

второго порядка с помощью сведения его к уравнению первого порядка. Установлено, что седиментация прекращается на глубине

$$x = \gamma + \sqrt{\gamma^2 + b},$$

где $b = x_0^2 - 2\gamma x_0 + \frac{\dot{x}_0^2}{a} \geq 0$, если $\dot{x}_0^2 > \gamma g$.

Без математических методов невозможно обойтись при решении химических задач. Поэтому обязательно нужно их освоить в курсе высшей математики.

УДК 674.093.4

Студ. Р.В. Третьякова

Науч. рук.: доц. В.В. Игнатенко (кафедра высшей математики, БГТУ);
доц. Е.А. Леонов (кафедра лесных машин и технологии лесозаготовок, БГТУ)

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПОГРУЗОЧНОГО ПУНКТА НА ЛЕСОСЕКЕ НЕТРАДИЦИОННОЙ ФОРМЫ

Географическое положение Республики Беларусь, большая плотность населения и другие факторы привели к нетрадиционности в конфигурации лесосек (традиционная форма лесосеки - прямоугольник). Наиболее типичными в Республике являются лесосеки треугольной и четырехугольной форм [1].

Нужно составить схему разработки таких лесосек и расположение погрузочного пункта таким образом, чтобы грузовая работа, при перевозке древесины от заготовителя, до погрузочного пункта была минимальной. Рассмотрим два вида лесосек, четырехугольную и треугольную формы и схему заготовок как показано на рисунке 1. При таком выборе системы координат погрузочный пункт имеет координаты $y = 0$; $x = a$. Направление трелевки $\downarrow, \rightarrow, \leftarrow$ и размеры лесосек, характеризующихся координатами вершин $A_1(x_1; y_1), A_2(x_2; y_2)$, примем в соответствии со схемой, представленной на рисунке 1.

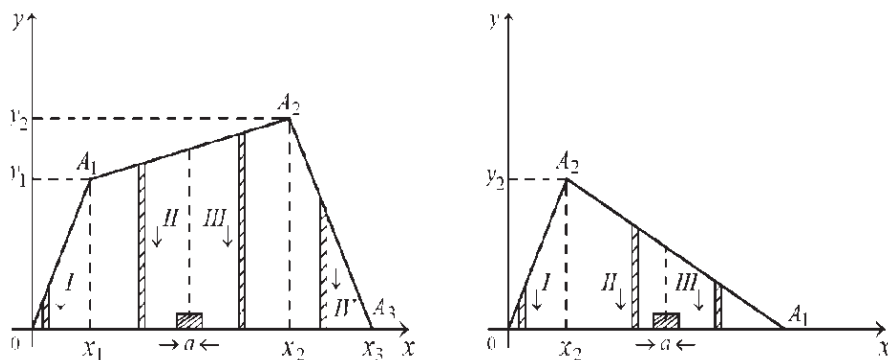


Рисунок 1 – Схемы освоения лесосек

Для простоты изложения, найдем грузовую работу на лесосеке треугольной формы. Разделим лесосеку на 3 участка $I-III$ и найдем грузовую работу на каждом из них. Покажем, как это делается на участке I . Работу будем находить с помощью определенного интеграла. Полагая, что лесонасаждения равномерно расположены по площади лесосеки, обозначим средний запас древесины через q . Выделим элементарный участок шириной dx и будем считать, что весь запас древесины равный $q \cdot k_1 x dx$ находится в середине выделенного элементарного участка. Тогда, расстояние, на которое нужно перевести эту древесину будет равно $\frac{k_1 x}{2} + a - x$, а элементарная грузовая работа будет $dR_1 = q \left(\frac{k_1 x}{2} + a - x \right) k_1 x dx$. $y = k_1 x = \frac{y_2}{x_2} x$ – уравнение стороны OA_2 .

Полная грузовая работа по вывозке древесины с участка I будет

$$R_1 = \int_0^{x_2} q \left(\frac{k_1 x}{2} + a - x \right) k_1 x dx = q \left(\frac{k_1^2 x_2^3}{6} + a \frac{k_1 x_2^2}{2} - \frac{k_1 x_2^3}{3} \right).$$

Вычисляя аналогично грузовую работу R_2 и R_3 на участках $II-III$ и найдем суммарную грузовую работу $R = R_1 + R_2 + R_3$ для всей лесосеки

$$R = q \left(k_2 \left(\frac{a^3}{3} - a^2 x_1 + a \frac{x_1(x_1 - x_2)}{2} \right) + \frac{y_2^2 x_1 - y_2 x_2^2}{6} + \frac{2y_2 x_2^3 - y_2 x_1 x_2^2 - y_2 x_1^3}{6(x_2 - x_1)} \right)$$

После чего исследуем полученное выражение на минимум относительно параметра a . В зависимости от координат вершин функция достигает наименьшее значение при

$$a = \begin{cases} x_1 - \sqrt{\frac{x_1(x_1 - x_2)}{2}}, & \text{если } x_2 > \frac{x_1}{2}, \\ x_2, & \text{если } x_2 = \frac{x_1}{2}, \\ 1 - \sqrt{\frac{x_1 x_2}{2}}, & \text{если } x_2 < \frac{x_1}{2}. \end{cases}$$

Аналогично показывается, что для лесосеки четырехугольной формы

$$a = \frac{2(k_2 x_1 - y_1)}{2k_2} + \frac{\sqrt{4(k_2 x_1 - y_2)^2 + 2k_2(2y_1 x_1 - 2k_2 x_1 + y_2 x_2 - y_2 x_1 + y_1 x_2)}}{2k_2}.$$

Здесь k_1, k_2 угловые коэффициенты прямых OA_1 и $A_2 A_3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатенко В.В., Турлай И.В., Федоренчик А.С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок. Минск: БГТУ, 2004. 178 с.