

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

В 3-х частях

Часть 2. Электричество и магнетизм

*Рекомендовано
учебно-методическим объединением по химико-технологическому
образованию в качестве учебно-методического пособия
для студентов учреждений высшего образования
по химико-технологическим специальностям*

Минск 2022

УДК 531/534(075.8)

ББК 22.3я73

Ф50

Авторы :

*Д. В. Кленицкий, В. В. Тульев, А. В. Буцень, В. Р. Мадьяров,
Е. В. Фарафонтова, О. Г. Бобрович, Н. Н. Крук*

Под общей редакцией *В. В. Тульева*

Рецензенты :

кафедра естественнонаучных дисциплин учреждения
образования «Белорусский государственный
аграрно-технический университет»
(кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой *В. В. Долгий*);
доктор физико-математических наук, доцент, профессор
кафедры математики и физики учреждения образования
«Белорусская государственная академия связи» *Л. Л. Гладков*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или ее части не может быть осуществлено без разрешения учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет».

Физика. Сборник задач : учеб.-метод. пособие для студентов химико-технологических специальностей : в 3 ч. / Ф50 Д. В. Кленицкий [и др.] ; под общ. ред. В. В. Тульева. – Минск : БГТУ, 2022. – Ч. 2 : Электричество и магнетизм. – 149 с. ISBN 978-985-897-015-4.

Сборник задач содержит около 500 задач по разделу «Электричество и магнетизм». В издание включены краткие теоретические сведения, а также примеры решения задач. В конце сборника приведены ответы к задачам и справочная информация.

Пособие предназначено для студентов химико-технологических специальностей учреждений высшего образования, может использоваться также студентами инженерно-технических специальностей.

УДК 531/534(075.8)

ББК 22.3я73

ISBN 978-985-897-015-4 (Ч. 2) © УО «Белорусский государственный технологический университет», 2022
ISBN 978-985-530-922-3

ПРЕДИСЛОВИЕ

При изучении дисциплины «Физика» студентами учреждений высшего образования большое значение имеет развитие навыков применения теоретических знаний на практике. Умение решать задачи является одним из ключевых. Именно при решении физических задач проявляется понимание тех или иных физических процессов и их закономерностей, способность применить эти знания к анализу физических явлений и использовать в практических целях. Решение физических задач помогает формированию навыков самостоятельной работы, развитию мышления и творческих способностей обучающихся, позволяет представить современную физическую картину мира.

Данное издание подготовлено согласно учебным планам и отвечает всем требованиям учебных программ по дисциплине «Физика» для студентов I ступени обучения. Учебно-методическое пособие предназначено для использования на практических занятиях, выполнения контрольных работ и индивидуальных заданий, а также для самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Физика». Пособие является одним из компонентов учебно-методического комплекса, включающего учебник, электронные конспекты лекций и лабораторный практикум.

При составлении данного сборника задач использован многолетний опыт проведения практических занятий профессорско-преподавательским составом кафедры физики со студентами всех специальностей БГТУ. Для удобства в каждом параграфе приведены основные формулы и законы, необходимые для решения задач, рассмотрены примеры решения типовых задач по соответствующему разделу курса. В конце сборника даны ответы к задачам. Пособие также включает приложения, содержащие основные физические постоянные и справочные таблицы.

Параграфы подготовлены: доцентом Д. В. Кленицким (§ 1), ассистентом А. В. Буценом (§ 2, 3), доцентом В. Р. Мадыаровым (§ 4), доцентом Е. В. Фарафоновой (§ 5), доцентом О. Г. Бобровичем (§ 6, 7), заведующим кафедрой Н. Н. Круком (предисловие, методические указания, § 8, 9).

Доцент В. В. Тульев осуществлял общее руководство авторским коллективом, вносил предложения и давал рекомендации по улучшению авторского оригинала, а также участвовал в подготовке предисловия, § 2, 5, 7 и приложения.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

При решении задач рекомендуется придерживаться следующей последовательности действий:

1) приступая к решению задачи, студент должен предварительно ознакомиться с теоретическим материалом по теме, установить, какие физические явления и законы положены в основу данной задачи; необходимо выписать значения заданных в условии физических величин и дополнительные данные, выявленные при анализе условия задачи;

2) если того требует характер задачи, сделать схематический рисунок или чертеж и изобразить на нем известные (в первую очередь векторные) величины; при необходимости выбрать систему координат, причем оси следует выбрать так, чтобы проекции векторов на них выражались наиболее простым образом;

3) составить уравнения (систему уравнений), выражающие взаимосвязь между физическими величинами, относящимися к рассматриваемой задаче;

4) решить систему уравнений; решение получают, как правило, в общем виде, обозначив все физические величины соответствующими буквами и производя с ними нужные выкладки и преобразования;

5) проверить полученную формулу на соответствие размерностей: если размерности величин, стоящих в формуле слева и справа от знака равенства, не сходятся, то решение является неверным;

6) перейти к подстановке числовых данных, выраженных в системе единиц СИ (точность расчета должна соответствовать точности величин, приведенных в условии); значения обязательно подставляются в основных единицах системы СИ;

7) оценить полученный ответ на правдоподобность (например, скорость тела не может оказаться больше скорости света в вакууме и т. п.); проанализировать полученный результат, так как часто в задаче требуется сделать качественный вывод на основе полученного числового значения либо функциональной зависимости.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

§ 1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Основные формулы и законы

1. Закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}, \quad (1.1)$$

где F – модуль силы электростатического взаимодействия между двумя точечными зарядами q_1 и q_2 , находящимися на расстоянии r друг от друга; $1 / (4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$; ϵ_0 – электрическая постоянная.

2. Объемная ρ , поверхностная σ и линейная λ плотности заряда:

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad \sigma = \frac{dq}{dS}, \quad \lambda = \frac{dq}{dl}, \quad (1.2)$$

где dq – заряд, находящийся соответственно в объеме dV , на поверхности площадью dS и на отрезке длиной dl .

3. Напряженность \vec{E} и потенциал ϕ электростатического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad \phi = \frac{\Pi}{q}, \quad (1.3)$$

где \vec{F} – сила, действующая на точечный пробный заряд q со стороны электростатического поля; Π – потенциальная энергия заряда q в электростатическом поле.

4. Модуль напряженности и потенциал электростатического поля точечного заряда q :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}, \quad \phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (1.4)$$

где r – расстояние от заряда до наблюдаемой точки.

5. Принцип суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i, \quad (1.5)$$

где \vec{E} и φ – напряженность и потенциал результирующего электрического поля, созданного системой точечных зарядов в данной точке; \vec{E}_i и φ_i – напряженности и потенциалы полей, созданных каждым зарядом системы в этой точке.

6. Связь между напряженностью поля и потенциалом:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}, \quad (1.6)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты прямоугольной декартовой системы координат.

7. Разность потенциалов (напряжение U) между двумя точками поля:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l}, \quad (1.7)$$

где A_{12} – работа по перемещению заряда q между двумя точками поля; $\int_1^2 \vec{E}d\vec{l}$ – циркуляция вектора \vec{E} вдоль контура l , соединяющего эти точки.

8. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме в интегральной форме:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}, \quad (1.8)$$

где Φ_E – поток вектора напряженности \vec{E} сквозь замкнутую поверхность S ; $d\vec{S} = dS\vec{n}$, dS – элементарный (бесконечно малый) участок поверхности, \vec{n} – единичный вектор нормали к участку dS ; q – заряд, охватываемый этой поверхностью.

9. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме в дифференциальной форме:

$$\text{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (1.9)$$

где ρ – объемная плотность заряда.

10. Модуль напряженности поля бесконечной равномерно заряженной плоскости:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}, \quad (1.10)$$

где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости.

11. Модуль напряженности поля бесконечного равномерно заряженного цилиндра (нити) радиуса R :

$$E = 0 \text{ при } r < R, \quad (1.11)$$

$$E = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 r} \text{ при } r \geq R, \quad (1.12)$$

где r – расстояние от оси цилиндра; λ – линейная плотность заряда цилиндра (нити).

12. Модуль напряженности поля равномерно заряженной сферы радиуса R :

$$E = 0 \text{ при } r < R, \quad (1.13)$$

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{|\sigma|R^2}{\varepsilon_0 r^2} \text{ при } r \geq R, \quad (1.14)$$

где r – расстояние от центра сферы; $q = \sigma 4\pi R^2$ – заряд сферы; σ – поверхностная плотность заряда на поверхности сферы.

13. Работа поля по перемещению заряда q :

$$A = qU = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.15)$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек поля, в которых находится заряд до и после перемещения.

14. Потенциальная энергия системы точечных зарядов:

$$\Pi = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \dots + q_n\varphi_n), \quad (1.16)$$

где φ_i – потенциал электрического поля в точке нахождения заряда q_i , созданного всеми другими зарядами ($i = 1, n$).

Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных заряда $q_1 = q_2 = 0,2$ мкКл находятся в вакууме на расстоянии $l = 0,5$ м друг от друга. Точечный заряд $q_0 = 0,5$ мкКл может перемещаться вдоль прямой, являющейся осью

симметрии системы зарядов q_1 и q_2 (рис. 1.1). Определите максимальное значение силы, действующей на заряд q_0 .

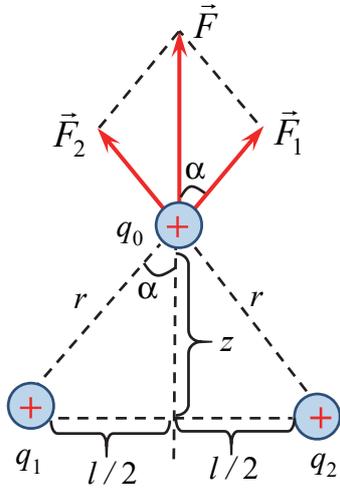


Рис. 1.1

Решение. На заряд q_0 действует сила

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (1.17)$$

где \vec{F}_1 и \vec{F}_2 силы, действующие на заряд q_0 со стороны зарядов q_1 и q_2 соответственно.

По закону Кулона (1.1)

$$F_1 = F_2 = k \frac{q_0 q_1}{r^2}, \quad (1.18)$$

где $k = 1 / (4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ – коэффициент пропорциональности; r – расстояние от зарядов q_1 и q_2 до заряда q_0 .

Модуль результирующей силы

$$F = 2F_1 \cos\alpha. \quad (1.19)$$

Учтем, что

$$\cos\alpha = \frac{z}{r}, \quad r = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + z^2}, \quad (1.20)$$

где z – расстояние от заряда q_0 до середины отрезка, соединяющего заряды q_1 и q_2 .

Подставляя (1.18) и (1.20) в (1.19), получим

$$F = 2kq_0q_1 \frac{z}{\left(\left(\frac{l}{2}\right)^2 + z^2\right)^{3/2}}. \quad (1.21)$$

Исследуем зависимость силы F от расстояния z на максимум. Для этого продифференцируем (1.21) по z и приравняем производную к нулю:

$$\frac{dF}{dz} = \frac{2kq_0q_1}{\left(\left(\frac{l}{2}\right)^2 + z^2\right)^{3/2}} \left(1 - \frac{3z^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + z^2} \right) = 0. \quad (1.22)$$

Отсюда следует, что

$$z = \frac{l}{2\sqrt{2}}. \quad (1.23)$$

Знак производной при переходе через эту точку меняется с плюса на минус, поэтому данному значению z соответствует максимум функции $F(z)$. Подставляя (1.23) в (1.21), найдем максимальное значение силы, действующей на заряд q_0 ,

$$F_{\max} = \frac{16}{\sqrt{27}} \frac{kq_0q_1}{l^2}. \quad (1.24)$$

Выполним вычисления:

$$F_{\max} = \frac{16}{\sqrt{27}} \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} \approx 11 \text{ мН}. \quad (1.25)$$

Пример 2. Тонкое полукольцо радиуса $R = 15$ см в вакууме заряжено с линейной плотностью $\lambda = \lambda_0 \sin \alpha$, где $\lambda_0 = 0,5$ нКл/м; α – полярный угол (рис. 1.2). Определите напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны этого полукольца.

Решение. Заряд, расположенный на полукольце, не является точечным. Поэтому разобьем полукольцо на бесконечно малые участки длиной dl . С учетом определения линейной плотности заряда в (1.2) на каждом таком участке содержится заряд $dq = \lambda dl$. Так как $dl = R d\alpha$, то

$$dq = \lambda R d\alpha = \lambda_0 \sin \alpha R d\alpha. \quad (1.26)$$

Заряд dq является точечным, поэтому можно пользоваться соотношениями (1.4) для напряженности и потенциала поля, создаваемого им. Заметим также, что заряд $dq > 0$, так как угол α в (1.26) изменяется от 0 до π и $\sin \alpha > 0$. Как следствие, вектор напряженности $d\vec{E}$ поля заряда направлен от него (рис. 1.2).

Поля зарядов dq , расположенных на разных элементах полукольца, в точке O накладываются друг на друга. По принципу суперпозиции (1.5) вектор напряженности результирующего поля

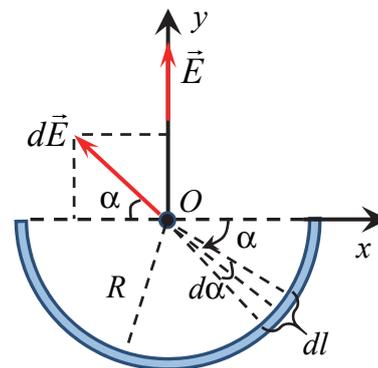


Рис. 1.2

$$\vec{E} = \int d\vec{E}. \quad (1.27)$$

Заряды dq находятся на одном и том же расстоянии $r = R$ до точки O , поэтому модуль напряженности dE поля заряда dq с учетом (1.26)

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2} = k \frac{\lambda_0 \sin \alpha d\alpha}{R}, \quad (1.28)$$

где $k = 1 / (4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ – коэффициент пропорциональности.

Найдем составляющие вектора \vec{E} вдоль осей координат, проецируя уравнение (1.27) на соответствующие оси:

$$E_x = \int dE_x, \quad E_y = \int dE_y, \quad (1.29)$$

где компоненты вектора $d\vec{E}$ с учетом (1.28)

$$dE_x = -dE \cos \alpha = -\frac{k\lambda_0}{R} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha; \quad (1.30)$$

$$dE_y = dE \sin \alpha = \frac{k\lambda_0}{R} \sin^2 \alpha d\alpha. \quad (1.31)$$

Выполняя интегрирование в (1.29) с учетом (1.30) и (1.31), найдем

$$E_x = -\frac{k\lambda_0}{R} \int_0^\pi \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = -\frac{k\lambda_0}{R} \frac{\sin^2 \alpha}{2} \Big|_0^\pi = 0; \quad (1.32)$$

$$E_y = \frac{k\lambda_0}{R} \int_0^\pi \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{k\lambda_0}{2R} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \Big|_0^\pi = \frac{k\lambda_0 \pi}{2R}. \quad (1.33)$$

Из (1.32) и (1.33) следует, что вектор напряженности \vec{E} направлен в положительном направлении оси y , а его модуль

$$E = E_y = \frac{k\lambda_0 \pi}{2R}. \quad (1.34)$$

Потенциал поля заряда dq в точке O определим из (1.4) с учетом (1.26):

$$d\phi = k \frac{dq}{R} = k\lambda_0 \sin \alpha d\alpha. \quad (1.35)$$

По принципу суперпозиции (1.5) потенциал в точке O результирующего поля

$$\phi = \int d\phi = k\lambda_0 \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = -k\lambda_0 \cos \alpha \Big|_0^\pi = 2k\lambda_0. \quad (1.36)$$

Проверим единицы измерения величин, получаемых по формулам (1.34), (1.36):

$$[E] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}, \quad [\varphi] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \text{В}. \quad (1.37)$$

Учитывая, что $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, выполним вычисления

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 3,14}{2 \cdot 0,15} \approx 47 \text{ В/м}; \quad (1.38)$$

$$\varphi = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-9} = 9 \text{ В}. \quad (1.39)$$

Пример 3. Потенциал электрического поля в вакууме зависит от координат x и y по закону $\varphi = -\alpha \ln(x^2 + y^2) + \beta$, где $\alpha = 3,5 \text{ кВ}$ и β – некоторая постоянная. Определите: 1) заряд, охватываемый сферой радиуса $R = 20 \text{ см}$ с центром в начале координат (рис. 1.3); 2) направление вектора напряженности электрического поля и его модуль в точках на расстоянии $\rho = 10 \text{ см}$ от оси z . Какому распределению зарядов соответствует данное поле?

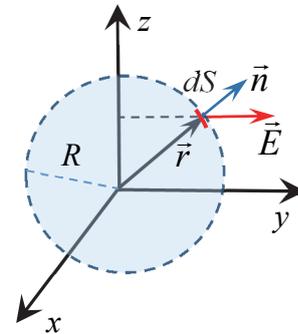


Рис. 1.3

Решение. 1) Заряд, охватываемый сферой, определим из теоремы Гаусса (1.8):

$$q = \varepsilon_0 \Phi_E = \varepsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S}, \quad (1.40)$$

где ε_0 – электрическая постоянная; \vec{E} – напряженность электрического поля; $d\vec{S} = dS\vec{n}$, dS – элементарный (бесконечно малый) участок поверхности сферы, \vec{n} – единичный вектор нормали к участку dS .

Используя формулу связи (1.6), найдем напряженность поля, соответствующую данному потенциалу:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}, \quad (1.41)$$

где компоненты вектора напряженности

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{2\alpha x}{x^2 + y^2}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{2\alpha y}{x^2 + y^2}; \quad (1.42)$$

$$E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (1.43)$$

Вектор в (1.40) представим в виде $d\vec{S}$:

$$d\vec{S} = dS\vec{n} = dS \frac{\vec{r}}{R} = \frac{dS}{R} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}), \quad (1.44)$$

где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ – радиуса-вектор элемента поверхности dS (рис. 1.3). Модуль радиуса-вектора равен радиусу сферы $r = R$.

Тогда скалярное произведение векторов \vec{E} (1.41) и $d\vec{S}$ (1.44) с учетом (1.42), (1.43) будет

$$\vec{E}d\vec{S} = (E_x x + E_y y + E_z z) \frac{dS}{R} = 2\alpha \frac{dS}{R}. \quad (1.45)$$

Подставим (1.45) в (1.40) и выполним интегрирование:

$$q = \varepsilon_0 \oint_S \frac{2\alpha}{R} dS = \frac{2\alpha\varepsilon_0}{R} \oint_S dS = \frac{2\alpha\varepsilon_0}{R} 4\pi R^2 = 8\pi\alpha\varepsilon_0 R, \quad (1.46)$$

где учтено, что последний интеграл равен площади поверхности сферы.

Проверим единицы измерения величины заряда (1.46):

$$[q] = \text{В} \cdot \frac{\Phi}{\text{м}} \cdot \text{м} = \text{В} \cdot \Phi = \text{Кл}. \quad (1.47)$$

Учитывая, что $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, выполним вычисления по формуле (1.46):

$$q = 8 \cdot 3,14 \cdot 3,5 \cdot 10^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,2 \approx 0,16 \text{ мкКл}. \quad (1.48)$$

2) Так как компонента E_z (1.43) равна нулю, то вектор напряженности направлен перпендикулярно оси z (рис. 1.3). Найдем модуль напряженности поля, используя (1.42), (1.43):

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \frac{2\alpha}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{2\alpha}{\rho}, \quad (1.49)$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ – расстояние до оси z .

Вычислим напряженность поля при $\rho = 10$ см:

$$E = \frac{2 \cdot 3,5 \cdot 10^3}{0,1} = 70 \text{ кВ/м}. \quad (1.50)$$

Данное поле соответствует полю бесконечной равномерно заряженной нити (1.12), расположенной вдоль оси z .

Сравнивая (1.49) и (1.12), найдем линейную плотность заряда на нити:

$$2\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \Rightarrow \lambda = 4\pi\epsilon_0\alpha. \quad (1.51)$$

Подставляя данные из условия в (1.51), найдем

$$\lambda = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,5 \cdot 10^3 \approx 0,39 \text{ мкКл/м}. \quad (1.52)$$

Пример 4. Два тонких непроводящих кольца радиуса $R = 5$ см имеют заряды $q_1 = -q$ и $q_2 = q$, где $q = 50$ нКл. Кольца расположены в параллельных плоскостях так, что их оси совпадают и расстояние между их центрами $l = 2$ см (рис. 1.4). Определите изменение потенциальной энергии электрона при перемещении его из центра одного кольца в центр другого. Чему равна скорость электрона после перемещения, если в начальном положении его кинетической энергией можно пренебречь?

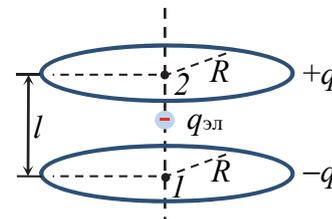


Рис. 1.4

Решение. С учетом определения потенциала в (1.3) изменение потенциальной энергии электрона при его перемещении

$$\Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1 = q_{\text{эл}}(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (1.53)$$

где $q_{\text{эл}}$ – заряд электрона; φ_1 и φ_2 – потенциалы электрического поля в начальном и конечном положениях электрона соответственно.

Заметим, что изменение потенциальной энергии (1.53) определяется работой сил электрического поля (1.15) по формуле $\Delta\Pi = -A$.

По принципу суперпозиции электрических полей (1.5) для потенциалов

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12}; \quad (1.54)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{21} + \varphi_{22}, \quad (1.55)$$

где φ_{11} , φ_{12} и φ_{21} , φ_{22} – потенциалы электрических полей, которые создают кольца в начальном и конечном положениях электрона соответственно.

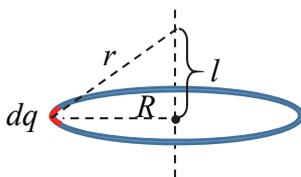


Рис. 1.5

Найдем потенциал электрического поля кольца в точках, расположенных на его оси (рис. 1.5). Разобьем кольцо на элементарные участки, каждый из которых имеет заряд dq . Этот заряд является точечным, поэтому

потенциал его поля в точках на оси кольца определяется по формуле (1.4):

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{k dq}{\sqrt{R^2 + l^2}}, \quad (1.56)$$

где $k = 1 / (4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ – коэффициент пропорциональности.

По принципу суперпозиции (1.5) потенциал поля кольца найдем, проинтегрировав (1.56):

$$\varphi = \frac{k}{\sqrt{R^2 + l^2}} \int dq \Rightarrow \varphi = \frac{kq}{\sqrt{R^2 + l^2}}. \quad (1.57)$$

Из (1.57) следует, что потенциал поля кольца в его центре при $l = 0$ имеет вид

$$\varphi = \frac{kq}{R}. \quad (1.58)$$

Используя (1.57), (1.58), найдем

$$\varphi_{11} = \frac{kq_1}{R} = -\frac{kq}{R}, \quad \varphi_{12} = \frac{kq_2}{\sqrt{R^2 + l^2}} = \frac{kq}{\sqrt{R^2 + l^2}}; \quad (1.59)$$

$$\varphi_{21} = \frac{kq_1}{\sqrt{R^2 + l^2}} = -\frac{kq}{\sqrt{R^2 + l^2}}, \quad \varphi_{22} = \frac{kq_2}{R} = \frac{kq}{R}. \quad (1.60)$$

Подставляя (1.59), (1.60) в (1.54) и (1.55), получим

$$\varphi_1 = kq \left(-\frac{1}{R} + \frac{1}{\sqrt{R^2 + l^2}} \right), \quad \varphi_2 = kq \left(-\frac{1}{\sqrt{R^2 + l^2}} + \frac{1}{R} \right). \quad (1.61)$$

Тогда изменение потенциальной энергии (1.53) будет

$$\Delta\Pi = 2kqq_{\text{эл}} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + l^2}} \right). \quad (1.62)$$

Так как в электростатическом поле колец полная энергия электрона сохраняется, то изменение кинетической энергии электрона

$$\Delta K = K_2 - K_1 = -\Delta\Pi. \quad (1.63)$$

Пренебрегая первоначальной кинетической энергией электрона $K_1 \approx 0$ и учитывая, что $K_2 = mv^2 / 2$, из (1.63) найдем скорость электрона после перемещения:

$$v = \sqrt{-\frac{2\Delta\Pi}{m}}. \quad (1.64)$$

Учитывая, что $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², заряд электрона $q_{\text{эл}} = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а его масса $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, выполним вычисления по формулам (1.62), (1.64):

$$\Delta\Pi = -14,4 \cdot 10^{-17} \left(\frac{1}{0,05} - \frac{1}{\sqrt{0,05^2 + 0,02^2}} \right) \approx -20,6 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}. \quad (1.65)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 20,6 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 2 \cdot 10^7 \text{ м/с}. \quad (1.66)$$

Пример 5. Частица массой $m = 3 \cdot 10^{-14}$ кг, имеющая заряд $q = -0,15$ нКл, движется в вакууме со скоростью $v_0 = 1,2 \cdot 10^3$ м/с. На пути частице встречается полоса однородного электрического поля толщиной $d = 15$ см (рис. 1.6), напряженность которого $E = 150$ В/м. Скорость частицы направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к вектору напряженности. Определите:

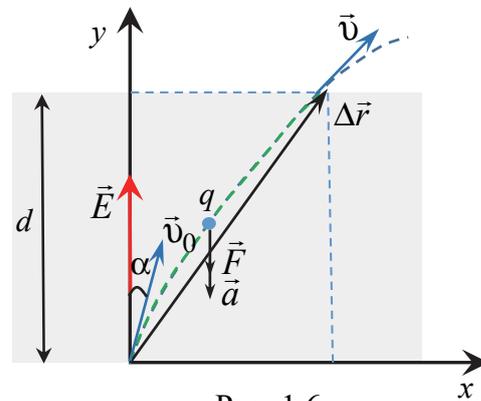


Рис. 1.6

1) траекторию частицы в электрическом поле; 2) время, за которое частица пролетит слой; 3) перемещение частицы в электрическом поле; 4) скорость, с которой она вылетит из слоя.

