватель **С. Ф. Козьмин**

Отв. редактор

доктор технических наук, профессор **С. Ф. Орлов**

Рецензенты:

кандидат технических наук, старший научный сотрудник
Ю. Н. Гомельский (ЛенНИИЛХ);
кандидат технических наук, доцент
Ю. Г. Артамонов (ЛТА)



ПРЕДИСЛОВИЕ

XXV съезд КПСС наметил дальнейший рост механизации всех отраслей народного хозяйства, включая лесное хозяйство, лесную и деревообрабатывающую промышленность.

В настоящее время в лесном хозяйстве находят применение лесотранспортные машины, созданные на базе сельскохозяйственных тракторов класса тяги 6—14 кН в агрегате с активными полуприцепами [1].

К лесотранспортным машинам предъявляются повышенные требования в отношении их производительности, проходимости, вертикальной динамики.

При изучении динамики лесотранспортных машин, с целью упрощения задачи, основной источник возбуждения их колебаний — микропрофиль лесного волока или дороги может идеализироваться. При этом форма неровностей волока принимается такой, чтобы возможно было описать его микро-рельеф с помощью аналитического выражения, часто, например, уравнением синусоиды [2].

Многочисленными исследованиями установлено, что в самом общем случае воздействие на транспортную машину может быть представлено только в виде случайной функции [3, 4].

Такой подход к исследованию взаимодействия с дорогой наиболее правильный, так как позволяет с максимальной точностью учесть характер воздействия. Тогда решение задачи усложняется и требует применения других методов.

При решении данной и других аналогичных задач с успехом используется одно из направлений теории вероятностей — статистическая динамика, в частности, при рассмотрении колебаний специальных колесных лесотранспортных машин при перемещении их с пачкой хлыстов по лесному волоку широко применяется разработанная А. А. Силаевым спектральная теория подрессоривания транспортных машин [3].

Студенты лесомеханического факультета, изучающие курс «Проектирование и расчет специальных лесных машин», а также другие курсы, где изучаются случайные процессы, могут применять данные методические указания для обработки осциллограмм и для исследования специальных лесных машин при выполнении лабораторных работ.

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ПОДРЕССОРИВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН

При выполнении лабораторных работ студенты определяют геометрические параметры пачки хлыстов (длину, массу, объем, жесткость, коэффициент сопротивления) и параметры специальной лесотранспортной машины (положение центра масс, радиус инерции, жесткость шин, коэффициент сопротивления шин, расстояние между осями) [1, 5].

При работе на трелевке леса специальные лесотранспортные машины совершают колебания. Эти колебания возникают в результате воздействия микропрофиля лесного волока. Так как такое возмущение является случайным, то расчет лесотранспортной машины ведется на основе спектральной теории подрессоривания [6].

Спектральная теория подрессоривания ставит целью произвести оценку динамики и выбор параметров лесотранспортной машины.

Применяя спектральную теорию подрессоривания, студенты оценивают конструкцию лесотранспортной машины при работе в реальных условиях. При этом ставятся следующие задачи:

- статистическая обработка микропрофиля лесного волока;
- составление математической модели процесса колебаний при перемещении лесотранспортной машины по лесному волоку;
- определение передаточных функций и амплитудно-частотных характеристик параметров колебаний лесотранспортной машины;
- определение спектральных плотностей рассматриваемых параметров колебаний;
- оценка конструктивных параметров лесотранспортной машины.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

При статистической обработке микропрофиля лесного волока студенты определяют основные характеристики — математическое ожидание, дисперсию, корреляционную функцию, спектральную плотность. Для того, чтобы получить эти характеристики, студенты вначале знакомятся с основными понятиями теории вероятностей.

2.1. Основные понятия теории вероятностей

Под событием в теории вероятностей понимается любой факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.

Частота (частость) события обычно называется статистической вероятностью и обозначается буквой P^* .

Частота события определяется из выражения

$$P = \frac{\gamma}{N}, \quad (2.1)$$

где γ — число появлений события;

N — общее число опытов.

Случайным событием (или случайной величиной) называется такое событие, которое в результате опыта может принять то или иное значение, причем, заранее неизвестное.

Случайной функцией называется функция, которая в результате опыта может принять тот или иной конкретный вид, неизвестно заранее — какой именно. Конкретный вид, принимаемый случайной функцией в результате опыта, называется реализацией случайной функции.

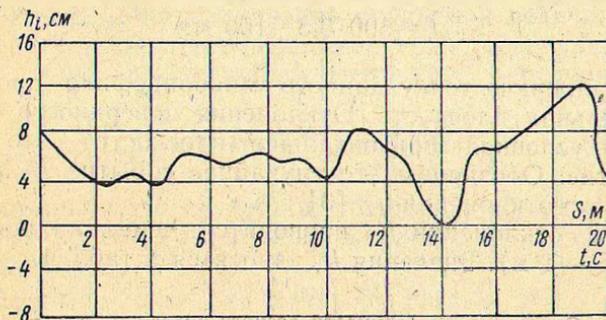


Рис. 2.1. Микропрофиль лесного волокна

Случайная функция называется стационарной, если все ее вероятностные характеристики не зависят от начала отсчета времени.

Некоторые случайные функции обладают эргодическим свойством. Эргодическое свойство состоит в том, что каждая отдельная реализация случайной функции достаточной продолжительности может заменить при обработке множество реализаций той же продолжительности [4].

Случайные события могут быть равновероятными и неравновероятными. Рассмотрим статистические характеристики случайных процессов на примере источника возмущений лесотранспортной машины — микропрофиля лесного волокна (рис. 2.1).

* Приведенные буквенные обозначения здесь и далее соответствуют обозначениям, принятым А. А. Силаевым [3].

Начальной операцией статистической оценки микропрофиля лесного волокна является его измерение. Съемка микропрофиля может производиться различными методами. При этом используются методы непосредственного замера высот неровностей с помощью нивелиров. Применяется также непрерывная запись микропрофиля профиллографами различных систем.

Необходимый объем информации может быть получен [7] на участке

$$L = (400 + 600) \Delta L,$$

где $\Delta L = v \Delta t$;

Δt — интервал квантования, 0,1 с;

v — скорость движения (1 ÷ 3 м/с);

$$\Delta L = 0,1 \div 0,3 \text{ м},$$

отсюда

$$L = 500 \cdot 0,3 = 150 \text{ м}.$$

Через нижнюю точку данного микропрофиля проводится горизонтальная плоскость. Отклонения поверхности лесного волокна от условной горизонтальной плоскости — это случайное событие. Обозначим это случайное событие H , а значения каждого отклонения h_i [3].

Замеры отклонений h_i проводятся через каждый метр (т. е. шаг — 1 м). Значения h_i заносятся в табл. 1.

Таблица 1

Отклонения поверхности лесного волокна от оси S

Точки отсчета по ординате волокна S (шаг = 1 м)	h_i , см	Точки отсчета по ординате волокна S (шаг = 1 м)	h_i , см
1,0	6,0	11,0	8,0
2,0	4,0	12,0	6,0
3,0	4,0	13,0	4,0
4,0	4,0	14,0	0,0
5,0	6,0	15,0	6,0
6,0	6,0	16,0	6,0
7,0	6,0	17,0	8,0
8,0	6,0	18,0	10,0
9,0	6,0	19,0	12,0
10,0	4,0	20,0	4,0

Примечание. Для упрощения, наглядного объяснения и сокращения процесса записей по расчету и обработки на ЭВМ, статистические характеристики микропрофиля лесного волокна рассматриваются на условно ограниченном участке волокна длиной 20 м.

Для дальнейших расчетов необходимо, чтобы ось S являлась одновременно и осью времени t . Для этого необходимо координату S поделить на единичную скорость $v = 1$ м/с.

Число появлений каждого отклонения h_i обозначают γ_i , а частоту появлений каждого значения h_i обозначают P_i .

Для количественной характеристики распределения вероятностей случайной величины удобно воспользоваться вероятностью события $P_i (H < h_i)$, т. е., когда конкретные значения вероятностей $P_i (H < h_i)$ равны сумме предыдущих значений вероятностей.

К числовым характеристикам, выражающим наиболее существенные особенности распределения случайной величины, относятся математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение.

