УДК 519.171.2

Студ. А.А. Шелкунов, Н.О. Скальский
Науч. рук. зав. кафедрой О.Н. Пыжкова
(кафедра высшей математики, БГТУ)

МАТРИЧНЫЕ СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ГРАФОВ

В настоящее время в различных областях знаний широко применяется теория графов, с помощью которой описываются задачи экономического характера: сетевое планирование, рационализация схем перевозок, оптимальное размещение производства и т. п.

Основным объектом этой теории является граф. Формально граф определяется заданием двух множеств X и U, элементы первого из которых называются вершинами и изображаются точками, элементами множества U являются пары связанных между собой элементов множества X и изображаются отрезками. Граф называется ориентированный если вершины в нём связаны только дугами (линиями, имеющими свои направления с указанием какая вершина является первой), а неориентированный граф состоит только из ребер (ненаправленных линий).

В экономике чаще всего используются два вида графов: дерево и сеть. Дерево представляет собой связный граф без циклов, имеющий исходную вершину (корень) и крайние вершины; пути от исходной вершины к крайним вершинам называются ветвями. Если граф, вообще говоря, не связный, не содержит циклов, то каждая связная его часть будет деревом. Такой граф называется лесом.

Граф может быть представлен как в виде рисунка, так и в виде матрицы. Это бывает необходимо при большом числе вершин и дуг (ребер), когда рисунок теряет свою наглядность. Матричное представление графов используется при исследовании его на ЭВМ.В матричном виде граф можно представить несколькими способами.

Пусть имеется граф G, не содержащий петель, имеющий n вершин и m дуг (ребер). Графу G можно сопоставить матрицу инциденций графа G. Строки m этой матрицы соответствуют вершинам, столбцы n – дугам (ребрам) графа. Если граф ориентированный, то элементы матрицы инциденций равны: (-1), если дуга u исходит из i-й вершины; (+1), если дуга заходит в i-ю вершину. Если граф неориентированный, то элементами матрицы будут 1 и 0.

Для ориентированных и неориентированных графов можно сформировать матрицу смежности вершин. Пусть орграф G содержит n вершин. Его матрица смежности представляет собой квадратную матрицу

n-го порядка. Строки и столбцы этой матрицы соответствуют вершинам орграфа G. Элементы есть число дуг, выходящих из i-й вершины и входящий в j-ю. В орграфе, не содержащем параллельных дуг, элементами матрицы будут 1 и 0.

Видоизменённые матрицы инциденции вершин и смежности вершин используются в программировании для решения задач на поиск максимального потока.

УДК 519.852.35

Студ. А.А. Маслаков, Н.О. Скальский
Науч. рук. зав. кафедрой О.Н. Пыжкова
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ПОСТАНОВКА И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О МАКСИМАЛЬНОМ ПОТОКЕ

К задаче о максимальном потоке сводятся многие важные оптимизационные задачи, например, задачи строительства энергетических сетей, нефте- и газопроводов, железных и шоссейных дорог и д.р. В таких задачах схема доставки груза, или схема сообщения, представляется в виде графа, по ребрам которого проходят заданные потоки. Основным в теории потоков является понятие сети. Сеть – это взвешенный конечный граф без циклов и петель, ориентированный в одном общем направлении от вершины I, являющейся истоком графа, к вершине S, являющимся стоком графа. Максимальное количество r_{ij} вещества, которое можно пропустить по ребру за единицу времени, называется его пропускной способностью. Количество x_{ij} вещества, проходящего через ребро в единицу времени, называется потоком по ребру (i,j).Совокупность $X = \{x_{ij}\}$ потоков по всем рёбрам сети называют потоком по сети.

Поток по каждому ребру (x_{ij}) не может превышать его пропускную способность т. е. $x_{ij} \le r_{ij}, i, j = \overline{1,n}$, где n – количество вершин в сети. Для любой вершины, кроме истока I и стока S, количество вещества, поступающего в эту вершину, равно количеству вещества, вытекающего из нее. $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 0, (i \ne I, S)$. Это ограничение называется условием сохранения потока: в промежуточных вершинах потоки не создаются и не исчезают. Отсюда следует, что общее количество вещества, вытекающего из истока I, совпадает с общим количеством вещества, поступающего в сток S, $f = \sum_{j} x_{Ij} = \sum_{i} x_{iS}$, где j- конечные вершины ребер, исходящих из I,