Решение. Пренебрегая силой тяжести, в электрическом поле на заряженную частицу действует сила

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (1.67)$$

Так как частица имеет отрицательный заряд, то сила направлена в противоположную сторону напряженности электрического поля. По второму закону Ньютона она сообщает частице ускорение, направленное также, как и сила, модуль которого

$$a = \frac{|q|E}{m} = \frac{0,15 \cdot 10^{-9} \cdot 150}{3 \cdot 10^{-14}} = 0,75 \cdot 10^6 \text{ м/с}^2. \quad (1.68)$$

Таким образом, в электрическом поле частица будет двигаться равнозамедленно. Зависимости координат частицы и ее скоростей вдоль осей координат от времени имеют вид

$$x = v_{0x}t, \quad y = v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}; \quad (1.69)$$

$$v_x = v_{0x}, \quad v_y = v_{0y} + a_y t, \quad (1.70)$$

где начальные скорости частицы вдоль осей координат и проекция ускорения на ось y

$$v_{0x} = v_0 \sin \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \cos \alpha, \quad a_y = -a. \quad (1.71)$$

1) Уравнение траектории частицы найдем из (1.69). Выразим время из $x(t)$ и подставим его в зависимость $y(t)$. Получим

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_{0x}} \\ y = v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x + \frac{a_y}{2v_{0x}^2}x^2. \quad (1.72)$$

Учитывая в (1.72) формулы (1.71), уравнение траектории примет вид

$$y = \operatorname{ctg} \alpha x - \frac{a}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x^2. \quad (1.73)$$

Подставляя в (1.73) данные из условия и значения модуля ускорения (1.68), найдем

$$y \approx 0,58x - 0,35x^2. \quad (1.74)$$

Данное уравнение представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз. Частица движется по ветви этой параболы (рис. 1.6).

2) Время Δt_{Π} , за которое частица пролетит слой, найдем из зависимости $y(t)$ (1.69). Так как при $t = \Delta t_{\Pi}$ координата $y = d$, уравнение для определения Δt_{Π} с учетом формул (1.71) примет вид

$$d = v_{0y} \Delta t_{\Pi} + \frac{a_y \Delta t_{\Pi}^2}{2} \Rightarrow \frac{a \Delta t_{\Pi}^2}{2} - v_0 \cos \alpha \Delta t_{\Pi} + d = 0. \quad (1.75)$$

Решая квадратное уравнение (1.75), найдем

$$\Delta t_{\Pi} = \frac{v_0 \cos \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha - 2ad}}{a}. \quad (1.76)$$

Причем времени пролета в (1.76) соответствует знак минус. Подставляя в (1.76) данные из условия и значения модуля ускорения (1.68), найдем

$$\Delta t_{\Pi} \approx 0,3 \text{ мс}. \quad (1.77)$$

3) Модуль вектора перемещения частицы в электрическом поле

$$\Delta r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (1.78)$$

где x, y – координаты частицы на границе слоя при вылете.

Принимая во внимание, что

$$x = v_{0x} \Delta t_{\Pi} = v_0 \sin \alpha \Delta t_{\Pi}, \quad y = d, \quad (1.79)$$

получим

$$\Delta r = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha \Delta t_{\Pi}^2 + d^2}. \quad (1.80)$$

Подставляя в (1.80) данные из условия и значение Δt_{Π} (1.77), найдем

$$\Delta r = \sqrt{(1,2 \cdot 10^3)^2 \sin^2 60 \cdot (0,3 \cdot 10^{-3})^2 + 0,15^2} \approx 34,6 \text{ см}. \quad (1.81)$$

4) Скорость, с которой частица вылетит из слоя, найдем используя формулы (1.70), (1.71) при $t = \Delta t_{\Pi}$:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + (v_0 \cos \alpha - a \Delta t_{\Pi})^2}. \quad (1.82)$$

Подставляя в (1.82) данные из условия и значения модуля ускорения (1.68) и времени (1.77), получим

$$v \approx 1,1 \cdot 10^3 \text{ м/с}. \quad (1.83)$$

Задачи

1.1. Два небольших шарика массой $m = 1$ г, заряженные одинаковыми зарядами $q = 1$ мкКл, находятся в вакууме на некотором расстоянии друг от друга. Во сколько раз сила электростатического

взаимодействия шариков отличается от их гравитационного взаимодействия? При каком значении массы шариков эти силы оказались бы равны?

1.2. Два точечных заряда $q_1 = 4$ нКл и $q_2 = 9$ нКл расположены в вакууме на расстоянии $l = 50$ см друг от друга. Определите величину точечного заряда q_3 и место, в которое его надо поместить, чтобы сила, действующая на каждый из этих зарядов, была равна нулю.

1.3. Два точечных заряда $q_1 = 2$ мкКл и $q_2 = 6$ мкКл закреплены на расстоянии $l = 40$ см друг от друга в вакууме. На какое расстояние от заряда q_1 нужно поместить заряд q_0 , чтобы он находился в равновесии? Считая, что перемещения заряда q_0 возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды, укажите, какой знак должен иметь заряд, чтобы равновесие было устойчивым.

1.4. Два точечных заряда, находящихся в вакууме на расстоянии $r = 50$ см друг от друга, отталкиваются с силой $F = 0,36$ мкН. Определите величину зарядов, если их суммарный заряд $q = 6,5$ нКл.

1.5. Небольшому шарикку массой $m = 15$ г, подвешенному на нить в вакууме, сообщили заряд $q = 0,2$ мкКл. Во сколько раз уменьшится сила натяжения нити, если к шарикку снизу поднести заряженный таким же зарядом шарик? Расстояние между центрами шариков при этом $r = 6$ см.

1.6. Два маленьких одинаковых по размеру заряженных шарика, находящихся на расстоянии $r = 0,5$ м друг от друга в вакууме, притягиваются с силой $F_1 = 3$ мН. После того как шарики были приведены в соприкосновение и затем удалены друг от друга на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 0,25$ мН. Чему равны первоначальные заряды шариков?

1.7. Два одинаковых шарика, имеющих заряды $q_1 = -1$ мкКл и $q_2 = 0,5$ мкКл, взаимодействуют друг с другом на некотором расстоянии в вакууме с силой $F_1 = 4,4$ мН. Определите силу взаимодействия после того, как шарики привели в соприкосновение и затем развели их на прежнее расстояние. Размерами шариков по сравнению с расстоянием, на котором они находятся, можно пренебречь.

1.8. Два одинаковых шарика массой $m = 10$ г и радиуса $r = 1$ см подвешены в вакууме в одной точке на длинных непроводящих нитях длиной $l = 39$ см. После того, как шарикам сообщили одинаковые по величине и знаку заряды, нити разошлись на угол $\alpha = 20^\circ$. Определите величину заряда каждого шарика.

1.9. Два одинаковых маленьких шарика подвешены на длинных непроводящих нитях одинаковой длины к одной точке. Шарик имеют одинаковый заряд и расстояние между ними $r_0 = 8$ см. Каким станет расстояние между шариками, если один из них разрядить? Считать, что расстояние между шариками много больше их размеров.

1.10. Два точечных заряда $q_1 = 1,6$ мкКл и $q_2 = -3,6$ мкКл находятся в вакууме на расстоянии $l = 80$ см друг от друга. Точечный положительный заряд q расположен в точке, удаленной на $r_1 = 40$ см от первого и на $r_2 = 60$ см от второго заряда. Найдите величину заряда q , если на него действует сила $F = 30$ мН.

1.11. Два точечных заряда $q_1 = q_2 = 0,2$ мкКл находятся на расстоянии $l = 40$ см друг от друга. Положительный точечный заряд q_0 может перемещаться вдоль прямой, проходящей перпендикулярно через середину отрезка, соединяющего заряды q_1 и q_2 . Определите величину заряда q_0 , если максимальная сила, действующая на него при его перемещении, $F_{\max} = 4,5$ мН.

1.12. В центре равностороннего треугольника находится точечный заряд $q_0 = 2,3$ мкКл. Какие одинаковые точечные заряды надо поместить в вершинах треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

1.13. Четыре одинаковых точечных заряда $q = 4,5$ мкКл расположены в вершинах квадрата. Какой заряд q_0 нужно поместить в центр квадрата, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

1.14. В вершинах квадрата со стороной $a = 5$ см последовательно расположены точечные заряды $q_1 = q$, $q_2 = 2q$, $q_3 = 3q$, $q_4 = 4q$, где $q = 3,5$ нКл. Определите силу, действующую на заряд $q_0 = q$, расположенный в центре квадрата.

1.15. Четыре одинаковых точечных заряда $q = 8,7$ нКл расположены в вершинах прямоугольника со сторонами $a = 6$ см и $b = 8$ см. Чему равна сила, действующая на заряд в вершине со стороны других зарядов?

1.16. В вершинах квадрата со стороной $a = 40$ см закреплены по порядку точечные заряды $q_1 = q_2 = q$ и $q_3 = q_4 = -q$, где $q = 0,2$ мкКл. Найдите силу, действующую на точечный заряд $q_0 = 0,5$ мкКл, находящийся в точке, расположенной над центром квадрата на расстоянии $x = a / 2$ от него.

1.17. Тонкий стержень длиной $l = 30$ см равномерно заряжен зарядом $q = 2$ мкКл. Определите силу, действующую на заряд $q_0 = 5$ нКл, расположенный на оси стержня на расстоянии $r = 20$ см от одного из его концов.

1.18. Бесконечная прямая нить, равномерно заряженная с линейной плотностью $\lambda_1 = 3,5$ нКл/м, и тонкий стержень длиной $l = 30$ см, равномерно заряженный с линейной плотностью $\lambda_2 = 6,5$ нКл/м, расположены в вакууме в одной плоскости перпендикулярно друг другу. Найдите силу, с которой нить действует на стержень, если ближайший к нити конец стержня находится на расстоянии $r = 15$ см от нее.

1.19. Заряд $q = 0,6$ мкКл, равномерно распределенный по тонкому стержню длиной $l = 40$ см, находится в электрическом поле, созданном заряженной бесконечной прямой нитью. Стержень скрещен под прямым углом к нити и расположен симметрично относительно нее. Определите силу, действующую на стержень, если линейная плотность заряда на нити $\lambda = 0,25$ мкКл/м, а расстояние от середины стержня до нити $h = 5$ см.

1.20. Две бесконечно длинные параллельные нити заряжены равномерно с линейной плотностью $\lambda = 2$ мкКл/м каждая. Положительный точечный заряд $q_0 = 0,25$ мкКл может перемещаться вдоль прямой, проходящей через середину отрезка, соединяющего нити, перпендикулярно плоскости, в которой лежат нити. Определите расстояние между нитями, если максимальная сила, действующая на заряд q_0 при его перемещении, $F_{\max} = 90$ мН.

1.21. Тонкое кольцо радиуса $R = 20$ см заряжено равномерно зарядом $q = 4$ мкКл. Вдоль оси кольца расположена нить длиной $l = 10$ см так, что один из ее концов совпадает с центром кольца. Нить заряжена с линейной плотностью $\lambda = 0,2$ мкКл/м. Определите силу, действующую на нить со стороны кольца.

1.22. К равномерно заряженной бесконечной плоскости, расположенной вертикально в вакууме, на непроводящей нити подвешен маленький шарик массой $m = 5$ г. Поверхностная плотность заряда на плоскости $\sigma = 2,5$ мкКл/м². На какой угол от вертикали отклонится нить, если шарик сообщить заряд $q = 0,2$ мкКл?

1.23. По двум прямоугольным параллельным пластинам с размерами $a = 5$ см и $b = 10$ см равномерно распределены заряды $q_1 = 4,5$ нКл и $q_2 = 6$ нКл. Пластины расположены в вакууме на малом (по сравнению с линейными размерами пластин) расстоянии друг от друга. Определите силу взаимодействия между пластинами.

1.24. Точечный заряд $q = 49$ мкКл расположен в вакууме в точке с радиусом-вектором $\vec{r}_0 = 9\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты декартовой системы координат. Определите напряженность и потенциал электрического поля заряда в точке с радиусом-вектором $\vec{r} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Компоненты векторов \vec{r}_0 и \vec{r} выражены в метрах.

1.25. Точечные заряды $q_1 = 0,27$ мкКл и $q_2 = -0,64$ мкКл расположены в вакууме на расстоянии $l = 50$ см друг от друга. Найдите напряженность и потенциал электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $r_1 = 30$ см от первого и $r_2 = 40$ см от второго зарядов.

1.26. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 0,32$ нКл и $q_2 = -1,62$ нКл, расположенными в вакууме. Определите расстояние между зарядами, если напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $r_1 = 20$ см от первого и $r_2 = 30$ см от второго зарядов, $E = 132$ В/м.

1.27. Электрическое поле создано двумя противоположными по знаку точечными зарядами $q_1 = -q_2 = 2$ нКл, расположенными на расстоянии $l = 40$ см друг от друга в вакууме. Найдите напряженность и потенциал поля в точках, лежащих на прямой, проходящей через заряды: 1) посередине между зарядами; 2) на расстоянии $r = l$ от положительного заряда (в противоположной стороне от отрицательного заряда); 3) на расстоянии $r = l$ от отрицательного заряда (в противоположной стороне от положительного заряда).

1.28. Два точечных заряда $q_1 = q_2 = 0,3$ нКл находятся в вакууме на расстоянии $l = 40$ см друг от друга. Найдите такую точку на оси симметрии этих зарядов, в которой напряженность электрического поля максимальна. Чему равна напряженность и потенциал поля в этой точке?

1.29. Электрическое поле в вакууме создают два точечных заряда $q_1 = 2q$ и $q_2 = -3q$, где $q = 2,5$ нКл. Заряды расположены на расстоянии $l = 0,45$ м друг от друга. Найдите точку, в которой напряженность электрического поля равна нулю. Чему равен потенциал поля в этой точке?

1.30. Электрическое поле создают два одинаковых точечных заряда $q = 0,44$ нКл, расположенных в вакууме в противоположных вершинах квадрата со стороной $a = 20$ см. Найдите напряженность и потенциал электрического поля в двух других вершинах квадрата.

1.31. Три точечных заряда $q_1 = q_2 = q$ и $q_3 = -q$ ($q = 0,4$ нКл) расположены в вакууме в вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a = b = 10$ см. В вершине прямого угла находится

положительный заряд. Чему равны напряженность и потенциал электрического поля зарядов в точке пересечения гипотенузы и высоты, опущенной на нее из вершины прямого угла?

1.32. Четыре одинаковых точечных заряда $q = 0,04$ нКл расположены в вакууме в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найдите напряженность и потенциал электрического поля в середине одной из сторон квадрата.

1.33. Тонкий стержень длиной $l = 20$ см заряжен равномерно с линейной плотностью заряда $\lambda = 0,5$ нКл/м. Определите модуль напряженности электрического поля в точке, находящейся на прямой, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр. Расстояние от точки до центра стержня $r = 5$ см.

1.34. Очень длинная нить заряжена равномерно с линейной плотностью $\lambda = 0,2$ мкКл/м. Найдите напряженность электрического поля в точке, лежащей на перпендикуляре к нити, проходящем через один из ее концов. Расстояние от точки до конца нити $r = 40$ см.

1.35. Две бесконечно длинные параллельные нити заряжены равномерно с линейной плотностью $\lambda = 3,5$ нКл/м каждая. Определите максимальное значение модуля напряженности электрического поля в плоскости, являющейся плоскостью симметрии нитей и расположенной между ними. Расстояние между нитями $l = 25$ см.

1.36. Тонкое полукольцо длиной $l = 60$ см заряжено равномерно с линейной плотностью $\lambda = 0,2$ нКл/м. Найдите напряженность и потенциал электрического поля в центре кривизны этого полукольца.

1.37. По поверхности тонкого кольца с внутренним диаметром $d_1 = 30$ см и внешним диаметром $d_2 = 50$ см равномерно распределен заряд $q = 3$ нКл. Определите напряженность и потенциал электрического поля в центре кольца.

1.38. Равномерно заряженное тонкое кольцо радиуса $R = 10$ см имеет электрический заряд $q = 0,5$ нКл. Определите максимальное значение напряженности электрического поля на оси кольца. Чему равен потенциал электрического поля в точке на оси, где напряженность максимальна?

1.39. Тонкое кольцо радиуса $R = 2$ см заряжено с линейной плотностью $\lambda = \lambda_0 \sin \alpha$, где $\lambda_0 = 0,4$ нКл/м; α – полярный угол в системе координат, полюс которой совпадает с центром кольца. Определите напряженность и потенциал электрического поля в центре кольца.

1.40. Тонкое кольцо радиуса $R = 15$ см заряжено с линейной плотностью $\lambda = \lambda_0 \cos \alpha$, где $\lambda_0 = 0,6$ нКл/м; α – полярный угол

в системе координат, полюс которой совпадает с центром кольца. Определите напряженность и потенциал электрического поля в точке на оси кольца на расстоянии $l = 10$ см от его центра.

1.41. Тонкое кольцо радиуса $R = 10$ см имеет электрический заряд $q = 0,5$ мкКл. Вычислите разность потенциалов между центром кольца и точкой, лежащей на оси кольца на расстоянии $l = 20$ см от его центра.

1.42. Тонкий диск радиуса $R = 15$ см равномерно заряжен с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2$ мкКл/м². Найдите напряженность электрического поля на оси диска на расстоянии $l = 30$ см от его центра.

1.43. Тонкий диск заряжен равномерно зарядом $q = 0,4$ мкКл. Вычислите потенциал электрического поля в точке на оси диска на расстоянии $l = 10$ см от его центра. Радиус диска $R = 15$ см.

1.44. Две бесконечные параллельные плоскости заряжены с поверхностной плотностью зарядов $\sigma_1 = 0,6$ мкКл/м² и $\sigma_2 = 0,2$ мкКл/м². Определите напряженность электрического поля между плоскостями, а также вне плоскостей. Постройте график изменения напряженности вдоль оси, перпендикулярной плоскостям. Чему равна разность потенциалов между плоскостями, если расстояние между ними $d = 2,5$ мм?

1.45. Три бесконечные равномерно заряженные плоскости расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 1$ мм одна от другой. Найдите разности потенциалов между плоскостями, если поверхностные плотности зарядов на них $\sigma_1 = 0,4$ мкКл/м², $\sigma_2 = -0,2$ мкКл/м², $\sigma_3 = 0,1$ мкКл/м².

1.46. Найдите напряженность электрического поля, создаваемого двумя бесконечными равномерно заряженными взаимно перпендикулярными плоскостями. Поверхностная плотность заряда на плоскостях $\sigma_1 = \sigma$ и $\sigma_2 = 3\sigma / 2$, где $\sigma = 0,4$ мкКл/м².

1.47. Электрическое поле создано бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью $\lambda = 0,15$ нКл/м, и бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 0,25$ нКл/м². Чему равна напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $r = 20$ см от нити, если она и нить лежат в одной плоскости, параллельной заряженной плоскости.

1.48. По тонкой сферической поверхности радиуса R равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью σ . Найдите

зависимость потенциала φ электрического поля от расстояния r до центра сферы. Постройте график зависимости $\varphi(r)$.

1.49. По поверхности двух концентрических сфер с радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см равномерно распределены заряды с поверхностной плотностью $\sigma_1 = \sigma$ и $\sigma_2 = 2\sigma$ соответственно. Найдите плотность заряда σ , если потенциал в центре сфер $\varphi = 80$ кВ.

1.50. Потенциал электрического поля зависит от координат по закону $\varphi = \alpha x - \beta y + \gamma z$, где $\alpha = 2$ кВ/м; $\beta = 3,5$ кВ/м $\gamma = 1,5$ кВ/м. Чему равна напряженность электрического поля?

1.51. Потенциал электрического поля в некоторой области пространства зависит от координат по закону $\varphi = \alpha(x^2 + y^2 + z^2)$, где $\alpha = 0,8$ кВ/м². Определите напряженность электрического поля на расстоянии $r = 40$ см от начала координат.

1.52. Потенциал электрического поля в некоторой области пространства зависит от расстояния r до начала координат по закону $\varphi = -\alpha r^3 + \beta$, где $\alpha = 4,7$ кВ/м³ и β – некоторая постоянная. Найдите плотность распределения заряда в этой области. Чему она равна на расстоянии $r = 0,5$ м от начала координат.

1.53. Напряженность электрического поля зависит от координат по закону $\vec{E} = \alpha(y\vec{i} + x\vec{j} - 2z\vec{k})$, где α – постоянная; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты прямоугольной декартовой системы координат. Найдите зависимость потенциала поля от координат, нормируя его на ноль в начале координат.

1.54. Заряд $q = 0,2$ мкКл равномерно распределен в вакууме по шаровой области радиуса $R = 0,5$ м. Вычислите потенциал электрического поля в центре области.

1.55. Заряд распределен равномерно в вакууме с объемной плотностью $\rho = 4,5$ нКл/м³ по шаровой области радиуса $R = 1,5$ м. Используя теорему Гаусса, найдите модуль напряженности электрического поля внутри и вне шаровой области в зависимости от расстояния r до ее центра. Постройте график зависимости $E(r)$. Вычислите максимальное значение напряженности.

1.56. Заряд q распределен равномерно в вакууме по шаровой области радиуса R . Найдите потенциал электрического поля внутри и вне шаровой области в зависимости от расстояния r до ее центра. Постройте график зависимости $\varphi(r)$.

1.57. Потенциал электрического поля зависит от координат x и y по закону $\varphi = \alpha \ln(x^2 + y^2) + \beta$, где $\alpha = 4,5$ кВ и β – некоторая постоянная. Определите заряд, охватываемый цилиндром длиной $l = 60$ см, ось которого совпадает с осью z .

1.58. Электрическое поле создано зарядом $q = 0,25$ мкКл, равномерно распределенным по тонкой круглой пластине радиуса $R = 50$ см. На небольшом расстоянии от пластины вдали от ее краев находится круглая площадка радиуса $r = 1$ см. Найдите поток вектора напряженности сквозь площадку, если ее плоскость составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями напряженности электрического поля пластины.

1.59. Электрическое поле создано пятью точечными зарядами $q_1 = 2,5$ нКл, $q_2 = -0,6$ нКл, $q_3 = 4$ нКл, $q_4 = -1,6$ нКл, $q_5 = 2,4$ нКл, которые расположены в вакууме в точках, имеющих координаты $(x; y; z)$: $q_1(0,2; -0,8; 0,4)$, $q_2(0,3; 0,5; 0,1)$, $q_3(0,2; 0,6; -0,8)$, $q_4(-0,55; 0,7; -0,3)$, $q_5(0,25; 0,4; 0,35)$, где координаты выражены в метрах. Вычислите поток вектора напряженности: 1) сквозь поверхность куба с ребром $a = 1$ м, который лежит в первом октанте и ребра которого совпадают с осями координат; 2) сквозь сферу радиуса $R = 1$ м с центром в начале координат.

1.60. В плоском безграничном слое толщиной d равномерно распределен положительный заряд с объемной плотностью ρ . Используя теорему Гаусса, определите напряженность электрического поля вне и внутри слоя.

1.61. Две концентрические проводящие сферы с радиусами $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$ заряжены равномерно разноименными зарядами, причем поверхностная плотность заряда на внутренней сфере $\sigma_1 = \sigma$, а на внешней поверхности $\sigma_2 = -\sigma$. Используя теорему Гаусса, найдите зависимость напряженности электрического поля от расстояния r до центра сфер. Постройте график зависимости $E(r)$.

1.62. Два бесконечно длинных коаксиальных цилиндра с радиусами $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$ равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = \sigma$ и $\sigma_2 = 0,5\sigma$ соответственно. Используя теорему Гаусса, найдите зависимость напряженности электрического поля от расстояния r до оси цилиндров. Постройте график зависимости $E(r)$.

1.63. Две концентрические проводящие сферы с радиусами $R_1 = R$ и $R_2 = 3R / 2$ заряжены равномерно так, что разность потенциалов между поверхностями сфер $U = 10$ кВ. Чему равен радиус внутренней сферы R , если на ее поверхности распределен заряд $q = 0,5$ мкКл?

1.64. Заряды распределены равномерно по поверхности двух концентрических сфер с радиусами $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$, где $R = 5$ см. Поверхностные плотности зарядов на сферах $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 0,5\sigma$, где $\sigma = 0,36$ мкКл/м². Вычислите потенциал электрического поля в точке на расстоянии $r = 3R$ от центра сфер.

1.65. Два бесконечно длинных коаксиальных цилиндра с радиусами $R_1 = 20$ мм и $R_2 = 22$ мм заряжены равномерно. Вычислите разность потенциалов между поверхностями цилиндров, если линейная плотность заряда на внутреннем цилиндре $\lambda = 0,2$ мкКл/м.

1.66. Три точечных заряда $q_1 = q_2 = 12$ нКл, $q_3 = -0,4$ нКл расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a = 30$ см и $b = 40$ см. Причем заряд q_3 находится в вершине прямого угла. Чему равна потенциальная энергия этой системы зарядов?

1.67. Четыре одинаковых заряда $q = 2,2$ нКл расположены в вершинах прямоугольника со сторонами $a = 6$ см и $b = 8$ см. Вычислите потенциальную энергию этой системы зарядов.