Математическое ожидание $M [H]$ определяет центр группирования возможных значений случайной величины. В теории вероятностей математическое ожидание часто обозначают m_H . Оно для случайной величины определяется формулой

$$m_H = M [H] = \sum_{i=1}^n h_i P_i. \quad (2.2)$$

Центрированной случайной величиной H_0 (или $\overset{\circ}{H}$) называется отклонение случайной величины H от математического ожидания:

$$H_0 = h_i - m_H.$$

Математическое ожидание для центрированной случайной величины равно нулю. $m_{H_0} = 0$.

Дисперсия случайной величины является характеристикой рассеивания около ее математического ожидания и определяется по формуле

$$\sigma_H^2 = D [H] = \sum_{i=1}^n (h_i - m_H)^2 P_i. \quad (2.3)$$

Среднеквадратичное отклонение σ_H также является характеристикой рассеивания, однако размерность ее совпадает с размерностью случайной величины, что более удобно в практических расчетах.

Среднеквадратичное отклонение σ_H определяется из уравнения

$$\sigma_H = \sqrt{D [H]}. \quad (2.4)$$

Данные табл. 1 использованы при составлении табл. 2 для группирования (квантования) высот неровностей по рядам.

Для рассматриваемого примера лесного волокна, на котором было проведено 20 замеров, в табл. 2 сведены данные, характеризующие микропрофиль участка этого волокна.

Таблица 2

Характеристики случайной величины H

i	h_i , см	γ_i	$P_i = \frac{\gamma_i}{N}$ ($N=20$) $f(H)$	$P_i(H < h_i) = \sum_{i < 1}^n P_i = \sum_{i < 1}^n \frac{\gamma_i}{N} = \frac{F(H)}$	$h_i \cdot P_i$, см	$H_0 = \sum_{i=1}^n h_i - m_H$	$(h_i - m_H)^2 P_i$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,0	1	0,05	0,00	0,00	-5,8	1,682
2	4,0	6	0,30	0,05	1,20	-1,8	0,972
3	6,0	9	0,45	0,35	2,70	+0,2	0,018
4	8,0	2	0,10	0,80	0,80	+2,2	0,484
5	10,0	1	0,05	0,90	0,50	+4,2	0,882
6	12,0	1	0,05	0,95	0,60	+6,2	1,922
7	>12,0	—	—	1,00	—	—	—

Итого
 $N=20$

$$m_H = \sum_{i=1}^n h_i P_i = 5,8 \text{ см}$$

$$\begin{aligned} \sigma_H^2 &= D[H] = \sum_{i=1}^n (h_i - m_H)^2 \times P_i = \\ &= 5,96 \text{ см}^2 \end{aligned}$$

По значениям характеристики случайной величины H , приведенным в табл. 2, строятся кривые распределения (рис. 2.2).

По данным графы 5 табл. 2 строится график функции распределения $F(H)$ случайной величины H (рис. 2.2).

Функцию распределения $F(H)$ в теории вероятностей называют интегральной функцией распределения. Производная от этой функции $\frac{dF(H)}{d(H)} = f(H)$ (графа 4 табл. 2) называется плотностью распределения. В теории вероятностей функцию $f(H)$ называют дифференциальной функцией рас-

предела. Функция $f(H)$ характеризует плотность, с которой распределяются значения h_i случайной величины H в данной точке. В большинстве случаев микронеровности лесных волоков распределяются по нормальному закону Гаусса. При нормальном законе распределения случайной величины H функция, характеризующая плотность вероятности

$$f(H) = \frac{1}{\sigma_H \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(h_i - m_H)^2}{2\sigma_H^2}} \quad (2.5)$$

Кривая нормального распределения имеет симметричный холмообраз-

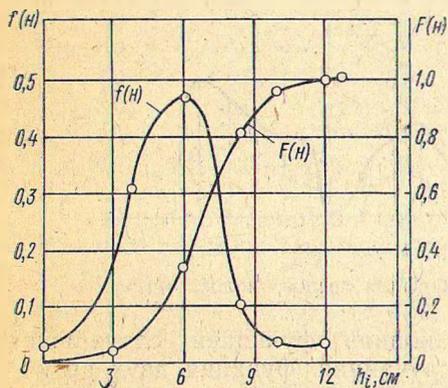


Рис. 2.2. Кривые распределения неровностей лесного волокна по данным опытов

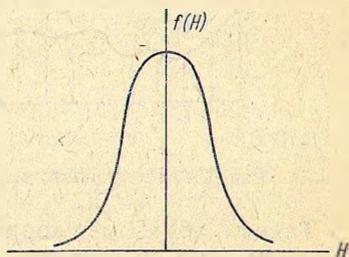


Рис. 2.3. Кривая нормального распределения

ный вид (рис. 2.3). При $m_H = 0$ кривая симметрична оси ординат, при изменении m_H она смещается вдоль оси абсцисс, не меняя формы.

На форму кривой распределения оказывает влияние величина σ_H , например, при увеличении среднеквадратичного значения, кривая распределения становится более полой.

2.2. Корреляционная функция воздействия

Случайная функция, описывающая микропрофиль, как уже было указано, может быть выражена функцией времени. Тогда она обозначается $H(t)$, а каждые значения случайной функции $H(t)$ обозначаются h_{ti} (рис. 2.4).

Корреляционная функция характеризует степень зависимости между ординатами случайной функции, относящимися к различным значениям времени.

Рассмотрим два сечения микропрофиля лесного волокна (рис. 2.4), относящихся к различным моментам времени: t_1 и t_2 , где $t_2 = t_1 + \tau$ (τ — интервал измерения). Каждому моменту времени будут соответствовать значения случайной функции h_{t_1} и $h_{t_1+\tau}$. При близких значениях t_1 и $t_1 + \tau$, т. е. при малых значениях τ , h_{t_1} и $h_{t_1+\tau}$ связаны тесной зависимостью, а при увеличении τ зависимость между h_{t_1} и $h_{t_1+\tau}$ будет убывать.

Степень зависимости величин h_{t_1} и $h_{t_1+\tau}$ характеризуется корреляционным моментом, который является функцией двух аргументов t_1 и $t_1 + \tau$.

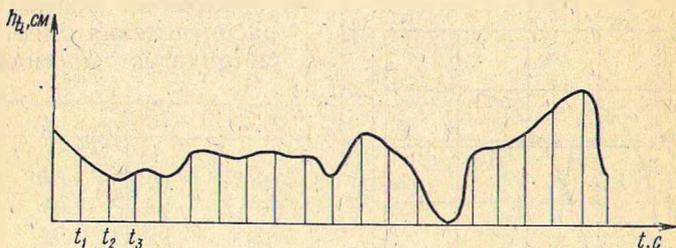


Рис. 2.4. Реализация микропрофиля лесного волокна $H(t)$

Таким образом, корреляционной функцией случайной функции $H(t)$ называется неслучайная функция двух аргументов, которая при каждой паре значений t_1 и $t_1 + \tau$ равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайной функции [4].

Корреляционная функция обозначается $R(\tau)$ и определяется по формуле

$$R(\tau) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{i=N} [h_{t_i} - m_H] [h_{(t_i+\tau)} - m_H], \quad (2.6)$$

где $h_{t_i} - m_H = H_{0t_i}$ — значение центрированной случайной величины в момент времени t_i ;

$h_{(t_i+\tau)} - m_H = H_{0(t_i+\tau)}$ — значение центрированной случайной величины в момент времени $t_i + \tau$;

$m = 0, 1, 2, \dots, 20$ (для рассматриваемого примера).

Значения h_{t_i} и H_{0t_i} сведены в табл. 3. В графе 2 табл. 3 записаны отклонения высот неровностей h_{t_i} , взятые из табл. 1, и соответствующие времена t_i с интервалом в 1 с (графа 1). Причем, $i = 1, 2, 3, \dots, 20$. В графе 3 записываются центрированные значения случайной величины, соответствующие каждому из моментов времени t_i .

