

ПСЕВДООБРАТНЫЕ МАТРИЦЫ МУРА-ПЕНРОУЗА

Обратной для квадратной матрицы A называется такая матрица A^{-1} , при умножении которой на исходную матрицу A получается единичная матрица E . Из этого следует критерий обратимости: матрица обратима тогда и только тогда, когда она не вырождена, то есть её определитель не равен нулю. Для неквадратных и квадратных вырожденных матриц обратных не существует. Однако возможно обобщить это понятие и ввести псевдообратные матрицы, похожие на обратные по многим свойствам.

Наиболее известно псевдообращение Мура-Пенроуза, которое было независимо описано Элиакимом Муром в 1920 году и Роджером Пенроузом в 1955 году. Утверждение о существовании и единственности для любой матрицы над действительными и комплексными числами псевдообратной матрицы носит название теоремы Мура-Пенроуза.

Матрица A^+ называется псевдообратной или обобщённой обратной матрицей Мура – Пенроуза для матрицы A , если выполнены условия:

$$AA^+A = A, \quad A^+ = UA^* = A^*V,$$

где $A^* = \bar{A}^T$ – матрица, сопряженная к A ; U, V – некоторые матрицы [1].

Простейший вычислительный путь получения псевдообратной матрицы – использование скелетного разложения матрицы. Пусть дана матрица A размера $m \times n$ и ранга r , тогда матрица A может быть представлена как $A = BC$, где B – матрица размера $m \times r$ с линейно независимыми столбцами и C – матрица размера $r \times n$ с линейно независимыми строками. Тогда псевдообратную матрицу мы можем вычислить по формуле $A^+ = C^*(CC^*)^{-1}(B^*B)^{-1}B$. Если же матрица A имеет полный ранг по строкам (столбцам), то формула сокращается до $A^+ = A^*(AA^*)^{-1}$ ($A^+ = (A^*A)^{-1}A^*$)[1].

Результатом работы является программа, разработанная на языке C++, позволяющая получить псевдообратную матрицу для матрицы, имеющей полный ранг по строкам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матричный анализ : учеб. пособие для студ. / авт.-сост. О. Б. Цехан. – Гродно: ГрГУ, 2010. – 372 с.