1.68. Точечный заряд $q = 2$ нКл перемещается под действием электрического поля, созданного точечным зарядом $q_0 = 10$ нКл. Определите изменение потенциальной энергии заряда q при изменении расстояния между зарядами от $r_1 = 10$ см до $r_2 = 40$ см. Чему равна работа сил поля при перемещении заряда?

1.69. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 1,5$ нКл и $q_2 = 0,5$ нКл, находящимися на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Определите работу, которую нужно совершить, чтобы переместить точечный заряд $q_3 = -1$ нКл, расположенный посередине между зарядами q_1 и q_2 , в точку, равноудаленную от обоих зарядов на расстояние $r = 20$ см. Чему при этом равно изменение потенциальной энергии системы зарядов?

1.70. Электрическое поле создают два закрепленных точечных заряда $q_1 = -q_2 = 0,2$ мкКл, расположенных в вакууме на расстоянии $l = 2$ м друг от друга. К ним вдоль прямой, проходящей через заряды со стороны q_2 , приближается точечный заряд $q = -5,6$ нКл. Определите, как изменится кинетическая энергия заряда q при его приближении на $\Delta r = l/2$, если в первоначальном положении он находился на расстоянии $r = l$ от заряда q_2 .

1.71. Четыре точечных заряда $q = 4,5$ нКл расположены в вакууме вдоль одной прямой на расстоянии $r = 15$ см друг от друга. Какую работу нужно совершить, чтобы поместить их в вершинах квадрата со стороной r ?

1.72. Электрическое поле создают четыре одинаковых точечных заряда $q = 8$ нКл, закрепленных в вакууме в вершинах квадрата со стороной $a = 25$ см. Какую работу надо совершить, чтобы заряд $q_0 = 5$ нКл переместить из центра квадрата в середину одной из его сторон?

1.73. Тонкий стержень длиной l заряжен равномерно с линейной плотностью заряда $\lambda = 2,2$ мкКл/м. Точечный заряд $q = 0,3$ мкКл расположен на оси стержня (вне его) на расстоянии $a = l$ от ближайшего к нему конца. Определите работу электрического поля при удалении заряда от стержня в точку, находящуюся на оси на расстоянии $b = 2a$ от его конца.

1.74. Бесконечно длинная прямая нить равномерно заряжена с линейной плотностью $\lambda = 0,25$ мкКл/м. Определите работу электрического поля при перемещении точечного заряда $q = 4$ мкКл из точки 1 в точку 2 по произвольному пути, если точка 2 находится дальше от нити, чем точка 1 в $\eta = 2,5$ раза.

1.75. Бесконечная плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = 4,5$ мкКл/м². Точечный заряд $q = -0,2$ мкКл находится на расстоянии $d_1 = 5$ см от плоскости. Какую работу необходимо совершить, чтобы переместить заряд в точку, находящуюся на расстоянии $d_2 = 10$ см от плоскости?

1.76. Бесконечная плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 6,8$ нКл/м². Определите разность потенциалов двух точек поля, находящихся на расстоянии $\Delta r = 60$ см друг от друга в двух случаях: 1) точки расположены вдоль силовой линии; 2) точки лежат на прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с плоскостью. Чему равна работа по перемещению заряда $q = 4,2$ мкКл из одной точки в другую в этих случаях?

1.77. Два протона, находящиеся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, начинают сближаться с одинаковыми по модулю скоростями $v = 10^6$ м/с, направленными вдоль одной прямой. Найдите минимальное расстояние, на которое сблизятся частицы.

1.78. Электрическое поле создано зарядом, равномерно распределенным по поверхности бесконечного цилиндра радиуса $R = 25$ см. Вдоль прямой, проходящей перпендикулярно через ось цилиндра, к нему приближается частица массой $m = 3,6 \cdot 10^{-11}$ г, имеющая заряд $q = 0,7$ нКл. Чему равна линейная плотность заряда цилиндра, если на расстоянии $r_1 = 50$ см от его поверхности скорость частицы $v_1 = 1$ км/с, а на расстоянии $r_2 = 15$ см скорость частицы $v_2 = 0,5$ км/с?

1.79. Электрическое поле создано зарядом, равномерно распределенным по закрепленной сферической поверхности радиуса $R = 20$ см. Поверхностная плотность заряда на сфере $\sigma = 0,35$ мкКл/м². Какую минимальную скорость на бесконечности, направленную к

центру сферы, надо сообщить частице массой $m = 10^{-10}$ г, имеющей заряд $q = 2,5$ нКл, чтобы она достигла поверхности сферы?

1.80. Электрическое поле создано зарядом $q = 1,5$ нКл, равномерно распределенным по закрепленной сферической поверхности радиуса $R = 25$ см. Электрон движется по прямой, проходящей через центр очень маленького отверстия, сделанного в сфере, и центр сферы. С какой скоростью электрон ударится о внутреннюю поверхность сферы после прохождения отверстия, если его скорость на большом расстоянии от сферы $v_0 = 2,5 \cdot 10^6$ м/с?

1.81. Электрон, двигающийся со скоростью $v_0 = 3,5 \cdot 10^6$ м/с, попадает в однородное электрическое поле, направление линий напряженности которого совпадает с направлением вектора скорости электрона и $E = 300$ В/м. Какой путь электрон пройдет в электрическом поле до момента времени, когда его скорость изменится в два раза?

1.82. Протон движется в однородном электрическом поле в направлении, противоположном направлению силовых линий поля. В точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 400$ В скорость протона $v_1 = 0,21 \cdot 10^6$ м/с. Чему равен потенциал точки φ_2 , дойдя до которой протон остановиться?

1.83. Электрическое поле создано равномерно заряженным с линейной плотностью $\lambda = 7$ нКл/м кольцом. Точечный заряд $q = -4,5$ нКл имеет массу $m = 10^{-13}$ г. Под действием поля он движется вдоль оси кольца, приближаясь к его центру. С какой скоростью заряд пролетит центр кольца? На бесконечности от кольца скоростью заряда можно пренебречь.

1.84. Электрон, двигаясь в вакууме со скоростью $v_0 = 3,2 \cdot 10^6$ м/с попадает в область однородного электрического поля, напряженность которого $E = 120$ В/м направлена под углом $\alpha = 45^\circ$ к вектору скорости. Определите: 1) траекторию электрона, постройте ее график; 2) скорость электрона через $\Delta t = 0,5$ мкс после попадания его в поле, а также перемещение за этот промежуток времени. Какую разность потенциалов при этом электрон пройдет в электрическом поле?

1.85. Протон, двигаясь в вакууме со скоростью $v_0 = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, влетает в однородное электрическое поле $E = 3$ мВ/м под углом $\alpha_0 = 120^\circ$ к вектору напряженности поля. Определите промежуток времени через который вектор скорости станет перпендикулярным

вектору напряженности. Чему равна разность потенциалов, которую пройдет в электрическом поле протон при этом?

1.86. Электрон, двигающийся в вакууме со скоростью $v_0 = 2,3 \cdot 10^6$ м/с, влетает в однородное электрическое поле $E = 15$ В/м перпендикулярно линиям напряженности поля. Найдите: 1) траекторию частицы в электрическом поле, постройте ее график; 2) перемещение электрона к моменту времени, когда она пройдет разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = -25$ В.

§ 2. Электростатическое поле в веществе

Основные формулы и законы

1. Электрический момент диполя (дипольный момент):

$$\vec{p}_e = q\vec{l}, \quad (2.1)$$

где l – плечо диполя.

2. Напряженность электростатического поля, созданного диполем:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}, \quad (2.2)$$

где r – расстояние от центра диполя до рассматриваемой точки поля; θ – угол между \vec{p}_e и направлением на эту точку.

3. Потенциал электростатического поля, созданного диполем:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} \cos \theta. \quad (2.3)$$

4. Момент пары сил, действующих на диполь в однородном электростатическом поле:

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}, \quad M = p_e E \sin \alpha, \quad (2.4)$$

где \vec{E} – напряженность электростатического поля; α – угол между дипольным моментом \vec{p}_e и вектором напряженности \vec{E} .

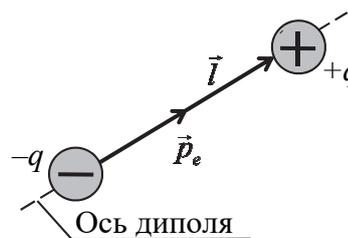


Рис. 2.1

5. Проекция на ось Ox силы F , действующей на точечный диполь в неоднородном электростатическом поле:

$$F_x = p_e \frac{dE}{dx} \cos \alpha, \quad (2.5)$$

где dE / dx – градиент напряженности \vec{E} вдоль оси Ox ; α – угол между вектором \vec{p}_e и осью Ox .

6. Потенциальная энергия диполя во внешнем электростатическом поле:

$$\Pi = -\vec{p}\vec{E}, \quad \Pi = -pE \cos \alpha, \quad (2.6)$$

где α – угол между векторами \vec{p}_e и \vec{E} .

7. Вектор поляризации (поляризованность):

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_{e_i}}{\Delta V}, \quad (2.7)$$

где $\sum_{i=1}^N \vec{p}_{e_i}$ – суммарный дипольный момент частиц в объеме ΔV диэлектрика.

8. Связь вектора поляризации с напряженностью внешнего электростатического поля в случае изотропного диэлектрика:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon - 1) \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.8)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика; ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

9. Поверхностная плотность связанных (поляризационных) зарядов на поверхности диэлектрика:

$$\sigma' = P_n, \quad (2.9)$$

где P_n – проекция вектора \vec{P} на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика.

10. Вектор электрического смещения (в случае однородного и изотропного диэлектрика):

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (2.10)$$

11. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения:

$$\oint_S \vec{D}_n dS = \sum_{i=1}^n q_{\text{своб}}, \quad (2.11)$$

где $\oint_S \vec{D}_n dS = \Phi_D$ – поток вектора электрического смещения через

произвольную замкнутую поверхность S ; $\sum_{i=1}^n q_{\text{своб}}$ – алгебраическая сумма свободных зарядов внутри поверхности S .

12. Условия для векторов \vec{D} и \vec{E} на границе двух диэлектриков:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, D_{1n} = D_{2n}, \quad (2.12)$$

где $E_{1\tau}, E_{2\tau}$ – тангенциальные (касательные) составляющие вектора \vec{E} на границе двух диэлектриков; D_{1n}, D_{2n} – нормальные составляющие вектора \vec{D} на границе двух диэлектриков.

Примеры решения задач

Пример 1. Выведите формулы для напряженности и потенциала электростатического поля, создаваемого диполем с электрическим моментом p_e .

Решение. Определим потенциал поля диполя. Это поле обладает осевой симметрией. Поэтому картина поля в любой плоскости, проходящей через ось диполя, будет одной и той же, причем вектор \vec{E} лежит в этой плоскости. Положение точки относительно диполя будем характеризовать с помощью радиуса-вектора \vec{r} либо с помощью полярных координат r и θ (рис. 2.2). Расстояния от зарядов $+q$ и $-q$ до заданной точки A обозначим соответственно через r_+ и r_- .

Потенциал в точке A равен

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right). \quad (2.13)$$

Так как $r \gg l$ (согласно определению электрического диполя), то можно считать, что $r_+ r_- \approx r^2$.

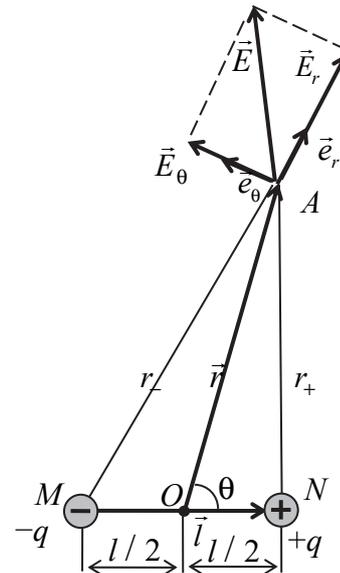


Рис. 2.2

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_- - r_+}{r^2} \right). \quad (2.14)$$

Для треугольников ΔMAO и ΔNAO (рис. 2.2), используя теорему косинусов, запишем выражения

$$r_-^2 = r^2 + \left(\frac{l}{2} \right)^2 - 2r \frac{l}{2} \cos(180 - \theta) = r^2 + \left(\frac{l}{2} \right)^2 + rl \cos \theta; \quad (2.15)$$

$$r_+^2 = r^2 + \left(\frac{l}{2} \right)^2 - 2r \frac{l}{2} \cos \theta = r^2 + \left(\frac{l}{2} \right)^2 - rl \cos \theta. \quad (2.16)$$

Вычтем из выражения (2.15) выражение (2.16) и, учтя, что $r_- + r_+ \approx 2r$, получим

$$\begin{aligned} r_-^2 - r_+^2 = 2rl \cos \theta &\Rightarrow (r_- - r_+)(r_- + r_+) = 2rl \cos \theta \Rightarrow \\ &\Rightarrow (r_- - r_+)2r = 2rl \cos \theta \Rightarrow r_- - r_+ = l \cos \theta. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Подставим результат выражения (2.17) в выражение (2.13):

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{l \cos \theta}{r^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} \cos \theta. \quad (2.18)$$

Вычислим напряженность поля диполя используя соотношение (1.6). Для этого воспользуемся выражением градиента в полярной системе координат:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} \vec{e}_\theta \right) = E_r \vec{e}_r + E_\theta \vec{e}_\theta, \quad (2.19)$$

где \vec{e}_r , \vec{e}_θ – орты полярной системы координат (рис. 2.2).

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} \cos \theta \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p_e}{r^3} \cos \theta; \\ E_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} \cos \theta \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \sin \theta. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Так как составляющие \vec{E}_r и \vec{E}_θ взаимно перпендикулярны, то модуль напряженности E поля диполя находим следующим образом:

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}. \quad (2.21)$$

Из формул (2.18), (2.21) следует, что электростатическое поле диполя определяется его электрическим моментом p_e .

Пример 2. Электрический диполь состоит из зарядов, модуль которых $q = 6,0 \cdot 10^{-6}$ Кл, находящихся на расстоянии $l = 1,0$ мм друг от друга. На расстоянии $r = 10,0$ см от центра диполя по линии, проходящей под углом в $\theta = 30^\circ$ к оси диполя, находится заряд $q_0 = 5,0 \cdot 10^{-6}$ Кл. Чему равна сила F , которая действует на этот заряд со стороны электрического поля диполя? Какой энергией Π обладает заряд q в этом поле?

Решение. Для решения данной задачи можем воспользоваться рис. 2.2. Силу, которая действует на заряд q_0 со стороны электрического поля диполя, будем искать используя формулу (1.3):

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (2.22)$$

где \vec{E} – напряженность поля диполя в точке A .

Напряженность \vec{E} поля диполя найдем по формуле (2.2):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}. \quad (2.23)$$

Электрический момент диполя p_e равен

$$p_e = ql. \quad (2.24)$$

С учетом формул (2.23), (2.24) сила F , которая действует на заряд q_0 со стороны электрического поля диполя, равна

$$\begin{aligned} F &= q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 ql}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}}{0,1^3} \cdot \sqrt{1 + 3\cos^2 30^\circ} \approx 0,49 \text{ Н}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Энергию Π , которой обладает заряд q_0 в электрическом поле диполя, будем искать используя формулу (1.3):

$$\Pi = q_0\varphi, \quad (2.26)$$

где φ – потенциал поля диполя в точке A .

Потенциал φ поля диполя в точке A найдем по формуле (2.3):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} \cos \theta. \quad (2.27)$$

С учетом формул (2.24), (2.27) энергия Π заряда q_0 в поле диполя равна

$$\begin{aligned} \Pi &= q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q l}{r^2} \cos\theta = \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}}{0,1^2} \cdot \cos 30^\circ \approx 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Пример 3. Диполь с электрическим моментом $p_e = 10$ нКл·м свободно устанавливается в однородном электростатическом поле напряженностью $E = 100$ кВ/м. Вычислите работу A , необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол 90° .

Решение. Работу внешней силы A , необходимую для поворота диполя, можно определить через изменение его потенциальной энергии:

$$A = -A' = \Pi_2 - \Pi_1, \quad (2.29)$$

где $A' = -(\Pi_2 - \Pi_1)$ – работа электростатического поля; Π_2, Π_1 – энергия диполя в конечном и начальном состоянии.

Энергия диполя во внешнем электростатическом поле определяется формулой (2.6):

$$\Pi_1 = -p_e E \cos \alpha_1, \quad \Pi_2 = -p_e E \cos \alpha_2, \quad (2.30)$$

где α_1, α_2 – угол между дипольным моментом \vec{p}_e и вектором напряженности \vec{E} в начальном и конечном состоянии.

Так как диполь свободно установился во внешнем поле, то $\alpha_1 = 0^\circ$ и, соответственно, $\alpha_2 = 90^\circ$.

С учетом формулы (2.30) работа A равна

$$\begin{aligned} A &= p_e E \cos \alpha_1 - p_e E \cos \alpha_2 = p_e E (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \\ &= 10^{-9} \cdot 10^5 \cdot (\cos 0^\circ - \cos 90^\circ) = 10^{-4} \text{ Дж} = 0,1 \text{ мДж}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

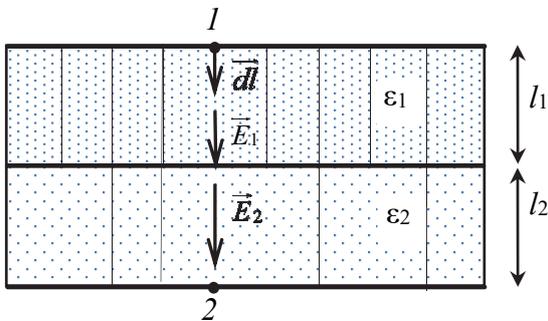


Рис. 2.3

Пример 4. Пространство внутри плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков, расположенными параллельно его обкладкам (рис. 2.3). Толщина слоев и диэлектрическая проницаемость материалов, из которых сделаны слои, соответственно равны $l_1, l_2; \epsilon_1, \epsilon_2$.

Конденсатор заряжен до разности потенциалов U . Определите напряженности E_1 и E_2 электрического поля в каждом из диэлектриков.

Решение. Найдем связь между разностью потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ и напряженностью E электрического поля. Как известно, эта зависимость определяется выражением (1.7):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}. \quad (2.32)$$

Интегрирование ведем от точки 1 до точки 2 (рис 2.3) вдоль силовой линии. Направления векторов напряженности и вектора на всем пути интегрирования совпадают. Поэтому

$$\vec{E} d\vec{l} = E dl \cos(\vec{E} d\vec{l}) = E dl. \quad (2.33)$$

Разбивая весь путь интегрирования от одной обкладки конденсатора до второй на две части, соответствующие толщинам двух диэлектриков, и учитывая, что в пределах каждого из диэлектриков напряженность электрического поля остается постоянной, получим

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl = \int_0^{l_1} E_1 dl + \int_{l_1}^{l_1+l_2} E_2 dl = E_1 l_1 + E_2 l_2. \quad (2.34)$$

Нормальная составляющая вектора электрического смещения на границе двух диэлектриков не изменяется (2.12). В нашем случае вектор D ориентирован нормально по отношению к границе раздела двух диэлектриков, т. е. $D_n = D$. Поэтому электрическое смещение D в обоих слоях диэлектрика имеет одно и то же значение, т. е. $D = D_1 = D_2$. С учетом формулы (2.10) имеем

$$D = \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 = \epsilon_0 \epsilon_2 E_2. \quad (2.35)$$

Решая совместно уравнения (2.34) и (2.35), окончательно получим

$$E_1 = \frac{\epsilon_2 U}{\epsilon_2 l_1 + \epsilon_1 l_2}, \quad E_2 = \frac{\epsilon_1 U}{\epsilon_2 l_1 + \epsilon_1 l_2}. \quad (2.36)$$

Пример 5. Определите поверхностную плотность σ' связанных зарядов на слюдяной пластинке ($\epsilon = 7$), помещаемой в однородное электрическое поле напряженностью $E_0 = 1$ кВ/м перпендикулярно силовым линиям.

Решение. Под действием внешнего поля на противоположных поверхностях пластинки индуцируется связанный заряд с поверхностной плотностью σ' . Образование поляризационных зарядов

приводит к возникновению дополнительного электрического поля напряженностью E_1 , направленного против внешнего. Результирующее поле E внутри диэлектрика находим, пользуясь принципом суперпозиции:

$$E = E_0 - E_1. \quad (2.37)$$

Напряженность поля внутри диэлектрика уменьшена в ϵ раз по сравнению со значением напряженности вне его, т. е. $E = \frac{E_0}{\epsilon}$.

Напряженность поля E_1 , создаваемая поляризационными зарядами, может быть рассчитана как поле параллельных бесконечных плоскостей, на которых равномерно распределены заряды с поверхностной плотностью $+\sigma'$ и $-\sigma'$. С учетом формулы (1.10) имеем

$$E_1 = \frac{\sigma'}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (2.38)$$

Тогда выражение (2.37) примет вид

$$\frac{E_0}{\epsilon} = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (2.39)$$

откуда окончательно имеем

$$\sigma' = \epsilon_0 E_0 (\epsilon - 1). \quad (2.40)$$

Пример 6. Длинный цилиндрический проводник, на поверхности которого равномерно распределен заряд плотностью σ , помещен в диэлектрик. Определите поверхностную плотность σ' и знак

связанных зарядов в диэлектрике на границе с проводником. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна ϵ .

Решение. На поверхности диэлектрика, примыкающей к заряженному проводнику, возникают поляризационные заряды поверхностной плотностью σ' (рис. 2.4). Очевидно, что знак этих поляризационных зарядов противоположен знаку заряда поверхности металлического проводника.

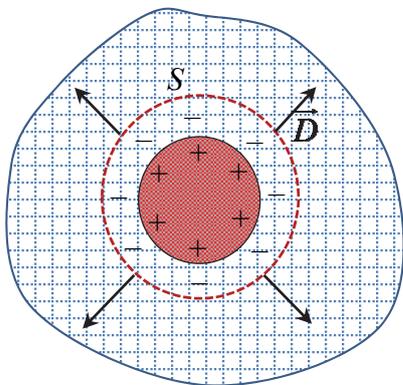


Рис. 2.4

Воспользуемся теоремой Гаусса для вектора электрического смещения (2.11). В качестве замкнутой поверхности S выберем цилиндр, ось которого совпадает с осью проводника (рис. 2.4). Разобьем исходный интеграл на два и вычислим отдельно поток вектора через боковую поверхность и через его основания. Из-за симметрии поля равномерно заряженного цилиндра силовые линии вектора \vec{D} перпендикулярны поверхности цилиндра S , параллельны его основаниям и не пересекают их, вследствие чего поток вектора D через основания цилиндра равен нулю ($\int_{S_{\text{осн}}} D_n dS = 0$), т. е.

$$\oint_S D_n dS = \int_{S_{\text{бок}}} D_n dS + \int_{S_{\text{осн}}} D_n dS = \int_{S_{\text{бок}}} D dS = q_{\text{своб}}, \quad (2.41)$$

где $q_{\text{своб}}$ – свободный заряд на поверхности металлического проводника внутри цилиндра S . На боковой поверхности цилиндра вектор D имеет одинаковое значение в любой точке (рис. 2.5), поэтому выносим его за знак интеграла:

$$\int_{S_{\text{бок}}} D dS = D \int_{S_{\text{бок}}} dS = D S_{\text{бок}} = q_{\text{своб}} \Rightarrow D = \frac{q_{\text{своб}}}{S_{\text{бок}}} = \sigma. \quad (2.42)$$

Таким образом, модуль вектора электрического смещения D численно равен поверхностной плотности σ свободных зарядов проводника.

С другой стороны, учитывая формулу (2.10), в скалярном виде можно записать, что $D = \epsilon \epsilon_0 E$,

откуда

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (2.43)$$

где E – напряженность электрического поля внутри диэлектрика; ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Воспользовавшись выражением (2.8), найдем поляризованность диэлектрика P :

$$P = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E. \quad (2.44)$$

Подставляя в (2.44) выражение (2.43) и принимая во внимание (2.9), получим

$$\sigma' = -P_n = -P = -\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma. \quad (2.45)$$

Знак «минус» у выражения (2.45) учитывает тот факт, что заряды на поверхности проводника и поляризационные заряды, индуцированные на поверхности диэлектрика, имеют различные знаки.

Задачи

Электрический диполь

2.1. Определите электрический момент p_e диполя, если его заряд $q = 5$ нКл, а плечо диполя $l = 1$ мм.

2.2. Плечо диполя молекулы HCl равно $0,22 \cdot 10^{-8}$ см. Вычислите дипольный момент молекулы.

2.3. Молекула воды H₂O представляет собой диполь с электрическим моментом $p_e = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Определите напряженность E электрического поля, создаваемого молекулой в точке, расположенной на расстоянии $r = 12$ нм от молекулы на ее оси.

2.4. Расстояние между зарядами диполя $l = 8,0$ см. Найдите напряженность E и потенциал ϕ поля, созданного диполем в точке, равноудаленной на расстояние 1 м от зарядов. Модуль зарядов диполя $|q| = 2$ мкКл.

2.5. Точечный диполь обладает электрическим моментом $p_e = 0,2$ нКл·м. Найдите напряженность E и потенциал ϕ электрического поля в точках, расположенных на расстоянии $r = 10$ см от его центра: а) на оси диполя; б) на прямой, перпендикулярной оси диполя и проходящей через его центр.

2.6. Определите напряженность E и потенциал ϕ поля, создаваемого точечным диполем с электрическим моментом $p_e = 2$ нКл·м на расстоянии $r = 10$ см от его центра, в направлении, составляющем угол $\alpha = 45^\circ$ с вектором его электрического момента.