Таблица 3

Отклонения поверхности лесного волокна от оси времени t

$t_i,$ с	$h_{ti},$ см	$H_{0ti} =$ $= h_{ti} - m_H$ ($m_H = 5,8$ см)	$t_i,$ с	$h_{ti},$ см	$H_{0ti} =$ $= h_{ti} - m_H$ ($m_H = 5,8$ см)
1	2	3	1	2	3
1,0	6,0	+0,2	11,0	8,0	+2,2
2,0	4,0	-1,8	12,0	6,0	+0,2
3,0	4,0	-1,8	13,0	4,0	-1,8
4,0	4,0	-1,8	14,0	0,0	-5,8
5,0	6,0	+0,2	15,0	6,0	+0,2
6,0	6,0	+0,2	16,0	6,0	+0,2
7,0	6,0	+0,2	17,0	8,0	+2,2
8,0	6,0	+0,2	18,0	10,0	+4,2
9,0	6,0	+0,2	19,0	12,0	+6,2
10,0	4,0	-1,8	20,0	4,0	-1,8

Вычисление корреляционной функции производится в следующем порядке. Перемножаем значения H_{0ti} , разделенные интервалом $\tau=0, 1, 2, \dots, 20$ с, и сумму произведений делим соответственно на $N-m=20$, $N-m=19$, $N-m=18$ и т. д. Например, для вычисления $R(\tau)$ в случае $\tau=0$, имеем:

$$\begin{aligned}
 R(\tau) &= \frac{1}{20} [0,2 \cdot 0,2 + (-1,8) \cdot (-1,8) + (-1,8) \cdot (-1,8) + \\
 &+ (-1,8) \cdot (-1,8) + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + \\
 &+ 0,2 \cdot 0,2 + (-1,8) \cdot (-1,8) + 2,2 \cdot 2,2 + 0,2 \cdot 0,2 + \\
 &+ (-1,8) \cdot (-1,8) + (-5,8) \cdot (-5,8) + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + \\
 &+ 2,2 \cdot 2,2 + 4,2 \cdot 4,2 + 6,2 \cdot 6,2 + (-1,8) \cdot (-1,8)] = \\
 &= 5,96 \text{ см}^2.
 \end{aligned}$$

Для вычисления $R(\tau)$ в случае $\tau=1$ с, имеем

$$\begin{aligned}
 R(\tau) &= \frac{1}{19} [0,2 \cdot (-1,8) + (-1,8) \cdot (-1,8) + (-1,8) \cdot (-1,8) + \\
 &+ (-1,8) \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + \\
 &+ 0,2 \cdot (-1,8) + (-1,8) \cdot 2,2 + 2,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot (-1,8) + \\
 &+ (-1,8) \cdot (-5,8) + (-5,8) \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 2,2 + \\
 &+ 2,2 \cdot 4,2 + 4,2 \cdot 6,2 + 6,2 \cdot (-1,8)] = 1,85 \text{ см}^2.
 \end{aligned}$$

Аналогично определяется $R(\tau)$ для $\tau=2, 3, \dots, 20$ с. Значения $R(\tau)$, полученные по формуле (2.6) с использованием данных табл. 3, сведены в табл. 4 (графа 2). Так как такой

расчет является довольно громоздким, расчет корреляционной функции производится на ЭВМ.

Таблица 4

Значения корреляционной функции

τ, c	$R(\tau) = \frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{i=N} [h_{ti} - m_H] \times [h_{t(i+\tau)} - m_H], \text{ см}^2$	$\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)}$ $R(0) = D[H] = 5,96 \text{ см}^2$	$\rho(\tau) = e^{-\alpha \tau } \cos \beta\tau$
1	2	3	4
0	+5,96	+1,00	+1,00
1	+1,85	+0,31	+0,66
2	+0,15	+0,03	+0,12
3	-1,51	-0,25	-0,33
4	-1,11	-0,19	-0,53
5	-3,05	-0,51	-0,43
6	+0,44	+0,07	-0,18
7	+0,56	+0,09	+0,08

Так как при сравнительном анализе результатов удобнее пользоваться безразмерными величинами, а получаемая корреляционная функция имеет размерность, то ее целесообразно преобразовать. Нормированная корреляционная функция $\rho(\tau)$ определяется по формуле

$$\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)}, \quad (2.7)$$

где $R(0)$ — дисперсия случайной величины.

Значения нормированной корреляционной функции $\rho(\tau)$ сведены в табл. 4 (графа 3), а график нормированной корреляционной функции представлен на рис. 2.5 (кривая 1).

Для дальнейших исследований, в частности, для вычисления спектральных плотностей, необходимо иметь выражения, которыми аппроксимируются полученные при обработке корреляционные кривые.

Корреляционные функции случайного процесса являются функциями неслучайными и их можно аппроксимировать функциональной зависимостью.

Корреляционная функция микропрофиля лесного волокна, изображенная на рис. 2.5 (кривая 1), аппроксимируется выражением [3; 6]:

$$\rho(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau, \quad (2.8)$$

где α и β — коэффициенты корреляционной связи;

α — характеризует интенсивность затухания корреляционной функции;

β — характеризует частоту случайного процесса.

Для подбора значений коэффициентов α и β могут быть использованы следующие формулы [7]:

$$\beta = \frac{k\pi}{2T_k}; \quad \alpha = \frac{\beta}{\pi} \ln \left| \frac{R(0)}{R_m(-\tau_1)} \right|, \quad (2.9)$$

где T_k — абсцисса точки, в которой корреляционная функция k -й раз пересекает ось τ ;

$R_m(-\tau_1)$ — значение первого отрицательного максимума корреляционной функции.

После подстановки данных получают

$$\beta = 0,71 \text{ л/с};$$

$$\alpha = 0,15 \text{ л/с}.$$

Значения аппроксимированной корреляционной функции $\rho(\tau)$ сведены в табл. 4 (графа 4), а график аппроксимированной корреляционной функции представлен на рис. 2.5 (кривая 2).

2.3. Спектральная плотность воздействия

Корреляционная функция является статистической характеристикой случайного процесса во временной области. При исследовании динамики лесотранспортных машин используется спектральная плотность воздействия лесного волокна $\Phi(\omega)$.

Спектральная плотность воздействия служит характеристикой случайного преобразования Фурье аналитического выражения корреляционной функции [4; 8]:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (2.10)$$

где $R(\tau) = R(0)\rho(\tau)$, а $\rho(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau$.

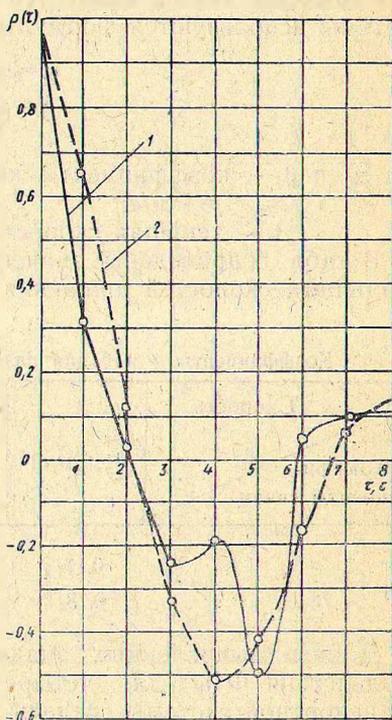


Рис. 2.5. Нормированная корреляционная функция лесного волокна: 1 — экспериментальная кривая; 2 — расчетная кривая

В выражение (2.10) подставляют значение корреляционной функции и после интегрирования получают расчетную формулу для вычисления значения спектральной плотности воздействия [4; 6]:

$$\Phi(\omega) = R(0) \frac{\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 + \omega^2 + \beta^2}{(\alpha^2 + \omega^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2}. \quad (2.11)$$

При определении коэффициентов корреляционной связи α и β для различных скоростей движения лесотранспортной системы используются формулы:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_1 v, \\ \beta &= \beta_1 v, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где α_1 и β_1 — коэффициенты корреляционной связи при $v = 1$ м/с;

v — текущая скорость трактора, м/с.

В табл. 5 приведены значения коэффициентов α и β для различных скоростей движения лесотранспортной системы.

Таблица 5
Коэффициенты α и β для различных скоростей движения

Скорость Коэффициенты связи	I (1,1 м/с)	II (1,5 м/с)	III (1,83 м/с)	IV (2,23 м/с)
	α	0,17	0,23	0,27
β	0,78	1,06	1,28	1,57

Данные вычисленных значений спектральной плотности воздействия $\Phi(\omega)$ для четырех скоростей движения лесотранспортной системы сведены в табл. 6.