2.7. Диполь с электрическим моментом $p_e = 10$ нКл·м свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью $E = 150$ кВ/м. Вычислите работу A , необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол $\alpha = 180^\circ$.

2.8. Диполь с электрическим моментом $p_e = 20$ нКл·м свободно установился в однородном электрическом поле напряженностью $E = 10$ кВ/м. Определите изменение потенциальной энергии диполя при повороте его на угол $\alpha = 60^\circ$.

2.9. Диполь с электрическим моментом $p_e = 15$ нКл·м находится в неоднородном электрическом поле. Градиент напряженности поля вдоль оси диполя равен $dE / dx = 1$ МВ/м². Определите силу F , действующую на диполь в этом направлении.

2.10. Точечный диполь с электрическим моментом $p_e = 15$ нКл·м свободно установился в поле точечного заряда $q = 1$ мкКл на расстоянии $r = 15$ см от него. Определите силу F , действующую на диполь со стороны поля точечного заряда.

***Вектор электрического смещения. Поляризованность.
Теорема Гаусса для электростатического поля в веществе***

2.11. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно силовым линиям помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ($\epsilon = 7$). Определите: 1) напряженность E электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение D внутри пластины; 3) поляризованность P стекла; 4) поверхностную плотность связанных зарядов σ' на стекле.

2.12. Расстояние между двумя бесконечными плоскими проводящими пластинами $d = 5$ мм, разность потенциалов между ними $U = 500$ В. Пространство между пластинами заполнено стеклом ($\epsilon = 7$). Найдите диэлектрическую восприимчивость стекла χ и поверхностную плотность σ' связанных зарядов на стеклянной пластинке.

2.13. Между бесконечными заряженными металлическими пластинами помещено два слоя диэлектрика – слюдяная пластинка ($\epsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 1$ мм и парафин ($\epsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ мм (рис. 2.5). Определите: 1) напряженность E электростатических полей в слоях диэлектрика; 2) электрическое смещение D , если разность потенциалов между пластинами $U = 500$ В.

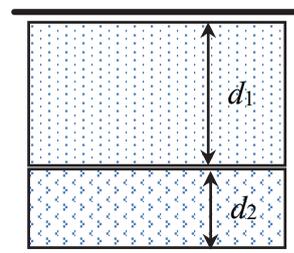


Рис. 2.5

2.14. Расстояние между бесконечными заряженными металлическими пластинами $d = 1$ см, разность потенциалов $U = 200$ В. Определите поверхностную плотность σ' связанных зарядов эбонитовой пластинки ($\epsilon = 3$), помещенной между пластинами.

2.15. Пространство между бесконечными заряженными металлическими пластинами заполнено стеклом ($\epsilon = 7$). Расстояние между пластинами $d = 5$ мм, разность потенциалов $U = 1$ кВ. Определите: 1) напряженность поля E в стекле; 2) поверхностную

плотность σ заряда на пластинах конденсатора; 3) плотность связанных зарядов σ' на поверхности стекла.

2.16. Фарфоровая пластинка, диэлектрическая проницаемость которой $\epsilon_2 = 6$, помещена в однородное электрическое поле ($\epsilon_1 = 1$), напряженность которого $E_0 = 200$ В/см. Вектор \vec{E}_0 образует с нормалью к поверхности пластинки угол $\alpha = 40^\circ$. Найдите напряженность E электрического поля в фарфоре, угол β между направлением вектора \vec{E}_0 в фарфоре и нормалью к его поверхности, а также

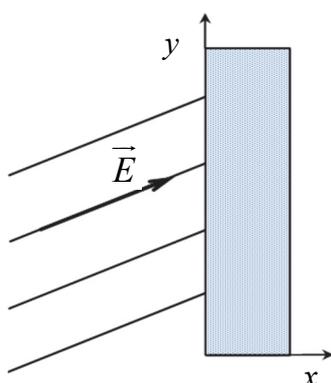


Рис. 2.6

плотность связанных зарядов σ' на поверхности фарфора.

2.17. Диэлектрическая пластинка ($\epsilon = 2$) помещена в однородное электрическое поле напряженности E (рис. 2.6). Линии вектора \vec{E} лежат в плоскости рисунка и образуют некоторый угол с пластиной. Изобразите качественно силовые линии напряженности E и смещения D в пластине и по обе стороны от нее.

2.18. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d_1 = 5$ мм друг от друга, приложена разность потенциалов $U = 150$ В. К одной из пластин прилежит плоскопараллельная пластинка фарфора ($\epsilon = 6$) толщиной $d_2 = 3$ мм. Найдите напряженности E_1 и E_2 электрического поля в воздухе и фарфоре.

2.19. Две бесконечные параллельные плоскости несут одинаковый равномерно распределенный по их поверхности заряд противоположного знака. Первоначально они находятся в вакууме. Затем зазор между плоскостями заполняется однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ϵ . Что происходит при этом: а) с напряженностью E поля в зазоре; б) электрическим смещением D ; в) разностью потенциалов U между плоскостями?

2.20. В однородное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 100$ В/м помещают бесконечную плоскопараллельную пластину из однородного и изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 2$. Пластина расположена перпендикулярно к вектору \vec{E}_0 . Определите: а) напряженность поля E и электрическое смещение D внутри пластины; б) поляризованность диэлектрика P ; в) поверхностную плотность связанных зарядов σ' .

2.21. Бесконечная пластина из изотропного диэлектрика толщиной a поляризована так, что поляризованность вблизи одной границы пластины равна P_1 , а вблизи другой – P_2 . Найдите среднюю (по объему пластины) объемную плотность связанных зарядов ρ' .

2.22. Две одинаковые плоскопараллельные металлические пластины, площадь каждой из которых S , имеют одинаковый по модулю, но противоположный по знаку заряд q . Пространство между пластинами заполнено средой с диэлектрической проницаемостью ϵ , расстояние между пластинами d . Найдите электрическое смещение D и напряженность электрического поля E в диэлектрике, а также разность потенциалов $\Delta\phi$ между пластинами. Поле между пластинами считать однородным.

2.23. Плоская квадратная пластина со стороной $a = 10$ см находится на некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной ($\sigma = 1$ мкКл/м²) плоскости. Плоскость пластины составляет угол $\beta = 60^\circ$ с силовыми линиями поля. Найдите поток Φ_D электрического смещения D через пластину.

2.24. Найдите поляризованность P стекла ($\epsilon = 7$), помещенного во внешнее электрическое поле напряженностью $E = 1,0$ кВ/см.

§ 3. Электрическая емкость проводников и конденсаторов. Энергия электрического поля

Основные формулы и законы

1. Емкость (емкость) уединенного проводника:

$$C = \frac{q}{\phi}, \quad (3.1)$$

где q – заряд проводника; ϕ – его потенциал.

2. Емкость уединенной сферы:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R, \quad (3.2)$$

где R – радиус сферы; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

3. Емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}, \quad (3.3)$$

где q – модуль заряда одной обкладки конденсатора; U – разность потенциалов между обкладками.

4. Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (3.4)$$

где S – площадь одной из пластин; d – расстояние между пластинами; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды между пластинами.

5. Емкость цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln(r_2 / r_1)}, \quad (3.5)$$

где l – длина конденсатора; r_1 и r_2 – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно.

6. Емкость сферического конденсатора:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}, \quad (3.6)$$

где r_1 и r_2 – радиусы внутренней и внешней сфер соответственно.

7. Емкость системы конденсаторов (батареи):

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \text{ – при последовательном соединении;} \quad (3.7a)$$

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \text{ – при параллельном соединении.} \quad (3.7b)$$

8. Энергия электростатического поля заряженного проводника:

$$W = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{q\phi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (3.8)$$

где ϕ – потенциал проводника.

9. Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.9)$$

10. Плотность энергии электрического поля (энергия единицы объема):

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (3.10)$$

11. Энергия поля, заключенная в объеме V :

$$W = \int_V w dV. \quad (3.11)$$

12. Напряженность электростатического поля внутри плоского конденсатора:

$$E = \frac{U}{d}. \quad (3.12)$$

Примеры решения задач

Пример 1. Сила притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора $F = 50$ мН, площадь каждой пластины $S = 200$ см². Найдите плотность энергии w поля конденсатора.

Решение. Найдём силу притяжения F между пластинами. Одна из пластин, имеющая заряд q , находится в электрическом поле напряженностью E , создаваемой второй пластиной. Поле однородно, поэтому сила притяжения $F = qE$. Напряженность E поля, создаваемого одной из пластин, равна половине напряженности электрического поля внутри плоского конденсатора (3.12):

$$E = \frac{U}{2d}, \quad (3.13)$$

где U – напряжение на конденсаторе; d – расстояние между его обкладками. Тогда сила притяжения равна

$$F = \frac{qU}{2d}. \quad (3.14)$$

Учитывая, что $qU / 2$ – это энергия заряженного конденсатора (см. формулу (3.9)), получаем

$$F = \frac{W}{d}. \quad (3.15)$$

Плотность энергии однородного электростатического поля в соответствии с (3.11) равна

$$w = \frac{W}{V},$$

где V – объем, занимаемый полем (в нашем случае – это объем конденсатора, поскольку практически все поле сосредоточено в пространстве между пластинами, т. е. $V = Sd$). Окончательно имеем

$$w = \frac{Fd}{Sd} = \frac{F}{S} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{200 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 2,5 \text{ Дж / м}^3. \quad (3.16)$$

Пример 2. Уединенная металлическая сфера электроемкостью $C = 10$ пФ заряжена до потенциала $\varphi = 3$ кВ. Определите энергию W поля, заключенного в сферическом слое, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в три раза больше радиуса сферы.

Решение. Определим радиус металлической сферы. Для этого воспользуемся выражением (3.2):

$$R = \frac{C}{4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{C}{4\pi\epsilon_0}. \quad (3.17)$$

Здесь (и далее) учтено, что диэлектрическая проницаемость вакуума равна единице. Напряженность поля, создаваемого в вакууме заряженной сферой на расстоянии r от ее центра ($r > R$), определяется выражением (1.14):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{C\varphi}{r^2}, \quad (3.18)$$

где заряд сферы q выразили через емкость сферы и ее потенциал с помощью (3.1).

Плотность энергии электростатического поля сферы найдем используя формулу (3.10). Тогда с учетом (3.18) получим

$$\omega = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{C^2 \varphi^2}{2(4\pi)^2 \epsilon_0 r^4}. \quad (3.19)$$

Из выражения (3.19) видно, что плотность энергии поля уменьшается с увеличением расстояния r от сферы. Полную энергию в соответствии с (3.11) будем находить как

$$W = \int_V w dV, \tag{3.20}$$

где $dV = 4\pi r^2 dr$ – объем сферического слоя радиуса r толщины dr .

$$\begin{aligned} W &= \int_R^{3R} \frac{C^2 \varphi^2}{2(4\pi)^2 \epsilon_0 r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{C^2 \varphi^2}{8\pi \epsilon_0} \int_R^{3R} \frac{dr}{r^2} = \frac{C^2 \varphi^2}{8\pi \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_R^{3R} = \\ &= \frac{C^2 \varphi^2}{8\pi \epsilon_0} \left(-\frac{1}{3R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{C^2 \varphi^2}{3(4\pi \epsilon_0)R}. \end{aligned} \tag{3.21}$$

С учетом (3.16) окончательно получим

$$W = \frac{C^2 \varphi^2}{4\pi \epsilon_0} \frac{4\pi \epsilon_0}{3C} = \frac{C \varphi^2}{3} = \frac{10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^6}{3} \text{ Дж} = 30 \text{ мкДж}. \tag{3.22}$$

Пример 3. Емкость каждого конденсатора на схеме (рис. 3.1) одинакова и равна C . Определите емкость батареи в случае ее подключения во внешнюю цепь: 1) в точках a и b ; 2) в точках a и v .

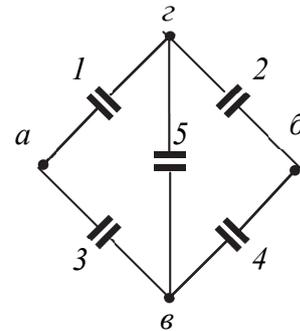


Рис. 3.1

Решение. 1) Приведенное на рисунке соединение является сложным. Из-за наличия конденсатора, включенного между точками z и v , схему не получится разложить на отдельные элементы последовательного и параллельного соединения. При этом задачу существенно облегчает ее симметрия – легко заметить, что участки $a-z-b$ и $a-v-b$ идентичны. Отсюда следует, что потенциалы симметричных точек также будут одинаковыми. Поэтому конденсатор, включенный между точками z и v , остается всегда незаряженным и его можно исключить из рассмотрения, причем новая

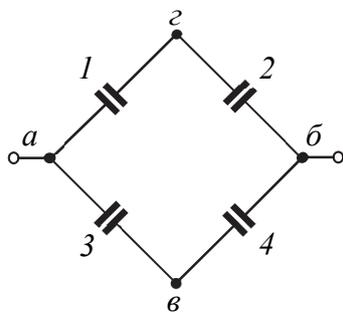


Рис. 3.2

схема (рис. 3.2) будет эквивалентна прежней в отношении емкости. Конденсаторы 1 и 2 соединены между собой последовательно, и их общая емкость C_{12} в соответствии с (3.7a) будет равна $C/2$. Емкость C_{34} участка с конденсаторами 3 и 4 рассчитывается аналогично и будет тоже равна $C/2$. Полную емкость всей батареи рассчитаем по формуле (3.7б):

$$C_{\text{общ}} = C_{12} + C_{34} = C. \quad (3.23)$$

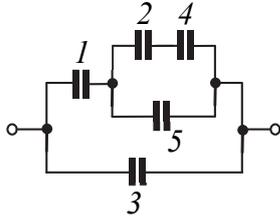


Рис. 3.3

2) Включение батареи в цепь между точками a и b позволяет разложить ее на участки только параллельного либо последовательного соединения конденсаторов (рис. 3.3) и уже затем с помощью формул (3.7а) и (3.7б) рассчитать искомую емкость:

$$C_{24} = \frac{1}{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4}} = \frac{C}{2}; \quad (3.24)$$

$$C_{245} = C_5 + C_{24} = C + \frac{C}{2} = \frac{3C}{2}; \quad (3.25)$$

$$C_{1245} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{245}}} = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{2}{3C}} = \frac{3C}{5} = 0,6C; \quad (3.26)$$

$$C_{\text{общ}} = C_3 + C_{1245} = C + 0,6C = 1,6C. \quad (3.27)$$

Пример 4. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U_0 = 10$ кВ, при прохождении через плоский незаряженный конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно в точке B флуоресцирующего экрана PQ (рис. 3.4). Расстояние между пластинами $d = 2$ см. Длина пластин конденсатора $l_1 = 20$ см. При зарядке конденсатора до разности потенциалов $U_1 = 100$ В светящееся пятно смещается на расстояние BC . Определите расстояние BC , если экран PQ отстоит от конденсатора на расстоянии $l_2 = 0,1$ м.

Решение. Движение электрона можно разделить на две части: внутри конденсатора и вне его. Движение электрона внутри конденсатора можно разложить на следующие этапы:

а) движение по инерции в горизонтальном направлении с постоянной скоростью \vec{v}_1 , приобретенной под действием разности потенциалов U_0 между катодом и анодом;

б) равноускоренное движение в вертикальном направлении к положительно заряженной пластине под действием постоянной силы ($\vec{F} = q\vec{E}$) поля конденсатора.

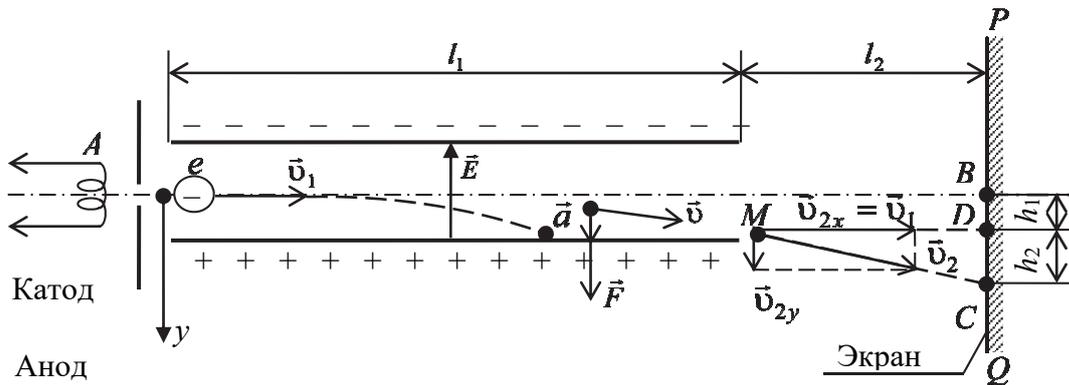


Рис. 3.4

После выхода из конденсатора электрон движется равномерно и прямолинейно со скоростью \vec{v}_2 , которую он имел в точке M в момент вылета из конденсатора.

Из рис. 3.4 видно, что искомое расстояние будет

$$BC = h_1 + h_2, \quad (3.28)$$

где h_1 и h_2 – расстояния, на которые сместятся электроны в вертикальном направлении во время движения в конденсаторе и вне его.

Используя второй закон Ньютона, определим ускорение a и расстояние h_1 :

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow h_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{Ft_1^2}{2m}, \quad (3.29)$$

где t_1 – время полета электрона внутри конденсатора.

С помощью формул (1.3) и (3.12) модуль силы F выразим через напряжение U_1 :

$$F = eE = \frac{eU_1}{d}, \quad (3.30)$$

где e – элементарный заряд.

Время t_1 полета электрона в конденсаторе найдем по формуле равномерного движения в горизонтальном направлении:

$$l_1 = v_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l_1}{v_1}, \quad (3.31)$$

Используя теорему об изменении кинетической энергии электрона при его движении между катодом и анодом, а также формулу (1.15) для работы сил электрического поля конденсатора, найдем скорость v_1 , полагая, что начальная скорость $v_0 = 0$:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A, \quad A = eU_0 \Rightarrow v_1^2 = \frac{2eU_0}{m}. \quad (3.32)$$

Подставляя в формулу (3.29) для h_1 последовательно F , t_1 и v_1^2 соответственно из выражений (3.30), (3.31) и (3.32), получим

$$h_1 = \frac{eU_1 l_1^2}{2mv_1^2 d} = \frac{U_1 l_1^2}{4U_0 d}. \quad (3.33)$$

Проекцию скорости v_{2y} найдем по формуле равноускоренного движения ($v_{2y} = at_1$), которая с учетом выражений (3.30) и (3.31) примет следующий вид:

$$v_{2y} = \frac{eU_1 l_1}{mv_1 d}. \quad (3.34)$$

Время движения t_2 на прямолинейном участке MC и расстояние h_2 найдем по формулам равномерного движения:

$$t_2 = \frac{l_2}{v_{2x}} = \frac{l_2}{v_1}, \quad v_{2y} = \frac{eU_1 l_1}{mv_1 d}. \quad (3.35)$$

$$h_2 = v_{2y} t_2 = \frac{eU_1 l_1}{mv_1 d} \frac{l_2}{v_1} = \frac{eU_1 l_1 l_2}{m d} \frac{m}{2eU_0} = \frac{U_1 l_1 l_2}{2U_0 d}. \quad (3.36)$$

Подставив формулы (3.33) и (3.36) для h_1 и h_2 в выражение (3.28), получим

$$BC = h_1 + h_2 = \frac{U_1 l_1^2}{4U_0 d} + \frac{U_1 l_1 l_2}{2U_0 d} = \frac{U_1 l_1}{2U_0 d} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right). \quad (3.37)$$

Подставив числовые значения, получим

$$BC = \frac{100 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,2} \left(\frac{0,2}{2} + 0,1 \right) \text{ м} = 0,01 \text{ м} = 1 \text{ см}.$$

Пример 5. Конденсатор емкостью $C_1 = 3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов 40 В. После отключения от источника тока конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 5$ мкФ. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение. На основании закона сохранения и превращения энергии определим энергию ΔW , израсходованную на образование искры:

$$\Delta W = W_1 - W_2, \quad (3.38)$$

где W_1 – начальная энергия первого конденсатора; W_2 – энергия батареи, составленной из параллельно соединенных первого и второго конденсаторов.

По формуле (3.9) энергия конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad (3.39)$$

где C – емкость конденсатора (или батареи конденсаторов); U – напряжение между обкладками конденсатора (или на зажимах батареи).

Принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов (3.7а), получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \quad (3.40)$$

где U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд батареи равен заряду первого конденсатора до присоединения второго (по закону сохранения заряда) и используя (3.3), выразим U_2 :

$$q = C_1 U_1 = (C_1 + C_2) U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. \quad (3.41)$$

Подставив выражение для U_2 в формулу (3.39), получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2} = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2. \quad (3.42)$$

Подставив в выражение (3.41) числовые значения, получим

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 \text{ Дж} = 1,5 \text{ мДж}.$$

Задачи

3.1. Найдите емкость C планеты Земля. Считать Землю шаром радиуса $R = 6400$ км. На какую величину $\Delta\phi$ изменится потенциал электрического поля Земли, если ей сообщить заряд $q = 1$ Кл?

3.2. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $r = 1$ см, радиус внешнего шара $R = 4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3$ кВ. Найдите напряженность E электрического поля на расстоянии $x = 3$ см от центра шаров.

3.3. Шар, погруженный в масло ($\epsilon = 2,2$), имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 1$ мкКл/м² и потенциал $\varphi = 500$ В. Определите: 1) радиус R шара; 2) заряд q шара; 3) емкость C шара.

3.4. Определите емкость коаксиального кабеля длиной $l = 10$ м, если радиус его центральной жилы $r_1 = 1$ см, радиус оболочки $r_2 = 1,5$ см, а изоляционным материалом служит резина ($\epsilon = 2,5$).

3.5. Коаксиальный электрический кабель состоит из жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик ($\epsilon = 3$). Найдите емкость C_1 единицы длины такого кабеля, если радиус жилы $r_1 = 8$ мм, оболочки $r_2 = 30$ мм.

3.6. Определите напряженность электростатического поля на расстоянии $d = 1$ см от оси коаксиального кабеля, если радиус его центральной жилы $r_1 = 0,5$ см, а радиус оболочки $r_2 = 1,5$ см. Разность потенциалов между центральной жилой и оболочкой $U = 1$ кВ.

3.7. Сферический конденсатор состоит из двух концентрических сфер радиусами $r_1 = 5$ см и $r_2 = 5,5$ см. Пространство между обкладками конденсатора заполнено маслом ($\epsilon = 2,2$). Определите: 1) емкость C этого конденсатора; 2) радиус шара R , помещенного в масло, обладающего такой же емкостью C .

3.8. Определите напряженность электростатического поля на расстоянии $x = 2$ см от центра воздушного сферического конденсатора, образованного двумя шарами (внутренний радиус $r_1 = 1$ см, внешний $r_2 = 3$ см), между которыми приложена разность потенциалов $U = 1$ кВ.

3.9. Вакуумный сферический конденсатор, используемый при изучении фотоэлектрических явлений, состоит из металлического шарика диаметром $d = 1,5$ см (катода), расположенного внутри посеребренной сферической колбы диаметром $D = 11$ см (анода). Найдите емкость C такого конденсатора.

3.10. Определите расстояние d между пластинами плоского конденсатора, если между ними приложена разность потенциалов $U = 150$ В. Площадь каждой пластины $S = 100$ см², ее заряд $q = 10$ нКл. Диэлектриком служит слюда ($\epsilon = 7$).

3.11. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. Площадь пластин $S = 200$ см², расстояние между ними $d = 1,5$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространстве между пластинами внесли парафин ($\epsilon = 2$). Определите разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определите также емкость конденсатора до (C_1) и после (C_2) внесения диэлектрика.

3.12. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, приложена разность потенциалов $U = 100$ В. К одной из пластин прилегают плоскопараллельная пластинка кристаллического бромистого таллия ($\epsilon = 173$) толщиной $d_0 = 9,5$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пластинку кристалла вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов U_2 между пластинами конденсатора?

3.13. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01$ м², расстояние между ними $d = 5$ мм. К пластинам приложена разность потенциалов $U_1 = 300$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом ($\epsilon = 3$). Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения? Найдите емкость конденсатора C_1 и C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1 и σ_2 на пластинах до и после заполнения конденсатора диэлектриком.

3.14. Два плоских воздушных конденсатора одинаковой емкости соединены параллельно и заряжены до разности потенциалов $U = 300$ В. Определите разность потенциалов U_1 этой системы, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить слюдой ($\epsilon = 7$).

3.15. Емкость батареи конденсаторов, образованной двумя последовательно соединенными конденсаторами, $C = 100$ пФ, а заряд $q = 20$ нКл. Определите емкость C_2 второго конденсатора, а также разность потенциалов на обкладках каждого конденсатора, если $C_1 = 200$ пФ.

3.16. Определите емкость C батареи конденсаторов, изображенной на рис. 3.5. Емкость каждого конденсатора $C_1 = 1$ мкФ.

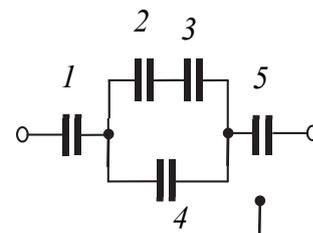


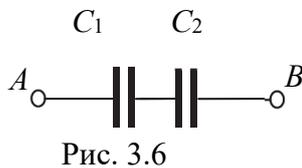
Рис. 3.5

3.17. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 100$ В. Площадь каждой пластины $S = 200$ см², расстояние между пластинами $d = 1,0$ мм, пространство между ними заполнено парафином ($\epsilon = 2$). Определите силу притяжения пластин друг к другу.

3.18. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 220$ В. Площадь каждой пластины $S = 60$ см², ее заряд $q = 1$ нКл. На каком расстоянии d друг от друга находятся пластины?

3.19. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 1$ см, находится заряженная капелька массой $m = 5 \cdot 10^{-11}$ г. В отсутствие электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 600$ В, то капелька падает вдвое медленнее. Найдите заряд q капельки.

3.20. Два разных конденсатора зарядили до разностей потенциалов $U_1 = 300$ В и $U_2 = 100$ В и затем соединили их параллельно. Измеренная электрометром разность потенциалов между обкладками конденсаторов оказалась $U = 250$ В. Найдите отношение емкостей C_1 / C_2 .



3.21. Разность потенциалов между точками A и B $U = 6$ В (рис. 3.6). Емкость первого конденсатора $C_1 = 2$ мкФ и емкость второго конденсатора $C_2 = 4$ мкФ. Найдите

заряды q_1 и q_2 и разность U_1 и U_2 на обкладках каждого конденсатора.

3.22. В каких пределах может изменяться емкость C системы, состоящей из двух конденсаторов, причем емкость первого равна $C_1 = 5$ мкФ, а емкость C_2 второго может изменяться от 1 до 10 мкФ?

3.23. Во сколько раз увеличится емкость плоского конденсатора, пластины которого расположены вертикально, если конденсатор наполовину погрузить в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 5$?

3.24. Плоский конденсатор, пластины которого расположены вертикально, наполовину погружают в жидкий диэлектрик ($\epsilon = 5$). Во сколько раз нужно после этого увеличить расстояние между пластинами, чтобы емкость конденсатора стала такой же, как до погружения?

3.25. Внутри плоского конденсатора параллельно его обкладкам помещают диэлектрическую пластину, площадь которой равна площади обкладок, а толщина вдвое меньше расстояния между ними. На сколько процентов возрастет емкость конденсатора, если диэлектрическая проницаемость пластины $\varepsilon = 4$?

3.26. Внутри плоского конденсатора параллельно его обкладкам помещают диэлектрическую пластину, площадь которой равна площади обкладок, а толщина втрое меньше расстояния между ними. Чему равна диэлектрическая проницаемость ε пластины, если емкость конденсатора возросла на $\eta = 40\%$?

3.27. Найдите энергию W уединенной сферы радиусом $R = 4$ см, заряженной до потенциала $\varphi = 500$ В.

3.28. Конденсатору емкостью $C = 2$ мкФ сообщен заряд $q = 1$ мКл. Обкладки конденсатора соединили проводником. Найдите количество теплоты Q , выделившееся в проводнике при разрядке конденсатора.

3.29. Напряженность электрического поля E плоского воздушного конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ равна 1000 В/м. Расстояние между обкладками конденсатора $d = 1$ мм. Определите энергию W электрического поля конденсатора.

3.30. При разрядке батареи, состоящей из $n = 20$ параллельно включенных конденсаторов с одинаковыми емкостями $C = 4$ мкФ, выделилось количество теплоты $Q = 10$ Дж. До какой разности потенциалов U были заряжены конденсаторы?

3.31. Расстояние между обкладками плоского воздушного конденсатора $d_1 = 3$ мм. Во сколько раз увеличится энергия электрического поля конденсатора, если увеличить расстояние (при отключенном источнике напряжения) между обкладками до значения $d_2 = 12$ мм?

3.32. Батарея из $n = 3$ последовательно соединенных одинаковых конденсаторов подсоединена к источнику напряжения. К одному из конденсаторов батареи подсоединяют параллельно еще один такой же конденсатор. На сколько процентов η увеличится при этом электрическая энергия, запасенная в батарее?

3.33. Конденсатор емкостью $C = 8$ мкФ, заряженный до напряжения $U_1 = 100$ В, подключают параллельно конденсатору такой же емкости, но заряженному до напряжения $U_2 = 200$ В. Какое количество теплоты Q выделится при этом?

3.34. Обкладки конденсатора емкостью $C_1 = 30$ мкФ, заряженного до напряжения $U_1 = 200$ В, соединяют с противоположно заряженными обкладками конденсатора емкостью $C_2 = 10$ мкФ, заряженного до напряжения $U_2 = 400$ В. Какое количество теплоты Q выделилось при этом?

3.35. Плоский воздушный конденсатор емкостью $C = 6$ мкФ заряжен до напряжения $U = 200$ В и отключен от источника питания. Пластины медленно раздвигают, увеличивая расстояние между ними в $n = 4$ раза. Какую работу A при этом совершают?

3.36. Стеклянная пластина ($\epsilon = 2$) целиком заполняет зазор между обкладками плоского конденсатора, емкость которого в отсутствие пластины $C = 2$ мкФ. Конденсатор зарядили до напряжения $U = 1000$ В, после чего отключили от источника питания. Найдите механическую работу A , которую необходимо совершить против электрических сил, чтобы извлечь пластину из конденсатора.

3.37. Плоский конденсатор, подключенный к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 200$ В, содержит стеклянную пластину, полностью заполняющую все пространство между обкладками. Конденсатор отключают от источника, а затем наполовину извлекают пластину из конденсатора. Какую работу A при этом совершают? Начальная емкость конденсатора $C = 3$ мкФ, диэлектрическая проницаемость стекла $\epsilon = 1,5$.

3.38. Два одинаковых по размерам плоских конденсатора соединены параллельно, заряжены до напряжения $U = 200$ В и отключены от источника напряжения. Один из конденсаторов воздушный, а другой содержит стеклянную пластину ($\epsilon = 1,5$), целиком заполняющую зазор между его обкладками. Какую работу A надо совершить, чтобы медленно извлечь пластину из конденсатора, если емкость пустого конденсатора $C = 6$ мкФ?

3.39. Пластины плоского конденсатора первый раз раздвигают, оставляя конденсатор подключенным к источнику напряжения, а второй раз – отключив после первоначальной зарядки. В каком из этих двух случаев работа, затраченная на раздвижение пластин, будет больше?

3.40. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 2$ см, разность потенциалов $U = 6$ кВ. Заряд каждой пластины $q = 10$ нКл. Вычислите энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

3.41. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ включены в цепь с напряжением $U = 1,1$ кВ. Определите

энергию каждого конденсатора при их а) последовательном и б) параллельном включении.

3.42. Энергия W электростатического поля уединенной сферы радиусом $R = 20$ см равна $4,5 \cdot 10^{-4}$ Дж. Определите заряд q сферы.

3.43. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $v = 10^6$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 5,0$ мм. Найдите разность потенциалов U между пластинами, напряженность E электрического поля внутри конденсатора и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

3.44. Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 300$ В; расстояние между пластинами $d = 2$ см; длина конденсатора $l = 10$ см. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы он не вылетел из конденсатора?

3.45. Электрон с некоторой скоростью влетает в плоский конденсатор параллельно обкладкам на одинаковом расстоянии от них. Напряженность поля в конденсаторе $E = 100$ В/м; расстояние между пластинами $d = 2$ см. Через какое время t после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадет на одну из обкладок?

3.46. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $v_0 = 9 \cdot 10^6$ м/с. Разность потенциалов между пластинами $U = 100$ В; расстояние между пластинами $d = 1$ см. Найдите полное a , нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения электрона спустя $\tau = 10$ нс после начала его движения в конденсаторе.

3.47. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0 = 10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе $E = 10$ кВ/м; длина конденсатора $l = 5$ см. Найдите модуль скорости v электрона при вылете его из конденсатора.

3.48. Электрон движется в плоском горизонтально расположенном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью $v = 3,6 \cdot 10^7$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора $E = 3,7$ кВ/м; длина пластин конденсатора $l = 20$ см. Найдите смещение y электрона в вертикальном направлении за время его движения в конденсаторе.

§ 4. Постоянный электрический ток

Основные формулы и законы

1. Сила тока I :

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow I = \frac{q}{t} \text{ (при } I = \text{const}), \quad (4.1)$$

где q – заряд, который проходит в проводнике через его поперечное сечение за времени t .

2. Плотность тока:

$$j = \frac{dI}{dS} \Rightarrow j = \frac{I}{S} \text{ (при } j = \text{const}), \quad (4.2)$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

3. Сопротивление однородного проводника:

Если площадь – величина постоянная, то

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.3)$$

где ρ – удельное сопротивление вещества; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

4. Законы Ома:

а) закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R+r}, \quad U = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}; \quad (4.4)$$

б) закон Ома для однородного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}, \quad U = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (\mathcal{E} = 0), \quad (4.5)$$

где I – сила тока; \mathcal{E} – электродвижущая сила (ЭДС) источника тока с внутренним сопротивлением r ; φ_1 и φ_2 – потенциалы на концах участка; U – напряжение на участке; R – сопротивление участка цепи. ЭДС в формуле (4.3) присваивается знак «+», если при течении тока от точки 1 к точке 2 потенциал на участке цепи повышается, в противном случае ЭДС берется со знаком «-»;

в) закон Ома для замкнутой электрической цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}, \quad (4.6)$$

r – внутреннее (собственное) сопротивление источника ЭДС.

5. Закономерности последовательного и параллельного соединения проводников:

а) при последовательном соединении

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n, \quad U = \sum_{i=1}^n U_i, \quad R = \sum_{i=1}^n R_i; \quad (4.7)$$

б) при параллельном соединении

$$I = \sum_{i=1}^n I_i, \quad U = U_1 = U_2 = \dots = U_n, \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}, \quad (4.8)$$

где I_i , U_i и R_i – соответственно сила тока, напряжение и сопротивление i -го участка цепи.

6. Закон Джоуля – Ленца:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2(t) R dt \quad \text{или} \quad Q = I^2 R \Delta t \quad (\text{при } I = \text{const}), \quad (4.9)$$

где R – сопротивление однородного участка цепи; $\Delta t = t_2 - t_1$ – промежуток времени.

7. Правила Кирхгофа:

а) *первое правило Кирхгофа*: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле разветвленной цепи, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (4.10)$$

Токи, подходящие к узлу, считают положительными, а токи, отходящие от него, – отрицательными;

б) *второе правило Кирхгофа*: в любом замкнутом контуре разветвленной цепи алгебраическая сумма падений напряжений (произведений IR) равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^m \mathcal{E}_k. \quad (4.11)$$

При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа необходимо соблюдать следующее *правило знаков*:

– если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контуров, то соответствующее произведение IR входит в уравнение со знаком «+», в противном случае падение напряжения IR входит в уравнение со знаком «-»;

– если ЭДС повышает потенциал в направлении обхода контура, т. е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком «+», в противном случае – со знаком «-».

8. Плотность тока \vec{j} в металлическом проводнике:

$$\vec{j} = ne\langle\vec{u}\rangle, \quad (4.12)$$

где n – концентрация электронов проводимости; e – элементарный заряд; $\langle\vec{u}\rangle$ – скорость их упорядоченного движения (дрейфа).

9. Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}, \quad (4.13)$$

где σ – удельная проводимость вещества; \vec{E} – напряженность электростатического поля в данной точке вещества.

10. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \sigma E^2, \quad (4.14)$$

где w – удельная тепловая мощность (количество энергии, выделяющееся в единице объема в единицу времени).

11. ТермоЭДС \mathcal{E} , возникающая в дифференциальной термопаре:

$$\mathcal{E} = \alpha(T_1 - T_2), \quad (4.15)$$

где α – удельная термоЭДС; $T_1 - T_2$ – разность температур спаев термопары.

12. Законы электролиза Фарадея:

а) первый закон электролиза:

$$m = kq, \quad (4.16)$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда q ; k – электрохимический эквивалент вещества;

б) второй закон электролиза:

$$k = \frac{1}{F} \frac{M}{z}, \quad (4.17)$$

где F – постоянная Фарадея ($F = 96,5$ кКл/моль); M – молярная масса ионов данного вещества; z – валентность ионов.

13. Подвижность носителей тока в проводнике (ионов или электронов):

$$b = \frac{\langle u \rangle}{E}, \quad (4.18)$$

где $\langle u \rangle$ – средняя скорость дрейфа ионов или электронов в электрическом поле с напряженностью E .

14. Плотность тока насыщения в объеме газа между электродами:

$$j_{\text{н}} = en_V d, \quad (4.19)$$

где n_V – число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема в единицу времени; d – расстояние между электродами

Примеры решения задач

Пример 1. Какое напряжение покажет вольтметр, включенный в цепь на рис. 4.1? Определите абсолютную погрешность измерения этого напряжения ΔU_V , вносимую вольтметром. ЭДС батарей $\mathcal{E}_1 = 24$ В и $\mathcal{E}_2 = 16$ В, сопротивления $R_1 = 200$ Ом, $R_2 = 80$ Ом, внутреннее сопротивление вольтметра $R_V = 1,2$ кОм. Внутренними сопротивлениями батарей пренебречь.

Решение. При подключении вольтметра напряжение между точками 1 и 2 несколько снижается из-за ответвления тока I_0 , вызванное конечным сопротивлением вольтметра. При этом уменьшаются токи через участки цепи $\mathcal{E}_2 R_2 R_V \mathcal{E}_2$ и $\mathcal{E}_1 R_1 R_V \mathcal{E}_1$. Соответственно, уменьшается измеряемая разность потенциалов.

Найдем ток через вольтметр I_1 и напряжение на нем, применив правила Кирхгофа. Направление токов на участках цепи указано на рис. 4.1. Направление обхода контуров цепи выберем против часовой стрелки. Согласно первому правилу Кирхгофа ток I_0 , втекающий в узел, равен сумме токов, вытекающих из этого узла:

$$I_0 = I_1 + I_2. \quad (4.20)$$

Согласно второму правилу уравнение Кирхгофа для контура $\mathcal{E}_2 R_2 R_V \mathcal{E}_2$ имеет вид

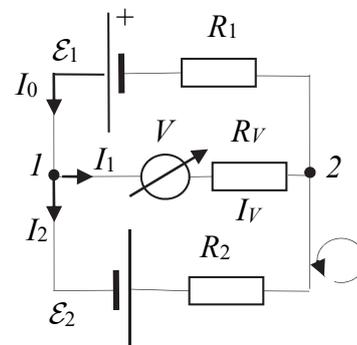


Рис. 4.1

$$\mathcal{E}_1 = I_0 R_1 + I_1 R_V. \quad (4.21)$$

Для контура $\mathcal{E}_1 R_1 R_V \mathcal{E}_1$

$$\mathcal{E}_2 = I_2 R_2 - I_1 R_V. \quad (4.22)$$

Решив уравнения (4.20)–(4.22), найдем выражение для тока I_1 и для измеряемого вольтметром напряжения $U_V = I_1 R_V$: Е

$$U_V = \frac{R_V (\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_1)}{R_V (R_2 + R_1) + R_1 R_2} = \frac{1200 \cdot (24 \cdot 200 - 16 \cdot 80)}{1200 \cdot (200 + 80) + 200 \cdot 80} = 12,51 \text{ В}. \quad (4.23)$$

Абсолютная погрешность измерения равна $\Delta U_V = |U_V - U_{V0}|$, где U_{V0} – разность потенциалов между точками 1 и 2 при отсутствии вольтметра, т. е. при бесконечно большом R_V . При $R_V \rightarrow \infty$ формула (4.23) дает значение U_{V0} :

$$U_{V0} = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_2 + R_1} = 12,57 \text{ В}.$$

Таким образом, $\Delta U_V = 12,57 - 12,51 = 0,06 \text{ В}$.

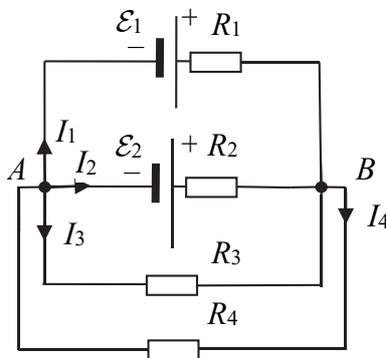


Рис. 4.2

Пример 2. Аккумуляторы \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 включены в цепь, как показано на рис. 4.2. Определите силы токов, текущих в сопротивлениях R_2 и R_3 , если $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$, а $R_1 = R_4 = 2 \text{ Ом}$ и $R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}$. Сопротивлениями аккумуляторов пренебречь.

Решение. Укажем предполагаемые направления силы токов в ветвях разветвленной цепи. Их значения можно рассчитать с помощью правил Кирхгофа. Согласно первому правилу Кирхгофа (4.10) для узла B имеем

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0. \quad (4.24)$$

Так как токи I_1, I_2, I_3 втекают в узел B , то в уравнении (4.24) перед ними ставится знак «+», а ток I_4 вытекает из этого узла и перед ним ставится знак «-». Видно, что уравнение для узла A будет отличаться от уравнения (4.24) только знаками, поэтому его не записываем.

Для четырех неизвестных сил токов три недостающих уравнения составим по второму правилу Кирхгофа. Условимся обходить контур по часовой стрелке. По второму правилу Кирхгофа:

для контура AR_1BR_2A

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2; \quad (4.25)$$

для контура AR_1BR_3A

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \mathcal{E}_1; \quad (4.26)$$

для контура AR_3BR_4A

$$I_3R_3 - I_4R_4 = 0. \quad (4.27)$$

(Расстановка знаков ЭДС рассмотрена в пояснении решения к примеру 1).

Подставив в уравнения (4.24)–(4.27) числовые значения сопротивлений и ЭДС, получим систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0, \\ 2I_1 - 4I_2 = 6, \\ 2I_1 - 4I_3 = 10, \\ 4I_1 - 2I_4 = 0. \end{cases}$$

Решив полученную систему, найдем $I_2 = -1$ А и $I_3 = -2$ А. Знак минус в числовых значениях токов свидетельствует о том, что их направления противоположны указанным на рисунке.

Пример 3. Сила тока в проводнике с сопротивлением $R = 25$ Ом нарастает в течение времени $t_0 = 3$ с по линейному закону, начиная с нуля. Количество теплоты, выделившееся в проводнике, $Q = 100$ Дж. Найдите заряд q , прошедший через проводник за это время.

Решение. Количество заряда q , прошедшее через поперечное сечение проводника, равно (4.1)

$$dq = Idt \Rightarrow q = \int_0^{t_0} Idt. \quad (4.28)$$

Согласно условию зависимость тока от времени $I = at$, где a – некоторая постоянная. Постоянную a найдем из закона Джоуля – Ленца (4.6), согласно которому

$$Q = \int_0^{t_0} RI^2 dt \Rightarrow Q = Ra^2 \int_0^{t_0} t^2 dt = \frac{1}{3} Ra^2 t_0^3. \quad (4.29)$$

Из (4.29) выразим a и подставим в (4.28):

$$a = \sqrt{\frac{3Q}{Rt_0^3}} \Rightarrow q = \int_0^{t_0} \sqrt{\frac{3Q}{Rt_0^3}} t dt = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3Qt_0}{R}}.$$

Подставив в формулу для q численные данные, получим

$$q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3Qt_0}{R}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3 \cdot 10^2 \cdot 3}{25}} = 3 \text{ Кл.}$$

Пример 4. В медном проводнике длиной $L = 2$ м и площадью поперечного сечения $S = 0,64$ мм² протекает ток. При этом каждую секунду выделяется количество теплоты $Q = 0,68$ Дж/с. Сколько электронов N проходит за 1 с через поперечное сечение этого проводника? Удельное сопротивление меди $\rho = 17$ нОм·м.

Решение. Воспользуемся формулой для плотности тока (4.12), из которой выразим концентрацию электронов:

$$n = \frac{j}{eu}, \quad (4.30)$$

где u – скорость дрейфа. Если I – ток через поперечное сечение проводника, то в единицу времени ($t = 1$ с) через него проходит $N = nV = nuS$ электронов, или с учетом (4.30)

$$N = \frac{j}{eu} uS = \frac{j}{e} S. \quad (4.31)$$

Плотность тока j найдем из закона Джоуля – Ленца ($t = 1$ с):

$$Q = I^2 R = (jS)^2 \left(\rho \frac{L}{S} \right) = j^2 \rho LS \Rightarrow j = \sqrt{\frac{Q}{\rho LS}}. \quad (4.32)$$

Подставим выражение (4.32) в формулу (4.31) и вычислим результат:

$$N = \sqrt{\frac{QS}{\rho Le^2}} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \sqrt{\frac{0,68 \cdot 0,64 \cdot 10^{-6}}{17 \cdot 10^{-9} \cdot 2}} = 2,23 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}.$$

Законы Ома и Джоуля – Ленца

4.1. Аккумуляторы с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В включены, как показано на рис. 4.3. При каком значении сопротивления R_2 разность потенциалов между точками 1 и 2 будет равна нулю, если $R_1 = 2$ Ом?

4.2. Найдите падения напряжения в сопротивлениях $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом (рис. 4.4), если амперметр показывает ток $I = 3$ А. Найдите токи I_2 и I_3 в сопротивлениях R_2 и R_3 .

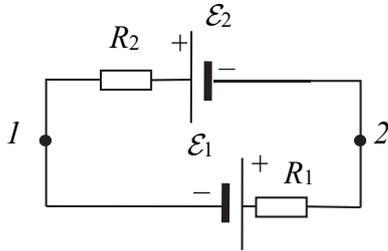


Рис. 4.3

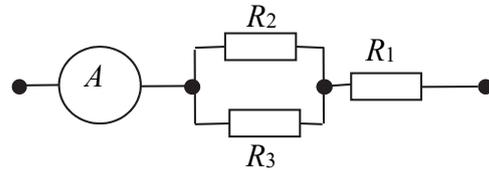


Рис. 4.4

4.3. Определите напряжение на U_{12} и U_{34} выводах каждой батареи с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 18$ В и $\mathcal{E}_2 = 12$ В (рис. 4.5). Внутренние сопротивления батарей $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом, $R = 6$ Ом.

4.4. К батарее с внутренним сопротивлением $r = 0,6$ Ом подключено нагрузочное сопротивление $R = 4,6$ Ом. Сила тока в нагрузке $I = 2,5$ А. Найдите ЭДС батареи и напряжение U на ее выводах.

4.5. Определите напряжение U_{ab} между точками A и B и напряжение на каждом из резисторов в цепи на рис. 4.6, если $\mathcal{E}_1 = 3$ В, $R_1 = 1$ Ом, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, $R_2 = 6$ Ом, $\mathcal{E}_3 = 5$ В, $R_3 = 3$ Ом. Внутренними сопротивлениями аккумуляторов пренебречь.

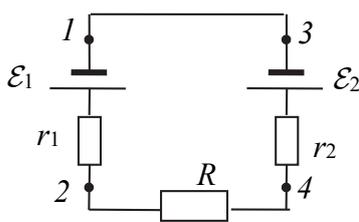


Рис. 4.5

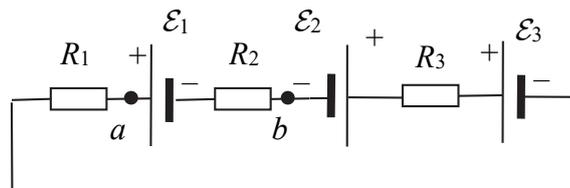


Рис. 4.6

4.6. По проводнику сопротивлением $R = 3$ Ом течет ток, сила которого равномерно возрастает, начиная с нуля. Количество теплоты Q , выделившееся в проводнике за время $\tau = 8$ с, равно 200 Дж. Определите количество электричества q , протекшее за это время по проводнику. В начальный момент времени сила тока в проводнике равна нулю.

4.7. ЭДС аккумуляторной батареи $\mathcal{E} = 12$ В, сила тока I_k короткого замыкания равна 250 А. Какую наибольшую мощность P_{\max} можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

4.8. При силе тока $I_1 = 3$ А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18$ Вт, при силе тока $I_2 = 1$ А – $P_2 = 10$ Вт. Определите ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r батареи.

4.9. Определите диаметр медных проводов линии электропередач длиной $l = 1$ км, соединяющей генератор с нагрузкой, чтобы потери мощности в линии составили 3% от полезной мощности. Сопротивление нагрузки $R = 10$ Ом, удельное сопротивление меди $\rho = 17$ нОм·м.

4.10. К аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом подключен резистор сопротивлением $R = 2$ Ом. Какое количество теплоты Q выделяется в резисторе за 1 ч? С каким КПД работает аккумулятор?

4.11. К аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом подключена нагрузка. При каких значениях силы тока в нагрузке будет выделяться одинаковая мощность $P = 36$ Вт?

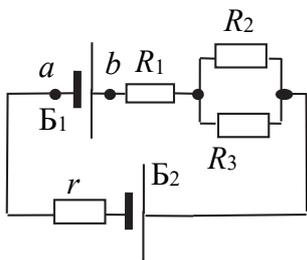


Рис. 4.7

4.12. Сила тока через резистор R_2 на рис. 4.7 равна $I = 3,5$ мА. Найдите разность потенциалов U_{ab} на выводах a и b включенной в цепь батареи B_1 . ЭДС батареи B_2 равна $\mathcal{E} = 12$ В, ее внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ кОм, $R_2 = 4$ кОм, $R_3 = 8$ кОм.

4.13. В цепи на рис. 4.8 на резисторе $R_1 = 33$ Ом рассеивается мощность 0,5 Вт. Сопротивления резисторов: $R_2 = 68$ Ом, $R_3 = 75$ Ом. Найдите ЭДС батареи.

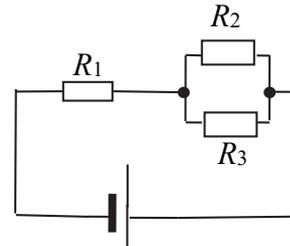


Рис. 4.8

4.14. Микроамперметр имеет собственное сопротивление 30 Ом и ток полного отклонения стрелки 50 мкА. Каким образом расширить диапазон измерения до 30 А? Как использовать этот микроамперметр в качестве вольтметра на максимальное напряжение 250 В?