Таблица 6
Значения спектральной плотности воздействия $\Phi(\omega)$

ω , 1/с	$\Phi(\omega) = R(0) \frac{\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 + \omega^2 + \beta^2}{(\alpha^2 + \omega^2 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2}$, см ² /с			
	$v=1,1$ м/с	$v=1,5$ м/с	$v=1,83$ м/с	$v=2,23$ м/с
0	0,51	0,37	0,27	0,24
1	2,14	4,13	1,78	0,94
2	0,13	0,28	0,45	1,12
3	0,05	0,07	0,10	0,16
4	0,02	0,03	0,03	0,06

На рис. 2.6 приведены энергетические спектры воздействия лесного волокна для различных скоростей движения.

Как видно из графиков, лесной волок возбуждает колебания не одной какой-либо частоты, а целый спектр колебаний. Ширина диапазона частот зависит от скорости движения. Максимального значения спектральная плотность достигает при $\omega = \beta$.

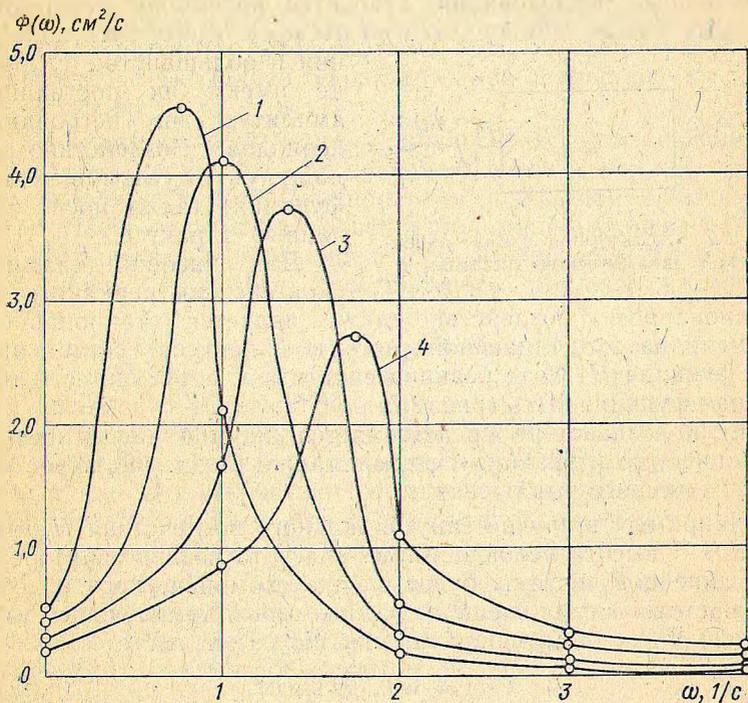


Рис. 2.6. Энергетические спектры воздействия лесного волокна:
 1 — $v = 1,1$ м/с; 2 — $v = 1,5$ м/с; 3 — $v = 1,83$ м/с; 4 — $v = 2,23$ м/с

По мере увеличения скорости движения величина максимума уменьшается и максимальные значения спектральной плотности смещаются в сторону больших частот, а спектр становится близким к белому спектру, т. е. такому, в котором нет преобладания каких-либо частот. Правда, степень приближения к такому спектру зависит не только от скорости движения, но и от длины неровностей волокна.

Энергетические спектры воздействия, таким образом, зависят от состояния лесного волокна. Ими можно пользоваться при проектировании машин: колесных, гусеничных, полугусеничных и др.

2.4. Основные положения спектральной теории подрессоривания

В практике часто встречаются стационарные случайные процессы, протекающие во времени приблизительно однородно. Они имеют вид непрерывных случайных колебаний вокруг некоторого среднего значения.

К такого рода случайным процессам, как показали многочисленные исследования, относятся колебания лесотранспортных машин, движущихся по лесному грунту. Эти колебания

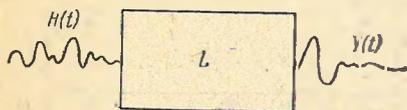


Рис. 2.7. Структурная схема линейной динамической системы

в большинстве случаев не имеют ни постоянных амплитуд, ни постоянных периодов. Воздействие на машину (возмущающая функция) также носит случайный характер.

Для линейной динамической системы реакция ее на стационарное воздействие также является стационарной.

Если на вход линейной системы L поступает стационарная функция $H(t)$, то реакция системы, т. е. выход, есть случайная функция $Y(t)$ (рис. 2.7).

Если воздействие представляется простой аналитической функцией, то и реакция системы также имеет вид простого аналитического выражения.

Например, в случае синусоидального воздействия $H \sin \omega t$ (где H — высота неровности, ω — частота воздействия) реакция линейной системы будет в виде гармонического колебания частоты ω , умноженного на некоторый комплексный множитель $W_{(i\omega)}$, зависящий от свойств самой системы:

$$Y(t) = W_{(i\omega)} H \sin \omega t. \quad (2.13)$$

Функция $W_{(i\omega)}$ является комплексной и определяет относительную амплитуду и сдвиг фазы вынужденных колебаний. Функция $W_{(i\omega)}$ называется амплитудно-фазовой частотной характеристикой.

Реакцию линейной динамической системы на случайное воздействие можно представить в виде спектрального разложения квадратов амплитуд вынужденных колебаний.

Возмущение, которое является случайной стационарной функцией $H(t)$, при помощи интеграла Фурье можно представить в виде амплитудного спектра $\Phi_{(\omega)}$, состоящего из бесчисленного множества гармоник. Амплитудный спектр $\Phi_{(\omega)}$ является спектром квадратов амплитуд воздействия. Энергетический спектр на выходе $S(\omega)$ будет равен произ-

ведению $\Phi_{(\omega)}$ на квадрат модуля амплитудно-фазовой частотной характеристики $W_{(i\omega)}$:

$$S_{(\omega)} = |W_{(i\omega)}|^2 \Phi_{(\omega)}, \quad (2.14)$$

где $\Phi_{(\omega)}$ — спектральная плотность воздействия;

$|W_{(i\omega)}|$ — модуль амплитудно-фазовой частотной характеристики.

Из формулы (2.14) видно, что по характеристикам случайной функции на входе системы, зная ее частотную характеристику, легко найти характеристики случайной функции на ее выходе.

Лесотранспортную систему можно представить как линейную разомкнутую систему автоматического регулирования, на которую действует стационарное случайное возмущение $H(t)$. Поэтому реакции транспортной машины на случайные возмущения могут быть определены по формуле (2.14), которая лежит в основе спектрального анализа колебаний систем.

Спектральная плотность воздействия $\Phi_{(\omega)}$ определяется видом микропрофиля волоков, частотная характеристика $W_{(i\omega)}$ зависит от параметров самой системы. Соответствующим образом, изменяя параметры лесотранспортной системы: базу, жесткость шин, нагрузку на оси и др., можно получить такие характеристики системы, когда реакции системы будут иметь наиболее целесообразный вид при данном воздействии от неровностей лесного волока.

Таким образом, спектральная теория поддрессоривания дает возможность произвести самый исчерпывающий анализ колебаний лесотранспортной системы, выбрать рациональные значения ее параметров с учетом реальных условий эксплуатации.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН

Переходя к исследованию специальных лесотранспортных машин, студенты составляют математическую модель вертикальных колебаний лесотранспортной машины при трелевке леса по лесному волоку. Затем определяют значения амплитудно-частотной характеристики, спектральной плотности параметров колебаний и строят графики. Анализируя графики, студенты выбирают наиболее рациональную компоновку лесотранспортной машины, способ трелевки пачки хлыстов, скорость движения и т. д.

15204 AM

3.1. Математическая модель вертикальных колебаний лесотранспортной машины

Свойства динамической системы достаточно полно оцениваются амплитудно-фазовой частотной характеристикой. Частотную характеристику можно получить экспериментально, фиксируя реакции системы на определенного вида возмущения, и теоретически — по дифференциальным уравнениям колебаний [8].

Рассмотрим пример теоретического анализа колесной лесотранспортной системы, состоящей из серийного трактора Т-25А в агрегате с лесохозяйственным активным полуприцепом. На рис. 3.1 приведена расчетная схема, эквивалентная вертикальным колебаниям данной лесотранспортной системы при движении ее по лесному волоку с грузом в полупогруженном положении.

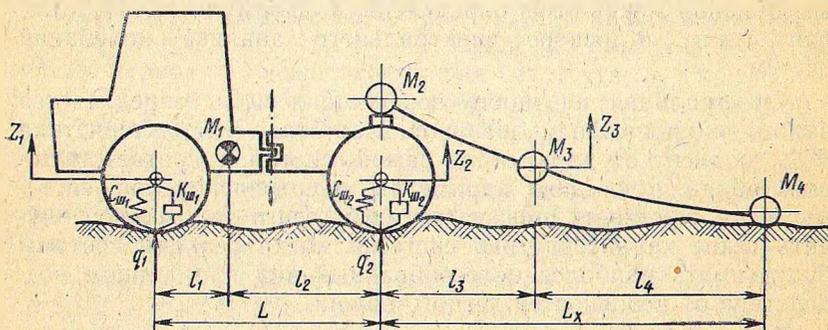


Рис. 3.1. Схема, эквивалентная вертикальным колебаниям колесного трактора с активным полуприцепом на трелевке леса

Исходные данные

- Колесная формула лесотранспортной системы 4×4;
 M_1 — эксплуатационная масса лесотранспортной системы 2680 кг;
 $M_x = (M_2 + M_3 + M_4)$ — масса пачки хлыстов 700 кг;
 l_1, l_2 — координаты центра масс лесотранспортной системы соответственно 0,76 м, 1,37 м;
 L — база лесотранспортной системы 2,13 м;
 ρ — радиус инерции 0,87 м;
 L_x — приведенная длина хлыстов 16,0 м;
 l_3, l_4 — координаты центра масс пачки хлыстов соответственно 6,4 м, 9,6 м;
 $c_{ш}$ — жесткость двух шин трактора 470 кН/м;

- $c_{ш_0}$ — жесткость двух шин полуприцепа 484 кН/м;
 c_x — жесткость пачки хлыстов 46 кН/м;
 $k_{ш_1}$ — коэффициент сопротивления двух шин трактора 6,8 кНс/м;
 $k_{ш_2}$ — коэффициент сопротивления двух шин полуприцепа 6,8 кНс/м;
 k_x — коэффициент сопротивления пачки хлыстов 0,9 кНс/м.

Расчетная схема, изображенная на рис. 3.1 имеет две системы обобщенных координат, характеризующих положение системы при вертикальных колебаниях:

- 1) z_0, α_0, z_3 ;
- 2) z_1, z_2, z_3 ,

где z_0 — вертикальные перемещения центра масс M_1 ;
 α_0 — угловые перемещения центра масс M_1 ;
 z_1, z_2 — вертикальные перемещения соответственно моста трактора и полуприцепа;
 z_3 — вертикальные перемещения центра масс пачки хлыстов M_3 .

Между двумя системами обобщенных координат существует зависимость [3, 6]:

$$\begin{aligned}
 z_0 &= \frac{z_1 l_2 + z_2 l_1}{L}; \\
 \alpha_0 &= \frac{z_1 - z_2}{L},
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Для получения дифференциальных уравнений вертикальных колебаний данной системы (см. рис. 3.1) воспользуемся уравнениями Лагранжа [5]:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} - \frac{\partial T}{\partial z_1} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial z_1} - \frac{\partial R}{\partial z_1}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_2} - \frac{\partial T}{\partial z_2} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial z_2} - \frac{\partial R}{\partial z_2}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_3} - \frac{\partial T}{\partial z_3} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial z_3} - \frac{\partial R}{\partial z_3}.
 \end{aligned} \right\} \tag{3.2}$$

Запишем выражения кинетической энергии T , потенциальной энергии Π и диссипативной функции R .

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} M_1 \frac{l_2^2}{L^2} \dot{z}_1^2 + M_1 \frac{l_2 l_1}{L^2} \dot{z}_1 \dot{z}_2 + \frac{1}{2} M_1 \frac{l_1^2}{L^2} \dot{z}_2^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} M_1 \rho_1^2 \frac{1}{L^2} \dot{z}_2^2 - M_1 \rho_1^2 \frac{1}{L^2} \dot{z}_1 \dot{z}_2 + \frac{1}{2} M_1 \rho_1^2 \frac{1}{L^2} \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} M_3 \dot{z}_3^2;
 \end{aligned}$$

$$\Pi = \frac{1}{2} z_1^2 c_{\text{ш}_1} - z_1 q_1 c_{\text{ш}_1} + \frac{1}{2} q_1^2 c_{\text{ш}_1} + \frac{1}{2} z_2^2 c_{\text{ш}_2} - z_2 q_2 c_{\text{ш}_2} + \\ + \frac{1}{2} q_2^2 c_{\text{ш}_2} + \frac{1}{2} z_3^2 c_x - 0,6 z_3 z_2 c_x + 0,2 z_2^2 c_x;$$

$$R = \frac{1}{2} \dot{z}_1^2 k_{\text{ш}_1} - \dot{z}_1 \dot{q}_1 k_{\text{ш}_1} + \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 k_{\text{ш}_1} + \frac{1}{2} \dot{z}_2^2 k_{\text{ш}_2} - \\ - \dot{z}_2 \dot{q}_2 k_{\text{ш}_2} + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 k_{\text{ш}_2} + \frac{1}{2} \dot{z}_3^2 k_x - 0,6 \dot{z}_3 \dot{z}_2 k_x + 0,2 \dot{z}_2^2 k_x.$$

Подставим эти значения в уравнение (3.2) и получим дифференциальные уравнения вертикальных колебаний колесной лесотранспортной системы с пачкой хлыстов при движении по лесному волоку:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{z}_1 + a_{11} \dot{z}_1 + a_{10} z_1 + b_{12} \ddot{z}_2 &= a_{10} q_1(t) + a_{11} \dot{q}_1(t); \\ \ddot{z}_2 + b_{21} \ddot{z}_2 + b_{20} z_2 + a_{22} \ddot{z}_1 + d_{21} \dot{z}_3 + d_{20} z_3 &= \\ &= b_{10} q(t - \tau_i) + b_{11} \dot{q}_1(t - \tau_i); \\ \ddot{z}_3 + d_{31} \ddot{z}_3 + d_{30} z_3 + b_{31} \dot{z}_2 + b_{30} z_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{k_{\text{ш}_1} L^2}{M_1 (l_2^2 + \rho_1^2)}; & a_{10} &= \frac{c_{\text{ш}_1} L^2}{M_1 (l_2^2 + \rho_1^2)}; & b_{12} &= \frac{l_1 l_2 - \rho_1^2}{l_2^2 + \rho_1^2}; \\ b_{21} &= \frac{(k_{\text{ш}_2} + 0,4 k_x) L^2}{M_1 (l_1^2 + \rho_1^2)}; & b_{20} &= \frac{(c_{\text{ш}_2} + 0,4 c_x) L^2}{M_1 (l_1^2 + \rho_1^2)}; & a_{22} &= \frac{l_2 l_1 - \rho_1^2}{l_1^2 + \rho_1^2}; \\ d_{21} &= -\frac{0,6 k_x L^2}{M_1 (l_1^2 + \rho_1^2)}; & d_{20} &= -\frac{(c_{\text{ш}_2} + 0,4 c_x) L^2}{M_1 (l_1^2 + \rho_1^2)}; \\ b_{10} &= \frac{c_{\text{ш}_2} L^2}{M_1 (l_1^2 + \rho_1^2)}; & b_{11} &= \frac{k_{\text{ш}_2} L^2}{M_1 (l_1^2 + \rho_1^2)}; \\ d_{31} &= \frac{k_x}{M_3}; & d_{30} &= \frac{c_x}{M_3}; \\ b_{31} &= -\frac{0,6 k_x}{M_3}; & b_{30} &= -\frac{0,6 c_x}{M_3}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

В правой части уравнения — возмущающая функция;
 $q_1(t)$ — воздействие на мост трактора;
 $q_1(t - \tau_i)$ — воздействие на мост полуприцепа.
 Запаздывание воздействия зависит от расстояния между осями L_1 и скорости движения системы, т. е.

$$\tau_i = \frac{L}{V}.$$

3.2. Определение передаточных функций

Корпус трактора с активным полуприцепом на жестких шинах с полным основанием можно рассматривать как разомкнутую систему автоматического регулирования (САР) с несколькими входами. Функция воздействия отличается только величиной смещения (запаздывания).