4.15. Четыре одинаковые батареи с напряжением $U = 1,5$ В соединены последовательно и подключены к лампе с рабочим напряжением $U_0 = 12$ В. Найдите внутреннее сопротивление r каждой батареи, если сила тока в цепи $I = 0,45$ А. Сопротивлением проводов пренебречь.

4.16. Элемент с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R . Наибольшая мощность, выделяющаяся во внешней цепи, $P = 9$ Вт. При этом в цепи течет ток $I = 3$ А. Найдите ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r элемента.

4.17. Электролампу, рассчитанную на напряжение $U_1 = 6$ В и мощность $P = 25$ Вт, нужно подключить к аккумулятору с напряжением $U_2 = 12$ В через резистор из нихромовой проволоки. Какова длина этой проволоки, если ее диаметр $d = 1$ мм, а удельное сопротивление $\rho = 10^{-6}$ Ом·м?

4.18. Напряжение на батарее при силе тока $I_1 = 7,4$ А составляет $U_1 = 40,8$ В, а при силе тока $I_2 = 2,2$ А – $U_2 = 47,3$ В. Найдите ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r батареи.

4.19. Линия электропередач, имеющая сопротивление $R = 90$ Ом, подключена к генератору постоянного тока мощностью $P = 10$ кВт. При каком напряжении на зажимах генератора потери в линии составляют 2% от мощности генератора?

4.20. Нагрузка подключена к генератору с ЭДС $\mathcal{E} = 400$ В через медный провод длиной $l = 3000$ м и диаметром $d = 8$ мм. Найдите силу тока I в цепи, если в нагрузке выделяется мощность $P = 10$ кВт.

4.21. Через теплоизолированный проводник цилиндрической формы с диаметром $d = 12$ мм течет ток $I = 80$ А. Определите удельную теплоемкость проводника $c_{\text{уд}}$, если температура его равномерно повышается на $\Delta T = 3$ К за время $\tau = 30$ с. Удельное сопротивление проводника $\rho = 420$ нОм·м, плотность материала проводника $\rho_1 = 4,5 \cdot 10^3$ кг/м³.

4.22. Определите внутреннее сопротивление автомобильного аккумулятора с номинальным напряжением $U_0 = 12$ В, если при силе тока, потребляемого стартером $I = 75$ А, напряжение на аккумуляторе падает до $U_1 = 8,4$ В.

4.23. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 прижаты торцами друг к другу. Найдите заряд q на границе раздела данных проводников, если в направлении от проводника 1 к проводнику 2 течет ток I .

4.24. Найдите сопротивление цилиндрического слоя R_r в радиальном направлении, если внутренний и наружный радиусы цилиндра равны a и b , соответственно. Удельное сопротивление материала слоя ρ , длина цилиндра L .

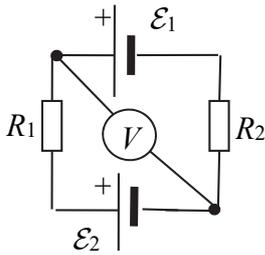


Рис. 4.9

4.25. Батареи имеют ЭДС $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 110$ В, сопротивления $R_1 = R_2 = 0,2$ кОм, сопротивление вольтметра $R_V = 1$ кОм (рис. 4.9). Найдите показание U вольтметра.

4.26. Батареи имеют ЭДС $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, сопротивления $R_2 = 2R_1$ (рис. 4.9). Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока, текущего через сопротивление R_2 ?

4.27. Батареи имеют ЭДС $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$, сопротивления $R_1 = R_2 = 100$ Ом, сопротивление вольтметра $R_V = 150$ Ом (рис. 4.9). Показание вольтметра $U = 150$ В. Найдите ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 батарей.

4.28. Определите сопротивление подключенной к батарее цепи на рис. 4.10. Сопротивление одного резистора $R = 8$ Ом.

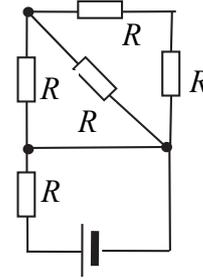


Рис. 4.10

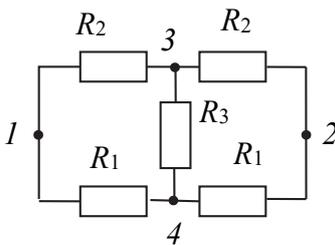


Рис. 4.11

4.29. Определите сопротивление

цепи между точками $1 - 2$ и $3 - 4$ (рис. 4.11). Сопротивления: $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 5$ Ом.

4.30. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0,5$ Ом. Найдите ЭДС элемента \mathcal{E} и его внутреннее сопротивление r , если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P = 2,54$ Вт.

Если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна $P = 2,54$ Вт.

Правила Кирхгофа

4.31. Две батареи аккумуляторов с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 12$ В и $\mathcal{E}_2 = 14$ В и внутренними сопротивлениями $R_1 = 1$ Ом и $R_2 = 2$ Ом соединены с нагрузкой ($R = 6$ Ом), как показано на рис. 4.12. Найдите токи I_1 и I_2 в батареях и I в нагрузке.

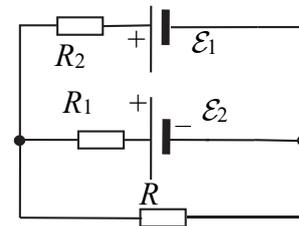


Рис. 4.12

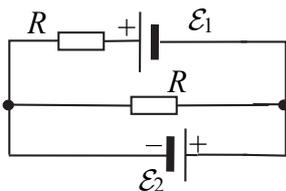


Рис. 4.13

4.32. Определите токи I_1

и I_2 в резисторах с сопротивлениями R_1 и R_3 (рис. 4.13),

если $\mathcal{E}_1 = 9$ В, $R_1 = 22$ Ом, $\mathcal{E}_2 = 6$ В, $R_2 = 15$ Ом. Внутренними сопротивлениями батарей пренебречь.

4.33. Определите падение напряжения на резисторе сопротивлением R_3 (рис. 4.14), если $\mathcal{E}_1 = 6$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

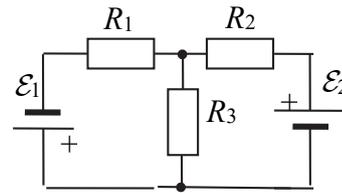


Рис. 4.14

4.34. Найдите ток через резистор с сопротивлением R в схеме

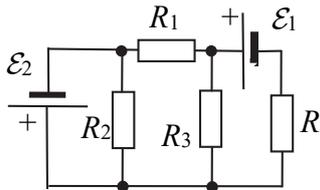


Рис. 4.15

(рис. 4.15). Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. $\mathcal{E}_1 = 9$ В, $\mathcal{E}_2 = 12$ В, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $R = 25$ Ом.

4.35. Найдите сопротивление резистора R_3 , при котором напряжение на резисторе R_2 в схеме на рис. 4.16 равно нулю. Какова при этом сила тока I_1 в резисторе R_1 ? Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь. $\mathcal{E}_1 = 4$ В, $\mathcal{E}_2 = 6$ В, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 5$ Ом.

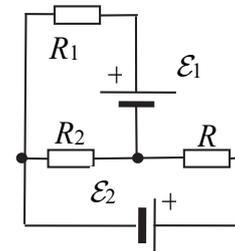


Рис. 4.16

4.36. Батарея состоит из трех аккумуляторов, соединенных параллельно одноименными полюсами. ЭДС \mathcal{E} каждого аккумулятора равна 1,5 В, внутреннее сопротивление $r = 0,25$ Ом. Данная батарея замкнута на сопротивление нагрузки $R = 0,5$ Ом. Найдите силу тока I в этом сопротивлении.

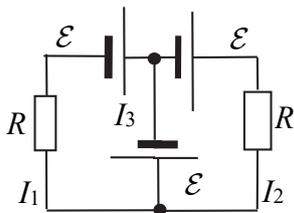


Рис. 4.17

4.37. Определите токи I_1, I_2, I_3 в батареях, включенных в цепь на рис. 4.17. ЭДС батарей, их внутренние сопротивления и нагрузочные резисторы одинаковы и равны соответственно r и R .

4.38. Найдите сопротивление резистора R в цепи на рис. 4.18, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна. Внутренние сопротивления батарей одинаковы и равны $r = 1$ Ом.

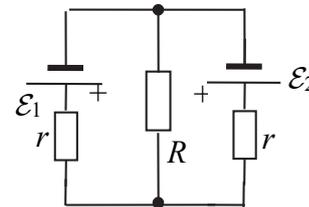


Рис. 4.18

4.39. Найдите абсолютные значения токов I_1, I_2, I_3 в ветвях цепи на рис. 4.19. Данные элементов цепи: $\mathcal{E}_1 = 45$ В и $\mathcal{E}_2 = 80$ В. Сопротивления источников одинаковы и равны $r = 1$ Ом, нагрузочные сопротивления $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 20$ Ом.

4.40. Определите токи I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 в каждом из соответствующих резисторов в цепи на рис. 4.20. ЭДС батарей $\mathcal{E}_1 = 6 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ В}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 10 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

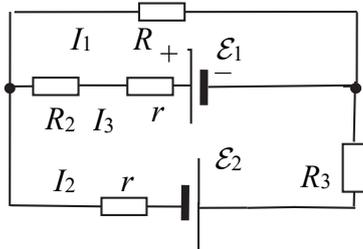


Рис. 4.19

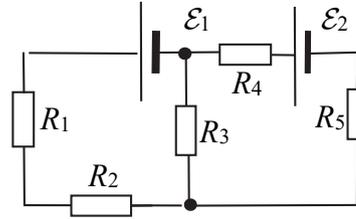


Рис. 4.20

Электрический ток в металлах, электролитах и газах

4.41. Определите объемную плотность тепловой мощности w и напряженность E электрического поля в медном проводнике, если плотность тока $j = 10 \text{ А/мм}^2$. Удельное сопротивление меди $\rho = 17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

4.42. Термопара медь – константан с сопротивлением $R_T = 4 \text{ Ом}$ присоединена к гальванометру, сопротивление которого $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Один спай термопары погружен в тающий лед, другой – в горячий расплав. Сила тока в цепи равна $I = 720 \text{ мкА}$. Постоянная термопары $\alpha = 36 \text{ мкВ/К}$. Определите температуру t расплава в градусах Цельсия.

4.43. Определите подвижность электронов в медном проводнике длиной $l = 0,5 \text{ м}$ и диаметром $d = 10 \text{ мм}$, если разность потенциалов на проводнике $U = 100 \text{ мкВ}$ при силе тока в нем $I = 100 \text{ А}$. Считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

4.44. Сила тока в цепи, состоящей из термопары с сопротивлением $R_T = 4 \text{ Ом}$ и гальванометра с сопротивлением $R = 2 \text{ Ом}$, равна $I = 500 \text{ мкА}$ при разности температур спаев $\Delta t = 50^\circ\text{C}$. Определите постоянную α термопары.

4.45. Определите скорость дрейфа электронов u в железном проводнике при плотности тока в нем $j = 100 \text{ А/см}^2$. Сравните эту скорость со средней скоростью теплового движения v электронов при температуре $T = 300 \text{ К}$. Электронный газ в металле рассматривать как идеальный. Концентрацию свободных электронов считать равной концентрации атомов железа.

4.46. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделилось $m_1 = 3,9 \text{ г}$ цинка, во второй за то же время $m_2 = 2,24 \text{ г}$ железа. Цинк двухвалентен. Определите валентность железа.

4.47. Определите количество вещества ν и число атомов N двухвалентного металла, отложившегося на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение времени $t = 5$ мин шел ток силой $I = 2$ А.

4.48. Определите толщину h слоя меди, выделившейся на катоде за время $t = 5$ ч при электролизе медного купороса, если плотность тока $j = 80$ А/м².

4.49. Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени $t = 20$ с от $I_1 = 0$ до $I_2 = 2$ А. Найдите массу m меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

4.50. В электролитической ванне через раствор прошел заряд $q = 193$ кКл. При этом на катоде выделяется $\nu = 1$ моль металла. Определите валентность Z металла.

4.51. За какое время t при электролизе водного раствора хлорной меди (CuCl_2) на катоде выделится масса $m = 2,37$ г меди, если ток $I = 2$ А?

4.52. За какое время t при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катада) увеличится на $\Delta m = 99$ мг? Площадь пластинки $S = 25$ см², плотность тока $j = 200$ А/м². Найдите толщину d слоя меди, образовавшегося на пластинке.

4.53. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 прижаты торцами друг к другу. Найдите заряд q на границе раздела данных проводников, если в направлении от проводника 1 к проводнику 2 течет ток I .

4.54. При протекании тока по медному проводнику в нем каждую секунду выделяется количество теплоты $Q = 0,35$ Дж/с. Сколько электронов N проходит за 1 с через поперечное сечение этого проводника? Длина проводника $l = 2$ м, площадь поперечного сечения $S = 0,4$ мм², удельное сопротивление меди $\rho = 17$ нОм·м.

4.55. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на поверхности электрода $S = 1$ см² за время $t = 5$ мин при плотности тока $j = 10$ А/м²?

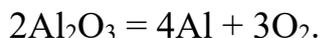
4.56. Какую электрическую энергию W надо затратить, чтобы при электролизе раствора AgNO_3 выделилась масса $m = 500$ мг серебра? Разность потенциалов на электродах $U = 4$ В.

4.57. Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением тепла:



Найдите минимальную разность потенциалов U_{\min} , при которой будет происходить разложение воды электролизом.

4.58. Металлический алюминий получают электролизом раствора глинозема Al_2O_3 в расплавленном криолите Na_2AlF_6 при $960\text{--}970^\circ\text{C}$ в реакции



Какой ток потребуется, чтобы достичь производительности электролизера 6 кг алюминия в час?

4.59. Какой ток надо пропустить через электролитическую ванну с раствором AgNO_3 , чтобы за время $t = 3$ ч выделилась масса $m = 1,26$ кг серебра?

4.60. Азот ионизируется рентгеновским излучением. Определите удельную проводимость σ азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия $n_0 = 10^7$ пар ионов. Подвижность положительных ионов $b_+ = 1,27 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и отрицательных $b_- = 1,81 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

4.61. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока, текущего через камеру, равна $2,4$ мкА. Площадь каждого электрода $S = 300 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 2$ см, разность потенциалов $\Delta\phi = 300$ В. Найдите концентрацию n пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов $b_+ = 1,4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и отрицательных $b_- = 1,9 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

4.62. Найдите силу тока насыщения I_n между пластинами конденсатора, если под действием ионизатора в каждом кубическом сантиметре пространства между пластинами конденсатора образуется $n_0 = 10^9$ пар ионов за 1 с, каждый из которых несет один элементарный заряд. Расстояние между пластинами конденсатора равно $d = 12$ мм, площадь $S = 250 \text{ см}^2$.

4.63. Посередине между электродами ионизационной камеры пролетела α -частица, двигаясь параллельно электродам, и образовала на своем пути цепочку ионов. Спустя какое время после пролета α -частицы ионы дойдут до электродов, если расстояние между электродами $d = 4$ см, разность потенциалов $U = 5$ кВ и подвижность ионов обоих знаков в среднем $b = 2 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$?

4.64. Воздух между двумя пластинами конденсатора ионизируется. Ток насыщения между ними $j_n = 2 \cdot 10^{-10}$ А. Площадь пластин $S = 100 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 0,5$ см. Определите число пар ионов Δn , образующихся за 1 с в 1 см^3 .

§ 5. Магнитное поле в вакууме

Основные формулы и законы

1. Магнитная индукция \vec{B} связана с напряженностью \vec{H} магнитного поля соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (5.1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды (для вакуума $\mu = 1$).

2. Закон Био – Саварра – Лапласа для элемента dl проводника с током I , который создает в точке с радиусом-вектором \vec{r} индукцию $d\vec{B}$ магнитного поля:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (5.2)$$

где $I d\vec{l}$ – элемент тока; $d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента dl проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; r – модуль радиуса-вектора \vec{r} .

Из формулы (5.2) следует, что направление вектора индукции магнитного поля каждого элемента тока определяется относительно направления тока *правилом векторного произведения*.

3. Принцип суперпозиции для магнитного поля, создаваемого N источниками:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i, \quad (5.3)$$

где \vec{B} – вектор индукции результирующего магнитного поля; \vec{B}_i – вектор индукции магнитного поля, создаваемого i -м источником (например, проводником с током).

Если источники поля (элементы тока $I d\vec{l}$) распределены непрерывно, то векторная сумма (5.3) заменяется интегралом:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}, \quad (5.4)$$

где индукция $d\vec{B}$ определяется по закону Био – Саварра – Лапласа.

4. Модуль магнитной индукции B на оси кругового витка с током, перпендикулярной его плоскости:

$$B = \mu_0 \mu \frac{IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (5.5)$$

где I – сила тока в витке; R – радиус витка; z – расстояние от плоскости витка.

В центре кругового витка ($z = 0$) магнитная индукция равна

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}. \quad (5.6)$$

5. Модуль магнитной индукции B поля, создаваемого участком CD прямолинейного проводника с током I в точке M (рис. 5.1):

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (5.7)$$

где α_1, α_2 – углы между направлением тока в проводнике и радиусами-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 соответственно, проведенными из концов проводника в точку M ; a – расстояние от точки M до проводника.

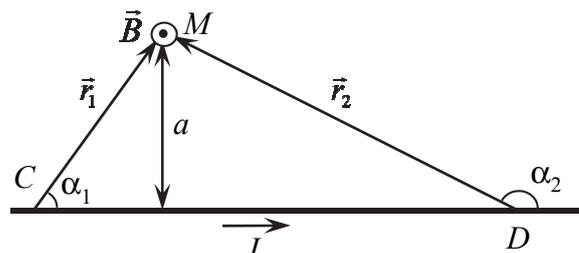


Рис. 5.1

6. Модуль магнитной индукции B поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током I в точке M ($\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi$):

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}. \quad (5.8)$$

7. Модули магнитной индукции B и напряженности H магнитного поля, создаваемого внутри длинного соленоида или тороида с током I :

$$B = \mu_0 \mu n I, \quad H = n I, \quad (5.9)$$

где $n = N / l$ – отношение количества витков N к длине l соленоида или длине l средней линии тороида.

8. Теорема о циркуляции вектора \vec{B} по контуру l в магнитном поле (или закон полного тока):

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i, \quad (5.10)$$

где $d\vec{l}$ – векторный элемент контура, направление которого определяется направлением обхода этого контура; $\sum_{i=1}^N I_i$ – алгебраическая сумма токов (электронных токов атомов вещества и токов проводимости), охватываемых контуром.

9. Сила Ампера $d\vec{F}_A$, действующая на элемент dl проводника с током I в магнитном поле:

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B}, \quad dF_A = I dl B \sin \alpha, \quad (5.11)$$

где \vec{B} – индукция магнитного поля в точке, в которой находится элемент тока; α – угол между направлением элемента тока и вектором индукции \vec{B} .

Направление силы Ампера определяется по *правилу векторного произведения* или *правилу левой руки*.

10. Магнитный момент \vec{p}_m плоского контура (рамки) с током I :

$$\vec{p}_m = I S N \vec{n}, \quad (5.12)$$

где S – площадь контура; N – количество витков в контуре, в которых ток течет в одинаковом направлении; \vec{n} – единичный вектор положительной нормали к плоскости контура, направление которого определяется по *правилу правого винта* (буравчика).

11. Механический момент \vec{M} сил, действующих на контур с током в однородном магнитном поле:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}, \quad M = p_m B \sin \alpha, \quad (5.13)$$

где α – угол между магнитным моментом \vec{p}_m и вектором магнитной индукции \vec{B} .

12. Магнитный поток Φ_m через поверхность S :

$$\Phi_m = \int_S B_n dS, \quad (5.14)$$

где B_n – проекция вектора индукции \vec{B} магнитного поля на нормаль \vec{n} к элементарной площадке dS , а интеграл берется по всей поверхности S .

Если плоский контур площадью S находится в однородном магнитном поле, то

$$\Phi_m = BS \cos \alpha, \quad (5.15)$$

где α – угол между нормалью \vec{n} к поверхности контура и вектором индукции \vec{B} .

13. Теорема Гаусса для вектора индукции \vec{B} магнитного поля:

$$\Phi_m = \oint_S B_n dS = 0, \quad (5.16)$$

где Φ_m – поток вектора индукции \vec{B} магнитного поля сквозь замкнутую поверхность S .

Теорема (5.16) отражает факт отсутствия у магнитного поля зарядовых источников.

14. Работа сил магнитного поля, совершаемая при перемещении контура с током:

$$\delta A = Id\Phi_m \Rightarrow A = \int Id\Phi_m, \quad (5.17)$$

где I – сила тока в контуре; $d\Phi_m$ – элементарное приращение магнитного потока при перемещении контура.

15. Сила Лоренца \vec{F}_L , которая действует на заряд q , движущийся со скоростью \vec{v} в магнитном поле индукцией \vec{B} :

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad F_L = qvB \sin \alpha, \quad (5.18)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Направление силы Лоренца находится с помощью *правила векторного произведения* или *правила левой руки*.

16. Холловская (поперечная) разность потенциалов:

$$\Delta\phi_x = RbjB, \quad (5.19)$$

где $R = 1 / qn$ – постоянная Холла; b – толщина проводящей пластины; j – плотность тока, текущего через поперечное сечение пластины; B – индукция магнитного поля, перпендикулярного направлению протекания тока и ребру b ; q и n – величина заряда и концентрация свободных носителей заряда в пластине.

Примеры решения задач

Пример 1. По бесконечно длинному тонкому проводу, согнутому под прямым углом (рис. 5.2), течет ток $I = 10$ А. Определите магнитную индукцию B в точке O на биссектрисе прямого угла, находящейся на расстоянии $r = 1$ см от места перегиба.

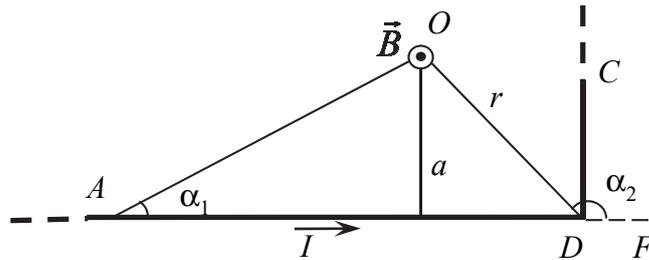


Рис. 5.2

Решение. Разобьем бесконечно длинный проводник на два полубесконечных взаимно перпендикулярных участка AD и DC (рис. 5.2). Результирующую магнитную индукцию \vec{B} в точке O поля определим по принципу суперпозиции (5.3):

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \quad (5.20)$$

где \vec{B}_1 и \vec{B}_2 – магнитные индукции полей, создаваемые участками проводника AD и DC соответственно.

По закону Био – Савара – Лапласа (5.2) направление векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 можно определить по правилу векторного произведения. Эти векторы направлены перпендикулярно плоскости рисунка на нас, поэтому индукция $B = B_1 + B_2$.

Индукцию B_1 , создаваемую полубесконечным участком AD проводника с током I , определим по формуле (5.7) при $\mu = 1$, где угол $\alpha_1 = \angle OAD$ стремится к нулю при удалении точки A в бесконечность, угол $\alpha_2 = \angle ODF = 135^\circ$, а расстояние от точки O до проводника $a = r \cos 45^\circ = r\sqrt{2} / 2$:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}r} (\cos 0^\circ - \cos 135^\circ) = \frac{\mu_0 I}{4r} (1 + \sqrt{2}). \quad (5.21)$$

Так как $\angle ODA = \angle ODC$, то точка O равноудалена от участков AD и DC проводника, а если сила тока в обоих участках одинакова, то модуль магнитной индукции B_2 , создаваемой в точке A участком

DC проводника, равен B_1 (для участка DC проводника угол $\alpha_1 = 45^\circ$, а угол α_2 стремится к 180°).

Таким образом, модуль магнитной индукции B в точке O равен

$$B = 2B_1 = \frac{\mu_0 I}{2r} (1 + \sqrt{2}). \quad (5.22)$$

После подстановки числовых значений в выражение (5.22) получим

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 0,01} (1 + \sqrt{2}) \approx 1,52 \text{ мТл.}$$

Пример 2. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу (рис. 5.3). По рамке и проводу текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. Определите силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии $a = 10$ см, равном ее длине, а также магнитный поток Φ_m , пронизывающий рамку.

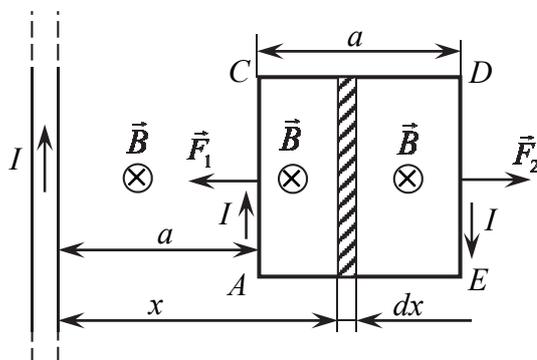


Рис. 5.3

Решение. Для нахождения силы, действующей на рамку, найдем силы (по величине и направлению), действующие на отдельные ее стороны. Из соображений симметрии и с учетом направления тока видно, что силы, действующие на стороны AE и CD рамки, равны по величине и противоположны по направлению. Следовательно, результирующая сила $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, где силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 действуют на стороны AC и DE соответственно. Направление сил определяем по *правилу левой руки* (рис. 5.3). Модули векторов \vec{F}_1 и \vec{F}_2

определим по формуле (5.11) для силы Ампера с учетом выражения (5.8) для модуля магнитной индукции B бесконечно длинного прямолинейного проводника с током:

$$F_1 = IB_1 a = I \frac{\mu_0 I}{2\pi a} a = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}, \quad F_2 = IB_2 a = I \frac{\mu_0 I}{2\pi 2a} a = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}. \quad (5.23)$$

Здесь учитывается, что угол между направлением элемента тока и вектором индукции \vec{B} магнитного поля $\alpha = 90^\circ$, а магнитная проницаемость среды $\mu = 1$.