В предыдущем разделе мы получили дифференциальные уравнения исследуемой колебательной системы. Теперь с помощью преобразования Лапласа заменим уравнения (3.3) действительного переменного t алгебраическими уравнениями комплексного переменного s . Для этого каждый член уравнения (3.3) необходимо умножить на e^{-st} и взять интеграл от 0 до ∞ . Тогда каждый член уравнений будет представлять собой преобразование Лапласа [3].

После преобразования уравнения будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} (s^2 + a_{11}s + a_{10})z_1(s) + b_{12}s^2z_2(s) &= (a_{10} + a_{11}s)F_1(s); \\ a_{22}s^2z_1(s) + (s^2 + b_{21}s + b_{20})z_2(s) + (d_{21}s + d_{20})z_3(s) &= \\ &= (b_{10} + b_{11}s)F_1(s)e^{-\tau_1 s}; \\ (b_{31}s + b_{30})z_2(s) + (s^2 + d_{31}s + d_{30})z_3(s) &= 0. \end{aligned} \right\} (3.5)$$

Разделив правые и левые части системы уравнений (3.5) на $F(s)$, получаем систему уравнений, содержащих неизвестную передаточную функцию вертикальных колебаний лесотранспортной машины. Передаточной функцией линейной динамической системы называется отношение преобразования Лапласа обобщенной выходной координаты к преобразованию Лапласа функции воздействия.

$$\left. \begin{aligned} (s^2 + a_{11}s + a_{10})W_{z_1}(s) + b_{12}s^2W_{z_2}(s) &= a_{10} + a_{11}s; \\ a_{22}s^2W_{z_1}(s) + (s^2 + b_{21}s + b_{20})W_{z_2}(s) + \\ + (d_{21}s + d_{20})W_{z_3}(s) &= (b_{10} + b_{11}s)e^{-\tau_1 s}; \\ (b_{31}s + b_{30})W_{z_2}(s) + (s^2 + d_{31}s + d_{30})W_{z_3}(s) &= 0, \end{aligned} \right\} (3.6)$$

где

$$W_{z_i}(s) = \frac{z_i(s)}{F_1(s)}. \quad (3.7)$$

Систему уравнений (3.6) решим матричным методом и определим передаточную функцию для моста трактора:

$$W_{z_1}(s) = \frac{\begin{vmatrix} a_{10} + a_{11}s & b_{12}s^2 & 0 \\ (b_{10} + b_{11}s)e^{-\tau_1 s} & s^2 + b_{21}s + b_{20} & d_{21}s + d_{20} \\ 0 & b_{31}s + b_{30} & s^2 + d_{31}s + d_{30} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s^2 + a_{11}s + a_{10} & b_{12}s^2 & 0 \\ a_{22}s^2 & s^2 + b_{21}s + b_{20} & d_{21}s + d_{20} \\ 0 & b_{31}s + b_{30} & s^2 + d_{31}s + d_{30} \end{vmatrix}} = \frac{\Delta z_1(s)}{\Delta s}, \quad (3.8)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta z_1(s) &= (a_{10} + a_{11}s) [(s^2 + b_{21}s + b_{20})(s^2 + d_{31}s + d_{30}) - \\ &- (b_{31}s + b_{30})(d_{21}s + d_{20})] - (b_{10} + b_{11}s)e^{-\tau_1 s} b_{12}s^2 (s^2 + d_{31}s + d_{30}); \\ \Delta s &= (s^2 + a_{11}s + a_{10})(s^2 + b_{21}s + b_{20})(s^2 + d_{31}s + d_{30}) - \\ &- (s^2 + a_{11}s + a_{10})(b_{31}s + b_{30})(d_{21}s + d_{20}) - \\ &- a_{22}b_{12}s^4 (s^2 + d_{31}s + d_{30}). \end{aligned}$$

Передаточная функция — это величина, аналогичная, например, передаточному числу редуктора. Так, если передаточное число характеризует соотношение моментов на входном и выходном валах редуктора, то передаточная функция определяет соотношение амплитуд на выходе и входе системы. Поскольку передаточная функция комплексная, то она характеризует также сдвиг по фазе.

3.3. Определение амплитудно-частотных характеристик

Для определения частотных характеристик рассматриваемой трелевочной системы необходимо перейти от преобразования Лапласа к преобразованию Фурье, для чего достаточно допустить, что комплексное число s равно $i\omega$.

Произведя указанную операцию с выражением (3.8), получим формулу для определения амплитудно-частотной характеристики.

Для удобства записи введем некоторые обозначения и после преобразований будем иметь:

$$\begin{aligned} \Delta z_1(i\omega) &= D_\omega + iC_\omega; \\ \Delta(i\omega) &= M_\omega + iN_\omega, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} D_\omega &= (-b_{12}b_{11} \sin \omega t) \omega^5 + \\ &+ [a_{10} + a_{11}(b_{21} + d_{31}) - b_{12}(b_{10} + b_{11}d_{31}) \cos \omega \tau_i] \omega^4 + \\ &+ [b_{12}(b_{10}d_{31} + b_{11}d_{30}) \sin \omega \tau_i] \omega^3 + \\ &+ [-a_{10}(b_{20} + d_{30} + b_{21}d_{31} - b_{31}d_{21}) + \\ &+ a_{11}(b_{21}d_{30} + b_{20}d_{31} - b_{31}d_{20} - b_{30}d_{21}) + \\ &+ b_{10}b_{12}d_{30} \cos \omega \tau_i] \omega^2 + a_{10}(b_{20}d_{30} - b_{30}d_{20}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{\omega} = & (a_{11} - b_{12}b_{11} \cos \omega\tau_i) \omega^5 + \\
& + [b_{12}(b_{10} + b_{11}d_{31}) \sin \omega\tau_i] \omega^4 + \\
+ & [-a_{10}(b_{21} + d_{31}) - a_{11}(b_{20} + d_{30} + b_{21}d_{31} - b_{31}d_{21}) + \\
& + b_{12}(b_{10}d_{31} + b_{11}d_{30}) \cos \omega\tau_i] \omega^3 - \\
& - (b_{10}b_{12}d_{30} \sin \omega\tau_i) \omega^2 + \\
+ & (b_{21}d_{30} + b_{20}d_{31} - b_{31}d_{20} - b_{30}d_{21}) \omega + \\
& + a_{11}(b_{20}d_{30} - b_{30}d_{21});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{\omega} = & - (1 - a_{22}b_{12}) \omega^6 + (a_{10} + b_{20} + d_{30} + a_{11}b_{21} + \\
& + d_{31}b_{21} + a_{11}d_{31} - b_{31}d_{21} - a_{22}b_{12}d_{30}) \omega^4 - \\
- & (a_{10}b_{20} + a_{10}d_{30} + b_{20}d_{30} + a_{11}b_{21}d_{30} + a_{11}b_{20}d_{31} + \\
& + a_{10}b_{21}d_{31} - b_{30}d_{20} - a_{11}b_{31}d_{20} - a_{11}b_{30}d_{21} - \\
& - a_{10}b_{31}d_{21}) \omega^2 + a_{10}b_{20}d_{30} - a_{10}b_{30}d_{20};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{\omega} = & (a_{11} + b_{21} + d_{31} - a_{22}b_{12}d_{31}) \omega^5 - \\
- & (b_{21}d_{30} + b_{20}d_{31} + a_{11}b_{20} + a_{10}b_{21} + a_{11}d_{30} + \\
+ & a_{10}d_{31} + a_{11}b_{21}d_{31} - b_{31}d_{20} - b_{30}d_{21} - a_{11}b_{31}d_{21}) \omega^3 + \\
& + (a_{11}b_{20}d_{30} + a_{10}b_{21}d_{30} + a_{10}b_{20}d_{31} - \\
& - a_{11}b_{30}d_{20} - a_{10}b_{31}d_{20} - a_{10}b_{30}d_{21}) \omega.
\end{aligned}$$

Выражение для определения амплитудно-частотной характеристики вертикальных перемещений моста трактора (т. е. места возможной установки сидения водителя) $W_{z_1}(i\omega)$ выразится уравнением

$$W_{z_1}(i\omega) = \frac{D_{\omega} + iC_{\omega}}{M_{\omega} + iN_{\omega}}. \quad (3.9)$$

Аналогичные выражения получим для W_{z_2} , W_{z_3} . В практических расчетах чаще приходится иметь дело с амплитудной (модульной) характеристикой $|W_{z_1}(i\omega)|$:

$$|W_{z_1}(i\omega)| = \sqrt{\frac{D_{\omega}^2 + C_{\omega}^2}{M_{\omega}^2 + N_{\omega}^2}}. \quad (3.10)$$

Важно отметить, что модуль вектора амплитудно-частотной характеристики представляет собой отношение амплитуд вынужденных колебаний к амплитудам воздействия.

Амплитудно-частотная характеристика вертикальных ускорений моста трактора выразится уравнением

$$|W_{z_1}''(i\omega)| = \omega^2 |W_{z_1}(i\omega)|. \quad (3.11)$$

На рис. 3.2 приведены графики амплитудно-частотной характеристики вертикальных колебаний моста трактора лесотранспортной системы при передвижении ее с пачкой хлыстов по лесному волоку на разных скоростях.

По виду графиков можно судить о том, как система будет реагировать на воздействие различных частот. Например, видно, что наибольшее ее отклонение будет происходить при частоте, соответствующей собственной частоте лесотранспортной системы, а при увеличении ω отклонения уже малы.

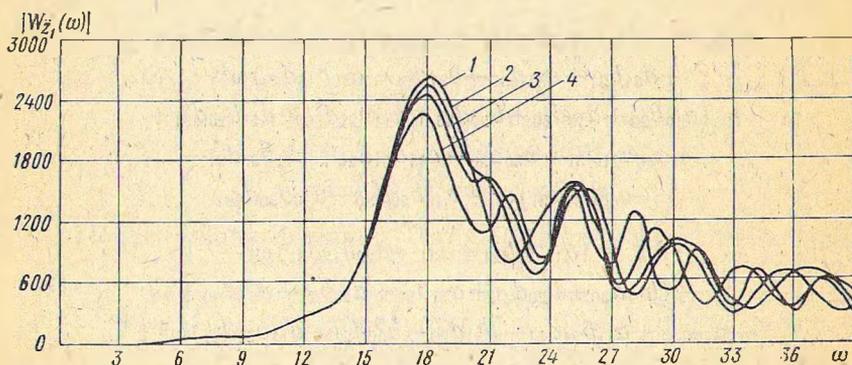


Рис. 3.2. Амплитудно-частотная характеристика вертикальных колебаний моста трактора:

1 — $v=1,1$ м/с; 2 — $v=1,5$ м/с; 3 — $v=1,83$ м/с; 4 — $v=2,23$ м/с

3.4. Определение энергетических спектров вертикальных колебаний

Итак, после получения статистических характеристик воздействия и динамических характеристик можно перейти к спектральному анализу лесотранспортных машин при их движении по лесному волоку с грузом.

Как указывалось, для этой цели используется формула, которая, в случае определения спектральной плотности вертикальных перемещений системы, показанной на рис. 3.1, будет иметь вид

$$S_z(\omega) = |W_z(i\omega)|^2 \Phi(\omega).$$

Для анализ вертикальных ускорений лесотранспортной системы используется формула

$$S_{\ddot{z}}(\omega) = |W_{\ddot{z}}(i\omega)|^2 \Phi(\omega). \quad (3.12)$$

На рис. 3.3 представлены энергетические спектры ускорений моста трактора в зависимости от скорости движения

$S_{z_1}(\omega), \text{м}^2/\text{с}^3$

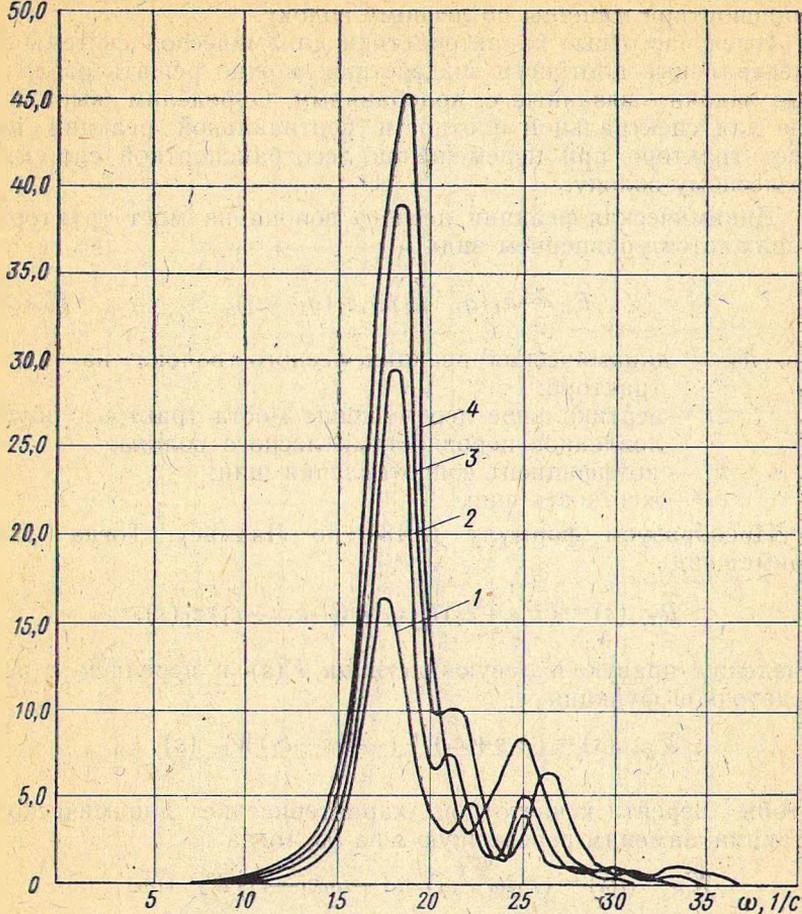


Рис. 3.3. Энергетические спектры вертикальных ускорений моста трактора:

1 — $v=1,1$ м/с; 2 — $v=1,5$ м/с; 3 — $v=1,83$ м/с; 4 — $v=2,23$ м/с

лесотранспортной системы. Как видно из графиков, максимального значения энергетические спектры достигают, когда частота воздействия совпадает с собственной частотой лесотранспортной системы. При увеличении скорости движения по лесному волоку спектральная плотность ускорений возрастает во всем диапазоне частот, а диапазон частот расширяется.

На основании анализа графиков, изображенных на рис. 3.3, выбирается оптимальный режим движения лесотранспортной машины по лесному волоку.

Имея частотные характеристики динамической системы и спектральные плотности воздействия, можно решать различные задачи, связанные с колебаниями. Определим выражение для спектральной плотности вертикальной реакции на мост трактора при перемещении лесотранспортной системы по лесному волоку.

Динамическая реакция лесного волокa на мост трактора выражается уравнением вида

$$R_{z_1} = k_1(\dot{q}_1 - \dot{z}_1) + c_1(q_1 - z_1), \quad (3.13)$$

где R_{z_1} — динамическая реакция лесного волокa на мост трактора;

z_1 — вертикальное перемещение моста трактора, обусловленное неровностями лесного волокa;

k_1 — коэффициент сопротивления шин;

c_1 — жесткость шин.

Преобразуем формулу (3.13) по Лапласу. Тогда она примет вид

$$R_{z_1}(s) = (k_1s + c_1)F(s) + (-k_1s - c_1)z_1(s).$$

Разделим правую и левую части на $F(s)$ и перейдем к передаточной функции

$$W_{R_{z_1}}(s) = (k_1s + c_1) + (-k_1s - c_1)W_{z_1}(s).$$

Чтобы перейти к частотной характеристике динамической реакции, заменим переменную s на $i\omega$, тогда

$$W_{R_{z_1}}(i\omega) = (k_1i\omega + c_1) + (-i\omega k_1 - c_1)W_{z_1}(i\omega).$$

Энергетический спектр динамической реакции лесного волокa на мост трактора определяется по формуле

$$S_{R_{z_1}}(\omega) = |W_{R_{z_1}}(i\omega)|^2 \Phi(\omega). \quad (3.14)$$

На рис. 3.4 изображены энергетические спектры динамических реакций лесного волокa на мост трактора в зависимости от скорости движения.