Результирующая сила направлена к прямому проводу и равна

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} - \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}. \quad (5.24)$$

Для нахождения магнитного потока Φ_m , пронизывающего рамку, найдем элементарный поток $d\Phi_m$, пронизывающий маленькую полоску (заштрихованный элемент на рис. 5.3) площадью $dS = adx$:

$$d\Phi_m = B_n dS = B adx = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} adx. \quad (5.25)$$

Здесь $B_n = B$, так как вектор \vec{B} перпендикулярен поверхности dS .

Поток, пронизывающий всю рамку, определяем согласно формуле (5.14):

$$\Phi_m = \int_S d\Phi_m = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2. \quad (5.26)$$

Подставив в выражения (5.24) и (5.26) числовые значения, получим

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2}{4\pi} = 1 \text{ мН}; \quad \Phi_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^2 \cdot 0,1 \cdot \ln 2}{2\pi} = 1,4 \text{ мкВб}.$$

Пример 3. Непроводящий диск радиусом $R = 5$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $q = 0,1$ мкКл. Диск равномерно вращается с частотой $\nu = 50 \text{ с}^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости диска, проходящей через его центр. Определите магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском.

Решение. Для вычисления магнитного момента p_m разобьем диск на узкие кольца радиусом r и шириной dr (рис. 5.4). Каждое такое кольцо несет на себе заряд, равный

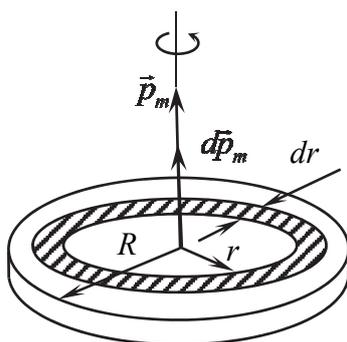


Рис. 5.4

$$dq = \sigma dS = \frac{q}{\pi R^2} 2\pi r dr, \quad (5.27)$$

где поверхностная плотность заряда $\sigma = q / (\pi R^2)$ на поверхности диска, а площадь кольца $dS = 2\pi r dr$.

Вращаясь с частотой ν , каждое такое кольцо будет создавать круговой ток

$$dI = dq\nu = \frac{2q\nu}{R^2} r dr \text{ и, охватывая площадь}$$

$S = \pi r^2$, обладать магнитным моментом

$$dp_m = dIS = \frac{2q\nu}{R^2} r dr \cdot \pi r^2. \quad (5.28)$$

Магнитные моменты dp_m отдельных круговых токов диска направлены одинаково вверх перпендикулярно плоскости диска (рис. 5.4). Результирующий магнитный момент диска находим интегрированием

$$p_m = \int dp_m = \frac{2q\nu\pi}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{q\nu\pi R^2}{2}. \quad (5.29)$$

Подставив числовые значения в выражение (5.29), найдем

$$p_m = \frac{10^{-7} \cdot 50 \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 10^{-4}}{2} = 1,96 \cdot 10^{-8} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 4. Кольцо радиусом $R = 3$ см, по которому течет ток $I = 2$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Определите механический момент сил магнитного поля, действующий на кольцо, если его плоскость составляет угол $\beta = 30^\circ$ с направлением вектора индукции (рис. 5.5).

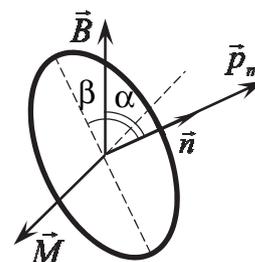


Рис. 5.5

Решение. Величину механического момента определим по формуле (5.13) с учетом того, что угол $\alpha = 90^\circ - \beta$:

$$M = p_m B \sin \alpha = p_m B \sin(90^\circ - \alpha), \quad (5.30)$$

где $p_m = \pi R^2 I$ – магнитный момент кольца с током.

Подставив числовые значения в выражение (5.30), получим $M = \pi R^2 IB \sin(90^\circ - \beta) = 3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot \sin 60^\circ = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Пример 5. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100 \text{ см}^2$. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50 \text{ А}$, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определите магнитную индукцию B поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0,4 \text{ Дж}$.

Решение. Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле численно равна работе сил поля (формула (5.17)) и противоположна по знаку. Так как ток I в контуре поддерживается постоянным, то

$$A = -\int_1^2 I d\Phi_m = -I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I(\Phi_{m1} - \Phi_{m2}). \quad (5.31)$$

Если плоский контур находится в однородном магнитном поле, то магнитный поток рассчитывается по формуле (5.15):

$$\Phi_{m1} = BS \cos \alpha = BS, \quad (5.32)$$

где $\alpha = 0^\circ$ – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции.

Магнитный поток $\Phi_{m2} = 0$, так как контур переместили из поля в область пространства, в которой магнитное поле отсутствует.

Тогда

$$A = I(\Phi_{m1} - \Phi_{m2}) = IBS \Rightarrow B = \frac{A}{IS}. \quad (5.33)$$

Подставим числовые значения в выражение (5.33) для магнитной индукции B и выполним расчеты:

$$B = \frac{0,4}{100 \cdot 10^{-4} \cdot 50} = 0,8 \text{ Тл.}$$

Пример 6. α -Частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U , стала двигаться в однородном магнитном поле ($B = 50 \text{ мТл}$) по винтовой линии с шагом $h = 5 \text{ см}$ и радиусом $R = 1 \text{ см}$. Определите ускоряющую разность потенциалов, которую прошла α -частица.

Решение. Прежде чем попасть в магнитное поле, α -частица (ион He^{+2}) ускоряется из состояния покоя в электрическом поле с разностью потенциалов U . Работа сил этого поля ($A = qU$) равна приобретенной ионом кинетической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = qU \Rightarrow U = \frac{mv^2}{2q}. \quad (5.34)$$

Для определения разности потенциалов U надо найти скорость v α -частицы.

Движение α -частицы по винтовой линии можно представить как сложное движение, состоящее из движения по окружности радиуса R со скоростью \vec{v}_\perp , которая перпендикулярна вектору магнитной индукции \vec{B} , и равномерного движения вдоль направления вектора \vec{B} со скоростью \vec{v}_\parallel (рис. 5.6).

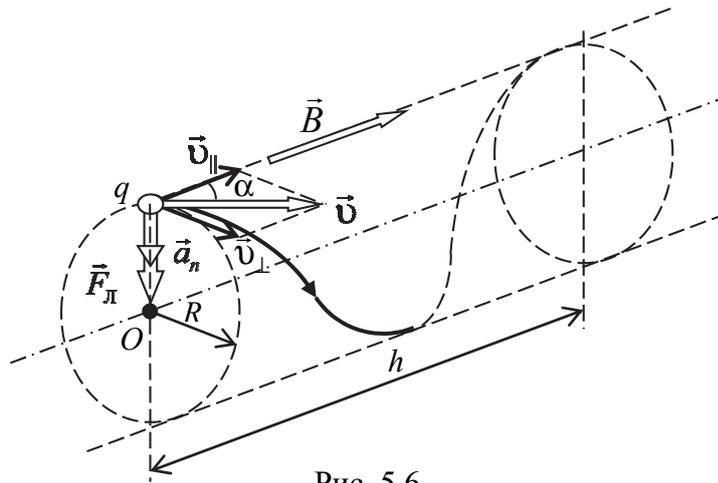


Рис. 5.6

Так как скорости \vec{v}_\perp и \vec{v}_\parallel взаимно перпендикулярны, то скорость α -частицы можно определить по формуле

$$v = \sqrt{v_\parallel^2 + v_\perp^2}. \quad (5.35)$$

Для определения скорости \vec{v}_\perp с помощью второго закона Ньютона составим уравнение движения α -частицы в проекции на нормаль к окружности радиуса R :

$$ma_n = F_L \Rightarrow \frac{mv_\perp^2}{2} = qvB \sin \alpha. \quad (5.36)$$

Здесь учтено, что сила Лоренца F_L (5.18) направлена к центру окружности. Поскольку скорость $v_{\perp} = v \sin \alpha$, то из уравнения (5.36) находим, что

$$v_{\perp} = \frac{qBR}{m}. \quad (5.37)$$

Скорость v_{\parallel} для равномерного движения найдем по формуле

$$v_{\parallel} = \frac{h}{T}, \quad (5.38)$$

где T – время, в течение которого α -частица продвинется в горизонтальном направлении поля на один шаг винтовой линии. С другой стороны, время T равно периоду обращения по окружности радиуса R , поэтому, учитывая выражение (5.37), получим

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi R m}{qBR} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (5.39)$$

Подставив выражение (5.39) в формулу (5.38), получаем

$$v_{\parallel} = \frac{hqB}{2\pi m}. \quad (5.40)$$

Скорость v движения α -частицы по винтовой линии будет равна

$$v = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2} = \sqrt{\left(\frac{hqB}{2\pi m}\right)^2 + \left(\frac{qBR}{m}\right)^2} = \frac{qB}{m} \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 + R^2}. \quad (5.41)$$

Из соотношения (5.34) найдем ускоряющую разность потенциалов:

$$U = \frac{mv^2}{2q} = \frac{qB^2}{2m} \left(\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 + R^2 \right). \quad (5.42)$$

Так как у α -частицы заряд $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл, а масса $m = 6,64 \cdot 10^{-27}$ кг, то

$$U = \frac{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot (50 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 6,64 \cdot 10^{-27}} \left(\left(\frac{0,05}{2 \cdot 3,14}\right)^2 + 0,01^2 \right) = 9,84 \text{ В.}$$

Пример 7. Однородное электрическое поле с напряженностью $E = 100$ В/см перпендикулярно к однородному магнитному полю с индукцией $B = 0,02$ Тл. Электрон влетает в эти поля перпендикулярно к векторам \vec{E} и \vec{B} . При какой начальной скорости v электрон будет двигаться в этих полях прямолинейно?

Решение. Если на движущийся электрический заряд, помимо магнитного поля с индукцией \vec{B} , действует и электрическое поле с напряженностью \vec{E} , то результирующая сила \vec{F} , действующая на заряд, будет равна векторной сумме силы $\vec{F}_{\text{эл}}$, действующей со стороны электрического поля (1.3), и силы $\vec{F}_{\text{м}}$, действующей со стороны магнитного поля (5.18):

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{м}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (5.43)$$

Это выражение называется *формулой Лоренца*.

Из второго закона Ньютона следует, что если сила \vec{F} , действующая на электрон равна нулю, то он будет двигаться прямолинейно. Отсюда следует условие:

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{м}} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\text{эл}} = -\vec{F}_{\text{м}}. \quad (5.44)$$

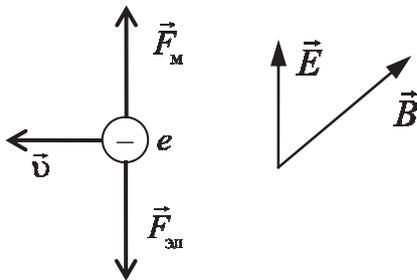


Рис. 5.7

Согласно условию (5.44) силы $\vec{F}_{\text{эл}}$ и $\vec{F}_{\text{м}}$ должны быть равными по величине и противоположными по направлению. Изобразим эти силы на рис. 5.7. Сила $\vec{F}_{\text{эл}}$ направлена против вектора напряженности электрического поля \vec{E} , так как заряд электрона отрицательный, а сила $\vec{F}_{\text{м}}$ согласно правилу левой руки для отрицательного заряда (или правилу векторного произведения).

Из равенства сил $\vec{F}_{\text{эл}}$ и $\vec{F}_{\text{м}}$ по величине следует

$$F_{\text{эл}} = F_{\text{м}} \Rightarrow qE = qvB \sin 90^\circ \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{10^4}{0,02} = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (5.45)$$

Пример 8. На рис. 5.8 изображена медная пластина шириной $a = 100$ мкм, помещенная в магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл,

направленное перпендикулярно ребру b . При пропускании по пластинке тока силой $I = 20$ А между точками A и C возникла холловская разность потенциалов $\Delta\varphi_X$. Определите величину $\Delta\varphi_X$, если концентрация свободных электронов в меди $n = 8,47 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

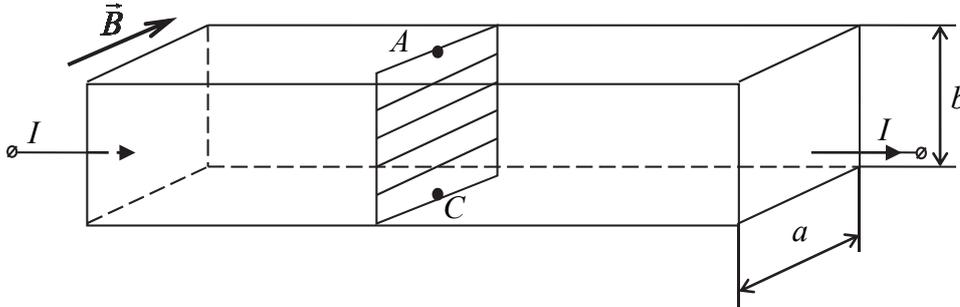


Рис. 5.8

Решение. Холловская разность потенциалов определяется по формуле (5.19):

$$\Delta\varphi_X = RbjB, \quad (5.46)$$

где R – постоянная Холла; b – толщина пластины; j – плотность тока, текущего через поперечное сечение пластины; B – индукция магнитного поля.

Постоянная Холла равна

$$R = \frac{1}{en}, \quad (5.47)$$

где e – величина заряда электрона; n – концентрация свободных электронов в меди.

Плотность электрического тока j определяется формулой (4.2):

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{ab}, \quad (5.48)$$

где $S = ab$ – площадь поперечное сечение пластины; a и b – ширина и толщина пластины соответственно.

Подставляем выражения (5.47), (5.48) в формулу (5.46) и получаем

$$\Delta\varphi_X = \frac{IbB}{enab} = \frac{IB}{ena} = \frac{20 \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,47 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-4}} = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ В}. \quad (5.49)$$

Задачи

*Индукция и напряженность магнитного поля.
Закон Био – Савара – Лапласа. Принцип суперпозиции.
Закон полного тока. Поле соленоида и тороида*

5.1. Расстояние между двумя длинными параллельными проводами $d = 5$ см. По проводам в одном направлении текут одинаковые токи силой $I = 30$ А каждый. Найдите индукцию B магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого провода.

5.2. При какой силе тока I , текущего по тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 0,2$ м, магнитная индукция B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 0,3$ м, станет равной 20 мкТл?

5.3. Определите индукцию B магнитного поля на расстоянии $r = 10$ см от бесконечно длинного прямолинейного проводника с током. Диаметр проводника $d = 0,5$ мм, плотность тока в проводнике $j = 1$ А/мм².

5.4. По двум длинным прямолинейным и параллельным проводам, расположенным в воздухе на расстоянии $d = 4$ см, в противоположных направлениях текут токи $I_1 = 0,3$ А, $I_2 = 0,5$ А. Найдите магнитную индукцию B поля в точке A , которая находится на расстоянии $r = 2$ см от первого провода на продолжении линии, соединяющей провода, проходящей перпендикулярно им.

5.5. Расстояние между двумя бесконечно длинными прямолинейными и параллельными проводами, расположенными в воздухе, $d = 0,7$ м. По ним текут токи $I_1 = 10$ А, $I_2 = 4$ А в одном направлении. В какой точке прямой, проходящей перпендикулярно проводникам и соединяющей их, индукция B магнитного поля этих токов равна нулю?

5.6. На рис. 5.9 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AC = CD = 5$ см, токи $I_1 = I_2 = I$ и $I_3 = 2I$. Найдите точку на прямой AD , в которой индукция результирующего магнитного поля равна нулю.

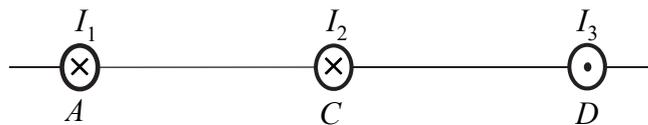


Рис. 5.9

5.7. Чему равна индукция B магнитного поля внутри длинной катушки, изготовленной из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм? Длина катушки $L = 40$ см, диаметр витка $D = 4$ см. На концах проводника, из которого изготовлена катушка, поддерживается разность потенциалов $U = 10$ В. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

5.8. Два кольцевых проводника расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают (рис. 5.10). Радиусы витков $R_1 = R_2 = 4$ см, токи в витках $I_1 = 1$ А и $I_2 = 2$ А. Найдите индукцию B магнитного поля в центре этих витков.

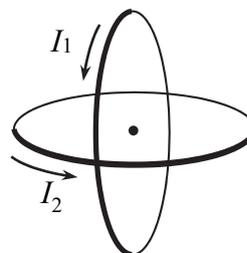


Рис. 5.10

5.9. По круговому проводнику длиной $l = 24$ см течет ток. Плотность тока в проводнике $j = 0,2$ А/мм², индукция магнитного поля в центре круга $B = 10$ мкТл. Найдите диаметр поперечного сечения проводника d .

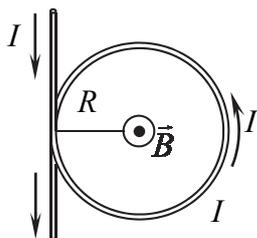


Рис. 5.11

5.10. Бесконечно длинный провод образует круговую петлю касательно к проводу. По проводу течет ток силой $I = 5$ А. Найдите радиус петли R (рис. 5.11). Индукция магнитного поля в центре петли $B = 5,2 \cdot 10^{-5}$ Тл. Среда – воздух.

5.11. Найдите напряженность H магнитного поля на оси кругового контура на расстоянии $a = 3$ см от его плоскости. Радиус контура $R = 4$ см, сила тока в контуре $I = 2$ А.

5.12. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка $H_0 = 63,7$ А/м. Радиус витка $R = 11$ см. Найдите напряженность H магнитного поля на оси витка на расстоянии $a = 10$ см от его плоскости.

5.13. У тонкого проводящего кольца с током I магнитный момент $p_m = 5$ А·м². Определите магнитную индукцию B в точке поля, находящейся на оси кольца и удаленной от точек кольца на расстоянии $r = 20$ см.

5.14. Провод согнут в контур в виде квадрата со стороной $a = 10$ см. Найдите индукцию B магнитного поля в центре такого контура, если по нему протекает ток $I = 5$ А.

5.15. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\alpha = 120^\circ$, течет ток $I = 50$ А. Найдите магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от его вершины на расстояние $a = 5$ см.

5.16. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I = 2$ А. При этом в центре рамки образуется магнитное поле с индукцией $B = 12,6$ мкТл. Найдите длину l проволоки, из которой сделана рамка.

5.17. По контуру, изображенному на рис. 5.12, идет ток силой $I = 10$ А. Определите магнитную индукцию в точке O , если радиус дуги $R = 10$ см, $\varphi = 60^\circ$.

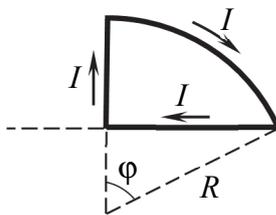


Рис. 5.12

5.18. Длинный провод, по которому течет ток $I_1 = 10$ А, расположен на расстоянии $h = 10$ см от кругового витка с таким же током параллельно его плоскости. Провод пересекает ось витка, перпендикулярную его плоскости. Найдите индукции B_1 и B_2 магнитного поля на оси витка в

точках, находящихся на расстоянии $r = 5$ см от провода. Радиус витка $R = 8$ см.

5.19. Два круговых витка радиусом $R = 3$ см каждый расположены так, что оси витков, перпендикулярные их плоскостям, пересекаются в одной точке под углом $\alpha = 120^\circ$ на расстоянии $d = 10$ см от каждого витка. Найдите индукцию B магнитного поля в этой точке, если по виткам протекают токи $I_1 = I_2 = 5$ А.

5.20. По длинному проводнику с радиусом поперечного сечения R течет ток I . Применив теорему о циркуляции вектора индукции магнитного поля, найдите зависимость магнитной индукции внутри и снаружи проводника от расстояния r до его оси.

5.21. Коаксиальный кабель представляет собой длинную металлическую тонкостенную трубку радиуса $R = 10$ мм, вдоль оси которой расположен тонкий провод. Силы токов в трубке и проводе равны, направления противоположны. Определите магнитную индукцию B_1 и B_2 в точках 1 и 2 (рис. 5.13), удаленных соответственно на расстояния $r_1 = 5$ мм и $r_2 = 15$ мм от оси кабеля, если сила тока $I = 0,5$ А.

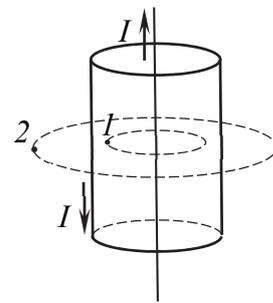


Рис. 5.13

5.22. Два круговых витка с током, имеющие одинаковый радиус и общий центр, расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях. Магнитная индукция результирующего поля в центре витков $B = 0,2$ мТл. Магнитная индукция поля первого витка с током в этой же точке $B_1 = 0,16$ мТл. Определите магнитную индукцию B_2 поля второго витка в их центре и силу тока I_2 в нем, если сила тока в первом витке $I_1 = 10$ А.

5.23. Найдите магнитную индукцию B в точке O , если проводник имеет форму, показанную на рис. 5.14, и по нему протекает ток $I = 9$ А. Радиус изогнутой части проводника $R = 100$ мм, а прямолинейные участки проводника очень длинные.

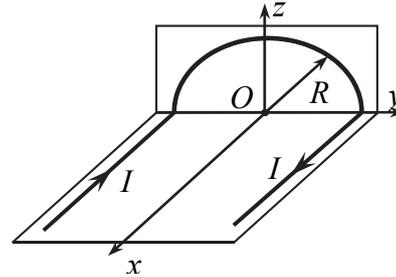


Рис. 5.14

5.24. Найдите индукцию B магнитного поля в центре контура, имеющего вид прямоугольника, по которому течет ток силой $I = 6$ А. Диагональ контура $b = 14$ см, а угол между диагоналями $\alpha = 30^\circ$.

5.25. Два параллельных бесконечно длинных проводника, по которым текут токи $I = 60$ А, расположены на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Определите индукцию B магнитного поля в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см, а от другого – на расстояние $r_2 = 12$ см.

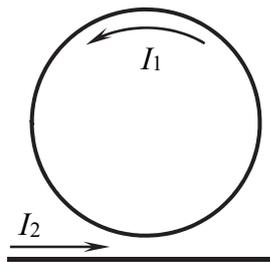


Рис. 5.15

5.26. Круговой виток и длинный прямолинейный проводник с током находятся в одной плоскости (рис. 5.15). Расстояние от прямолинейного проводника до центра витка $d = 8$ см, радиус витка $R = 4$ см, сила тока в витке $I_1 = 15$ А, сила тока в проводника $I_2 = 20$ А. Найдите напряженность H и индукцию B магнитного поля в центре кругового витка. Как изменится

индукция магнитного поля в той же точке, если направление тока в прямолинейном проводнике изменится на противоположное?

5.27. По обмотке очень короткой катушки радиусом $r = 16$ см течет ток силой $I = 5$ А. Сколько витков N проволоки намотано на катушку, если напряженность магнитного поля в ее центре $H = 800$ А/м?

5.28. По тонкому проволочному кольцу течет ток. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре контура?

5.29. По тонкому проводящему кольцу радиуса $R = 10$ см течет ток $I = 80$ А. Найдите магнитную индукцию B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на $r = 20$ см.

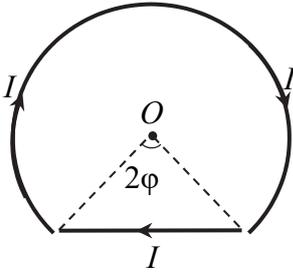


Рис. 5.16

5.30. Ток $I = 5$ А течет по тонкому проводнику, изогнутому, как показано на рис. 5.16. Радиус изогнутой части проводника $R = 24$ см, угол $2\varphi = 90^\circ$. Найдите индукцию B магнитного поля в точке O .

5.31. Длинный цилиндр из диэлектрика, по поверхности которого равномерно распределен положительный заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ мкКл/м, вращается вокруг своей оси, совершая $\nu_0 = 10^2$ об/с. Определите индукцию B магнитного поля в середине оси цилиндра.

5.32. Сколько килограммов медного провода понадобится при изготовлении длинного соленоида, в котором при питании катушки от источника постоянного напряжения $U = 110$ В возникает магнитное поле индукцией $B = 5$ мТл? Плотность тока в проводе $j = 8$ А/мм², витки прилегают вплотную один к одному.

5.33. По обмотке тороида без сердечника, содержащей $N = 200$ витков, течет ток $I = 5$ А. Внешний диаметр тороида $d_1 = 30$ см, а внутренний – $d_2 = 20$ см. Определите напряженность H и индукцию B магнитного поля на оси тороида.

5.34. Соленоид длиной $l = 0,5$ м содержит $N = 1000$ витков. Определите магнитную индукцию B поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки $R = 120$ Ом, а напряжение на ее концах $U = 60$ В.