Кривые энергетических спектров динамических реакций имеют один максимум при частоте воздействия ω , близкой к собственной частоте колебаний лесотранспортной системы, состоящей из трактора и активного полуприцепа.

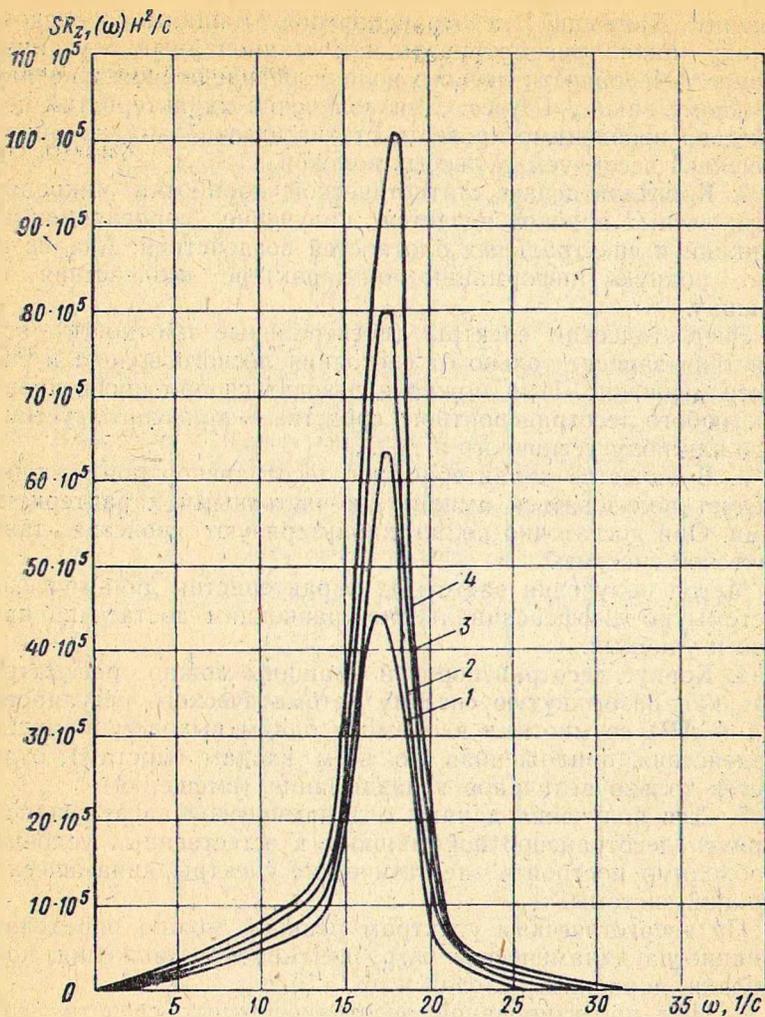


Рис. 3.4. Энергетические спектры динамических реакций:
 1 — $v=1,1$ м/с; 2 — $v=1,5$ м/с; 3 — $v=1,83$ м/с; 4 — $v=2,23$ м/с

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. При эксплуатации лесотранспортных машин на трелевке леса по лесным волокам в агрегатах и узлах возникают колебательные процессы. Для оценки колебательных процессов необходимо знать характеристики машин (характеристики динамической системы) и характеристики воздействия на

машину. Движение лесотранспортной машины по лесному волоку можно рассматривать как стационарный случайный процесс. Неровности лесного волока распределяются по нормальному закону Гаусса. Для получения характеристик воздействия необходимо провести статистический анализ микропрофилей исследуемых лесных волоков.

2. Конечной целью статистической обработки микропрофиля лесных волоков является получение корреляционных функций и спектральных плотностей воздействия: Анализ их дает полную информацию о характере воздействия на машину.

Энергетические спектры (спектральные плотности) воздействия зависят только от состояния лесного волока и скорости движения. Ими можно пользоваться при проектировании любого лесотранспортного средства — колесного, гусеничного или полугусеничного и т. д.

3. В качестве характеристики лесотранспортной машины следует пользоваться амплитудно-частотными характеристиками. Они достаточно полно характеризуют свойства динамической системы.

Метод получения частотных характеристик динамической системы по дифференциальным уравнениям достаточно простой и удобный.

4. Корпус лесотранспортной машины можно рассматривать как разомкнутую систему автоматического регулирования (САР) со многими входами и одним выходом. Функция воздействия, приложенная ко всем входам (мостам), отличается только величиной запаздывания (смещения).

5. Для получения данных о динамической нагруженности корпуса лесотранспортной машины в естественных условиях необходимо построить энергетические спектры динамических реакций системы.

По энергетическим спектрам реакций можно определить влияние на динамические нагрузки скорости движения, компоновки, дорожных условий и др.

6. При проектировании лесотранспортных средств необходимо стремиться к тому, чтобы иметь наименьшие значения энергетических спектров. Так как спектральная плотность воздействия зависит только от качества лесного волока и скорости движения, а амплитудно-частотная характеристика — от конструкции машин в целом, то изменить энергетические спектры можно только за счет изменения конструкции машин.

7. С помощью спектральной теории поддрессирования могут быть решены различные практические задачи проектирования лесотранспортных машин. Особенно важной является возможность прогнозирования и конкретного получения опти-

мальных компоновочных параметров систем для данных условий эксплуатации.

Дальнейшее развитие спектральная теория поддресоривания находит при статистическом анализе лесотранспортных машин с нелинейными характеристиками подвески. Способы исследования наиболее распространенных систем с нелинейной подвеской изложены А. А. Силаевым во втором издании его книги [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов С. Ф. и др. Проектирование специальных лесных машин. Л., ЛТА, 1975.
2. Ротенберг Р. В. Подвеска автомобиля. М., «Машиностроение», 1972.
3. Силаев А. А. Спектральная теория поддресоривания транспортных машин. М., «Машиностроение», 1972.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1964.
5. Яблонский А. А., Норейко С. С. Курс теории колебаний. М., «Высшая школа», 1966.
6. Жуков А. В., Леонович И. И. Колебания лесотранспортных машин. Минск, БГУ, 1973.
7. Лурье А. Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов. Л., «Колос», 1970.
8. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М., «Наука», 1964.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
1. Цель и задачи спектрального метода оценки параметров подрес- соривания специальных лесных машин	4
2. Статистические характеристики случайных процессов	4
2.1. Основные понятия теории вероятностей	4
2.2. Корреляционная функция воздействия	9
2.3. Спектральная плотность воздействия	13
2.4. Основные положения спектральной теории подрессоривания	16
3. Исследование динамики специальных лесных машин	17
3.1. Математическая модель вертикальных колебаний лесотранс- портной машины	18
3.2. Определение передаточных функций	21
3.3. Определение амплитудно-частотных характеристик	22
3.4. Определение энергетических спектров вертикальных коле- баний	24
Заключение	27
Литература	29

**Сергей Федорович Орлов,
Анатолий Васильевич Жуков,
Сергей Федорович Козьмин**

**СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ПОДРЕССОРИВАНИЯ
СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН**

Методические указания
по выполнению лабораторных работ
для студентов специальности 0519

Редактор Н. А. Балясова
Техн. редактор Т. И. Шуткина
Корректор М. Е. Степнова

Сдано в набор 13.02.80 г. Подп. в печать 14.05.80 г.
Формат 60×90¹/₁₆. Бумага оберточная. Уч-изд. л. 2,5. Печ. л. 2.
Тир. 500 экз. Заказ 1284. Темплан 1979 г. Изд. № 98. Бесплатно.
Редакционно-издательский отдел ЛТА

Межвузовская типография (2) СППО-2
Управления издательств, полиграфии и книжной торговли Ленгорисполкома
194018, Ленинград, Институтский пер., 5