Сила Ампера. Проводник и контур с током в магнитном поле

5.35. По двум параллельным бесконечно длинным проводникам, расположенным на расстоянии $r = 50$ см друг от друга, текут токи с одинаковой плотностью $j = 2$ А/мм². Диаметр каждого проводника $d = 0,4$ мм. С какой силой, приходящейся на единицу длины каждого проводника, они притягиваются друг к другу?

5.36. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 10$ см друг от друга. По ним в одном

направлении текут токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 30$ А. Какую работу A надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 20$ см?

5.37. Найдите момент M сил, действующий на квадратную рамку с током, помещенную в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,7$ Тл. Сторона квадрата $a = 10$ см, по рамке течет ток $I = 5$ А. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями индукции.

5.38. Найдите момент M сил, действующий на квадратную рамку с током, в которой содержится $N = 200$ витков тонкого провода, помещенную в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Сторона квадрата $a = 1$ см, по рамке течет ток $I = 0,3$ А. Плоскость рамки параллельна линиям индукции.

5.39. Индукция магнитного поля в центре кругового витка $B = 0,25$ мТл. Магнитный момент витка $p_m = 0,5$ А·м². Вычислите силу тока I в витке и его радиус R .

5.40. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. По проводу длиной $l = 0,5$ м, помещенному перпендикулярно направлению магнитного поля, течет ток $I = 100$ А. Найдите силу F , действующую на провод.

5.41. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ мТл перпендикулярно к линиям индукции помещен прямолинейный длинный проводник с током силой $I = 50$ А. Определите совокупность точек, в которых результирующая магнитной индукции равна нулю. Какая сила F действует со стороны магнитного поля на отрезок проводника длиной $l = 0,5$ м?

5.42. На концах железного проводника площадью сечения $S = 0,5$ мм² поддерживается напряжение $U = 0,48$ В. Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Какова величина угла α между направлением поля и направлением тока, если на проводник действует сила $F = 10$ мН?

5.43. В вертикально направленном магнитном поле с индукцией $B = 0,25$ Тл на нитях подвешен горизонтальный проводник массой $m = 10$ г и длиной $l = 0,4$ м. На какой угол α от вертикали отклонятся нити, если по проводнику пропустить ток силой $I = 2$ А?

5.44. Шайба массой $m_0 = 8$ г закреплена на расстоянии $r = 5$ см от конца проводника длиной $l = 0,2$ м и массой $m = 10$ г. Проводник подвешен на двух нитях в горизонтальном магнитном поле с

индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, направленном перпендикулярно проводнику. Какой величины ток I надо пропустить через проводник, чтобы одна из нитей разорвалась? Каждая нить разорвется при нагрузке $F_n = 0,16$ Н.

5.45. На рельсах, расстояние между которыми $d = 0,6$ м, покоится перпендикулярно им металлический проводящий стержень. Масса стержня $m = 50$ г, коэффициент трения $\mu = 0,8$, рельсы расположены под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Система находится в магнитном поле с индукцией $B = 60$ мТл. При какой силе тока I стержень будет равномерно двигаться: а) вверх по рельсам; б) вниз по рельсам?

5.46. Перпендикулярно к однородному горизонтальному магнитному полю с индукцией $B = 0,05$ Тл расположен горизонтальный проводник длиной $l = 0,2$ м с массой $m = 10$ г. Какой ток I должен идти по проводнику, чтобы он двигался вертикально вниз с ускорением $a = 1,8$ м/с²?

5.47. Квадратная рамка со стороной $a = 0,1$ м, сделанная из проводника, площадь поперечного сечения которого $S = 1$ мм² и удельное сопротивление $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$ нОм·м, присоединена к источнику постоянного напряжения $U = 4$ В и помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Определите максимальный момент M сил, действующих на рамку со стороны поля.

5.48. Чему равна индукция B магнитного поля, если максимальный вращающий момент сил, действующий на рамку площадью $S = 1$ см², равен $M = 50$ мН·м при силе тока $I = 1$ А? На рамке намотано $N = 100$ витков провода.

5.49. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определите магнитный момент p_m , обусловленный вращением заряженного стержня.

5.50. Диск радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $q = 20$ мкКл. Диск равномерно вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Частота вращения $n = 20$ с⁻¹. Определите магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском.

**Магнитный поток. Работа по перемещению проводника
и контура с током в магнитном поле. Теорема Гаусса
для вектора индукции магнитного поля**

5.51. Магнитный поток через поперечное сечение соленоида (без сердечника) $\Phi_m = 5$ мкВб. Найдите магнитный момент p_m соленоида, если его длина $l = 25$ см.

5.52. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл так, что плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля. По контуру течет ток $I = 2$ А. Радиус контура $R = 2$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\alpha = 90^\circ$ вокруг оси: а) совпадающей с диаметром контура; б) совпадающей с осью контура?

5.53. Рамка с площадью $S = 50$ см² помещается в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,8$ Тл так, что плоскость рамки образует угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями индукции. Какая работа A совершается при повороте рамки вокруг ее оси на угол $\beta = 30^\circ$? Сила тока в рамке $I = 10$ А.

5.54. В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток $I = 50$ А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $l = 65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Каков магнитный поток Φ_m , пронизывающий рамку?

5.55. Найдите магнитный поток Φ_m , пересекаемый радиусом ab диска (рис. 5.17) за время $t = 1$ мин вращения. Радиус диска $R = 10$ см. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл. Диск вращается с частотой $\nu = 5,3$ с⁻¹.

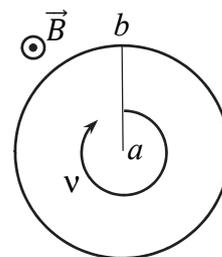


Рис. 5.17

5.56. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна линиям напряженности магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 150$ кА/м. По контуру течет ток $I = 2$ А, радиус контура $R = 2$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi = 90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

5.57. Однородный медный диск массой $m = 0,35$ кг помещен в магнитное поле индукцией $B = 24$ мТл так, что вектор индукции поля перпендикулярен плоскости диска. Когда цепь aba

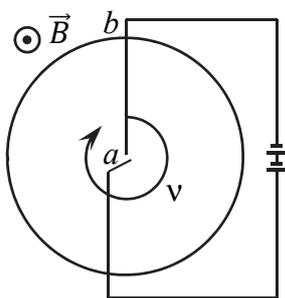


Рис. 5.18

замыкают (рис. 5.18), диск начинает вращаться и через время $t = 30$ с достигает частоты вращения $\nu = 0,5$ с $^{-1}$. Найдите силу тока I в цепи.

5.58. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 60$ мТл находится прямоугольная рамка шириной $a = 5$ см и длиной $b = 8$ см. Она состоит из $N = 200$ витков провода и может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к линиям магнитной индукции. Сила тока в витках $I = 0,5$ А. Плоскость рамки располагается

перпендикулярно к линиям магнитной индукции B . Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть рамку из этого положения на а) $1/2$ оборота; б) на целый оборот? Силу тока считать неизменной.

5.59. Тороид квадратного сечения содержит $N = 1000$ витков. Наружный диаметр тороида $D = 40$ см, внутренний – $d = 20$ см. Найдите магнитный поток Φ_m через поперечное сечение тороида, если сила тока, протекающего по обмотке, $I = 10$ А.

5.60. По длинному прямому проводнику течет ток. Вблизи проводника расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0,02$ Ом. Проводник лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода соответственно $a_1 = 10$ см, $a_2 = 20$ см. Найдите силу тока I в проводнике, если при его выключении через рамку протек электрический заряд $q = 693$ нКл. Задачу решите, используя формулу для работы сил магнитного поля при перемещении контура с током.

5.61. Магнитный момент соленоида $p_m = 19,9$ А·м 2 . Длина соленоида $l = 50$ см. Определите магнитный поток Φ_m через поперечное сечение соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

5.62. Тонкий медный проводник массой $m = 1$ г согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0,1$ Тл) так, что плоскость его перпендикулярна линиям поля. Определите электрический заряд q , который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию. Удельное сопротивление меди $\rho = 0,17 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, а плотность меди $\rho_m = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м 3 . Задачу решите, используя формулу для работы сил магнитного поля при перемещении контура с током.

5.63. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 1$ Тл, движется равномерно прямой проводник длиной $l = 20$ см, по которому

течет ток силой $I = 2$ А. Скорость проводника $v = 15$ см/с и направлена перпендикулярно вектору индукции. Найдите работу A перемещения проводника за $t = 5$ с.

5.64. Аэростат расположен в атмосфере Земли носовой частью в сторону южного, а хвостовой – северного магнитного полюсов.

Форма аэростата обладает симметрией относительно центральной оси и показана на рис 5.19. Магнитный поток через поверхность 1 $\Phi_{m1} = 12$ мВб. Найдите магнитные потоки Φ_{m2} , Φ_{m3} , Φ_{m4} , Φ_{m5} и Φ_{m6} через элементы обшивки 2, 3, 4, 5 и 6, если величина магнитного потока через элемент 2 вдвое больше величины магнитного потока через элемент 3 и вчетверо меньше величины магнитного потока через элемент 6, а все элементы полностью видны со стороны наблюдателя.

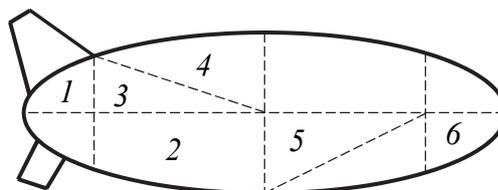


Рис. 5.19

Магнитный поток через элемент 2 вдвое больше величины магнитного потока через элемент 3 и вчетверо меньше величины магнитного потока через элемент 6, а все элементы полностью видны со стороны наблюдателя.

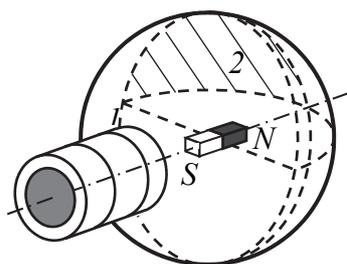


Рис. 5.20

5.65. Лампочка сферической формы находится в вакууме. В центральной ее части размещен постоянный магнит (рис. 5.20), создающий поле, симметричное относительно оси лампочки. Чему равен магнитный поток Φ_{m1} через поверхность 1 (передняя полусфера и поверхность цоколя), если магнитный поток через поверхность 2 (1/4 часть задней полусферы) $\Phi_{m2} = 2$ мкВб?

Сила Лоренца

5.66. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл. Определите частоту обращения ν электрона.

5.67. В однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции влетел электрон с кинетической энергией $K = 4,8 \cdot 10^{-15}$ Дж. Найдите индукцию магнитного поля B , если радиус кривизны траектории движения электрона $R = 5,8$ см.

5.68. Протон разгоняется в электрическом поле с разностью потенциалов $U = 1,5$ кВ из состояния покоя и попадает в однородное магнитное поле перпендикулярно к линиям магнитной индукции.

В магнитном поле он движется по дуге окружности радиусом $R = 56$ см. Определите напряженность H магнитного поля, если движение происходит в вакууме.

5.69. Электрон разгоняется в вакууме из состояния покоя под действием электрического поля и влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно к линиям магнитной индукции. Определите ускоряющую разность потенциалов U электрического поля и индукцию магнитного поля B , если электрон описывает окружность радиусом $R = 8,0 \cdot 10^{-3}$ м за время $t = 6$ нс.

5.70. Протон движется в однородном магнитном поле с напряженностью $H = 100$ А/см в плоскости, перпендикулярной к линиям напряженности магнитного поля. Определите радиус R траектории движения протона, если оно происходит в вакууме со скоростью $v = 1,2 \cdot 10^3$ м/с. Чему равен период T обращения протона в магнитном поле?

5.71. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400$ В, влетел в перпендикулярное его скорости магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Определите радиус кривизны траектории R , частоту обращения электрона ν , период T и угловую скорость ω .

5.72. Протон и α -частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в перпендикулярное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории α -частицы больше радиуса кривизны R_2 траектории протона?

5.73. Протон и α -частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Как отличаются радиусы окружностей, по которым движутся частицы, если у них одинаковые энергии?

5.74. Два иона с равными зарядами и кинетическими энергиями влетели в однородное магнитное поле. Первый ион описал дугу радиусом $R_1 = 3$ см, а второй $R_2 = 1,5$ см. Найдите отношение масс m_1 / m_2 ионов.

5.75. Найдите кинетическую энергию протона K (в электроновольтах), движущегося по дуге радиусом $R = 2 \cdot 10^{-2}$ м в поле с индукцией $B = 0,2$ Тл.

5.76. Электроны, ускоренные разностью потенциалов $U = 18$ кВ, пролетают перпендикулярное магнитное поле с индукцией $B = 6,5 \cdot 10^{-3}$ Тл. Толщина области поля $d = 5$ см. Определите угол β отклонения электронов от первоначального направления.

5.77. В магнитное поле с индукцией $B = 0,8$ Тл влетает протон со скоростью $v = 5 \cdot 10^5$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям индукции.

Найдите силу F , действующую на протон, радиус R и шаг винтовой линии h , период обращения T .

5.78. Электрон движется в однородном магнитном поле с напряженностью $H = 75$ А/м так, что его скорость составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением поля. Определите радиус R витков траектории электрона и расстояние l , пройденное им вдоль линий магнитной индукции за три витка, если скорость электрона $v = 2,5 \cdot 10^6$ м/с.

5.79. Электрон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 45^\circ$ к линиям магнитной индукции и движется по винтовой линии с шагом $h = 20$ мм. Магнитная индукция поля $B = 1 \cdot 10^{-2}$ Тл. Определите импульс p частицы.

5.80. Протон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,4$ Тл под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению вектора \vec{B} и движется по винтовой линии радиуса $R = 0,5$ см. Найдите кинетическую энергию протона K .

5.81. Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью $v = 400$ км/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к вектору магнитной индукции \vec{B} , модуль которого $B = 1 \cdot 10^{-3}$ Тл. Сколько витков N опишет электрон вдоль магнитного поля на расстоянии $r = 2$ м?

5.82. Заряженная частица влетела в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 80^\circ$ к линиям магнитной индукции. Во сколько раз шаг винтовой линии h больше ее радиуса R ?

5.83. Протон со скоростью $v = 10^4$ м/с влетает в магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл под углом $\alpha = 60^\circ$ к линиям магнитной индукции. Определите путь S , пройденный протоном вдоль траектории, перемещение Δr за $t = 10$ мкс и число оборотов N за это время.

5.84. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 100$ В, влетает в магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям магнитной индукции и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля $B = 1,3 \cdot 10^{-2}$ Тл. Найдите радиус витка R , период обращения T и путь S , пройденный электроном за $t = 0,1$ мкс.

Движение заряженных частиц в магнитном и электрическом полях

5.85. Однородные электрическое и магнитное поля расположены взаимно перпендикулярно. Напряженность электрического поля $E = 5$ кВ/м, а индукция магнитного поля $B = 1$ мТл. Какими

должны быть направление и величина скорости v электрона, чтобы траектория движения его оказалась прямолинейной?

5.86. Однородное электрическое поле с напряженностью $E = 50$ В/см перпендикулярно к однородному магнитному полю с индукцией $B = 2$ мТл. Протон влетает в эти поля перпендикулярно к векторам \vec{E} и \vec{B} . При какой скорости v протоны будут двигаться прямолинейно? Сделайте рисунок к задаче.

5.87. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 800$ В, влетает в однородные, скрещенные под прямым углом магнитное и электрическое поля. Определите напряженность E электрического поля, если протон движется в скрещенных полях прямолинейно. Индукция магнитного поля $B = 30$ мТл.

5.88. Электрон влетает в область пространства, занятую сонаправленными электрическим и магнитным полями, перпендикулярно силовым линиям этих полей со скоростью $v = 10^5$ м/с. Напряженность электрического поля $E = 400$ В/м, индукция магнитного поля $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл. Определите ускорение a электрона в начальный момент времени.

5.89. Электрон со скоростью $v = 6,28 \cdot 10^5$ м/с влетает под углом $\alpha = 60^\circ$ к линиям индукции магнитного поля и напряженности электрического поля. Электрическое и магнитное поля однородны и параллельны друг другу. Сколько оборотов N сделает частица до момента начала движения в обратном направлении, если напряженность электрического поля $E = 500$ В/м, а индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл?

Эффект Холла

5.90. Через поперечное сечение медной пластинки шириной $a = 1$ мм и толщиной $b = 10$ мм пропускается ток силой $I = 25$ А. При помещении пластинки в магнитное поле, перпендикулярное к ребру b и направлению протекания тока, возникает холловская разность потенциалов $\Delta\varphi_x = 9,0$ мкВ. Индукция магнитного поля $B = 0,5$ Тл. Найдите концентрацию n электронов проводимости в меди и среднюю скорость $\langle u \rangle$ их упорядоченного движения (скорость дрейфа) при этих условиях.

5.91. Алюминиевая пластинка помещена в магнитное поле с индукцией $B = 1,5$ Тл, перпендикулярное к ребру b . Через поперечное сечение пластинки пропускают ток силой $I = 15$ А. Направление

тока перпендикулярно вектору магнитной индукции. Найдите возникающую при этом холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi_x$. Толщина пластинки $a = 1$ мм. Концентрацию электронов проводимости считать равной концентрации атомов.

5.92. Пластинка полупроводника толщиной $a = 0,2$ мм помещена в магнитное поле, перпендикулярное к пластинке. Удельное сопротивление полупроводника $\rho = 10$ мкОм·м. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Перпендикулярно к направлению поля вдоль пластинки пропускается ток силой $I = 0,1$ А. При этом возникает холловская разность потенциалов $\Delta\varphi_x = 3,25$ мВ. Найдите постоянную Холла R для этого полупроводника.

5.93. Через сечение медной пластинки толщиной $a = 0,2$ мм пропускается ток силой $I = 10$ А. Пластинка с током помещается в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл, перпендикулярное направлению тока и ребру пластинки. Определите возникающую в пластинке поперечную (холловскую) разность потенциалов $\Delta\varphi_x$, если концентрация n свободных электронов равна концентрации атомов в проводнике.

5.94. Индукцию магнитного поля измеряют холловским датчиком. Датчик, длина которого $l = 15$ мм, а толщина $b = 5$ мм, изготовлен из материала, для которого постоянная Холла $R = 3,0 \cdot 10^{-11}$ м³/Кл и удельное сопротивление $\rho = 3 \cdot 10^{-7}$ Ом·м. Какую минимальную величину магнитной индукции B можно измерить, используя такой датчик, если на датчик подается напряжение $U = 200$ В. Регистрирующий усилитель постоянного тока позволяет измерять минимальное значение напряжения $\Delta\varphi = 1$ мкВ.

5.95. Определите удельную электропроводность σ материала, используя эффект Холла. Толщина образца $b = 3$ мм, ширина $a = 10$ мм, длина $l = 15$ мм. К образцу приложено напряжение 100 В. Магнитная индукция внешнего магнитного поля $B = 0,5$ Тл, холловская разность потенциалов $\Delta\varphi_x = 0,1$ В. Постоянная Холла для образца $R = 1,3 \cdot 10^{-8}$ м³/Кл.

5.96. Медная пластина толщиной $b = 1$ мм, шириной $a = 5$ мм и длиной $l = 5$ мм помещена в магнитное поле с магнитной индукцией $B = 1$ Тл. Магнитное поле перпендикулярно ребру b . Холловская разность потенциалов составила $\Delta\varphi_x = 6$ мВ. Постоянная Холла для меди $R = 5,3 \cdot 10^{-11}$ м³/Кл. Определите удельное сопротивление ρ меди, если на пластину подано напряжение $U = 32$ В.

§ 6. Магнитное поле в веществе

Основные формулы и законы

1. Вектор намагничивания:

$$\vec{J} = \lim_{V \rightarrow 0} \left(\frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{mi} \right), \quad (6.1)$$

где $\Delta \vec{p}_{mi}$ – магнитный момент i -й частицы; n – число частиц в объеме V вещества.

2. Намагниченность в изотропном магнетике в несильных полях:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (6.2)$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества; H – напряженность магнитного поля.

Для пара- и диамагнитных веществ при не слишком сильных полях χ не зависит от H .

3. Удельная магнитная восприимчивость:

$$\chi_{уд} = \frac{\chi}{\rho}, \quad (6.3)$$

где ρ – плотность вещества.

4. Молярная магнитная восприимчивость:

$$\chi_M = \frac{\chi}{\rho} M = \chi_{уд} M, \quad (6.4)$$

где M – молярная масса.

5. Связь магнитной индукции B , напряженности H и намагниченности J в изотропном магнетике:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \vec{H} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{H}), \quad (6.5)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

6. Связь магнитной индукции B с напряженностью H магнитного поля в случае однородной изотропной среды:

$$\vec{B} = \mu_0 (\chi + 1) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (6.6)$$

где $\mu = 1 + \chi$ – магнитная проницаемость вещества.

Зависимость индукции B поля в ферромагнетике от напряженности H намагничивающего поля определяется графиком, который называется *основной кривой намагничивания* (рис. 6.1).

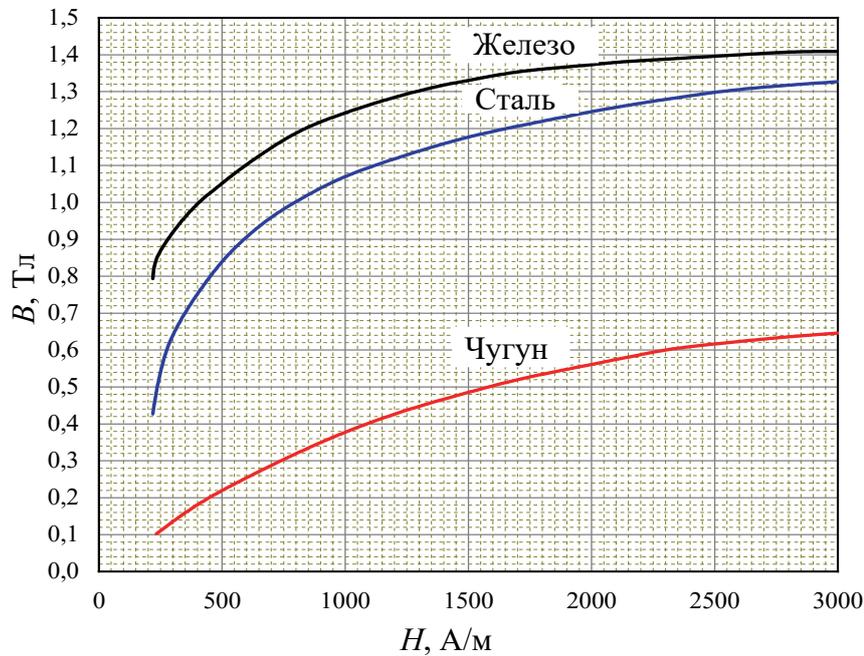


Рис. 6.1

Для расчета магнитной проницаемости в ферромагнетике по формуле $\mu = B / (\mu_0 H)$ необходимо использовать график зависимости $B = f(H)$ (рис. 6.1).

7. Закон полного тока для магнитного поля в любой среде:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^N I_i, \quad (6.7)$$

где $\oint_L \vec{H} d\vec{l}$ — циркуляция вектора напряженности магнитного поля;

$\sum_{i=1}^N I_i$ — алгебраическая сумма N сил токов проводимости, охватываемых контуром L .

8. Магнетон Бора:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}, \quad (6.8)$$

где e — элементарный заряд; $\hbar = h / (2\pi) = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка; m_e — масса электрона.

9. Магнитная восприимчивость парамагнитного вещества:

$$\chi_m = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3kT}, \quad (6.9)$$

где n – концентрация молекул (число молекул в единице объема); p_m – магнитный момент молекулы; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Примеры решения задач

Пример 1. По круговому проводящему контуру радиусом $R = 0,3$ м, погруженному в жидкий кислород, течет ток $I = 2$ А. Магнитная восприимчивость жидкого кислорода $\chi = 3,4 \cdot 10^{-3}$, а его плотность $\rho = 1140$ кг/м³. Определите намагниченность в центре этого контура и удельную магнитную восприимчивость жидкого кислорода.

Решение. Воспользуемся формулой (6.2) намагниченности в изотропном магнетике:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (6.10)$$

Напряженность магнитного поля в центре кругового, проводящего контура

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (6.11)$$

Тогда, подставляя (6.11) в (6.10), намагниченность в центре этого контура равна

$$J = \chi \frac{I}{2R}. \quad (6.12)$$

Подставив в (6.12) численные данные из условия задачи, получим

$$J = 3,4 \cdot 10^{-3} \frac{2}{2 \cdot 0,3} = 11,3 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}. \quad (6.13)$$

Удельную магнитную восприимчивость рассчитаем по формуле (6.3) и подставив численные данные из условия задачи, получим

$$\chi_{\text{уд}} = \frac{\chi}{\rho} = \frac{3,4 \cdot 10^{-3}}{1140} = 2,98 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{кг}. \quad (6.14)$$

Пример 2. Замкнутый тороид имеет $N = 250$ витков тонкого провода, намотанного в один слой на ферромагнитный сердечник, изготовленный из стали. Средний диаметр тороида $D = 20$ см. Определите напряженность и индукцию магнитного поля внутри тороида, магнитную проницаемость ферромагнетика, из которого изготовлен сердечник, а также намагниченность при значениях силы тока в обмотке тороида $I_1 = 1$ А и $I_2 = 5$ А.

Решение. Воспользуемся законом полного тока для магнитного поля (6.8) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^k I_i$. В качестве замкнутого контура выберем окружность, совпадающую со средней осевой линией тороида. Длина контура равна $L = \pi D$. Тогда $H\pi D = NI$, откуда

$$H = \frac{NI}{\pi D}. \quad (6.15)$$

Подставив значения силы тока и рассчитав, получим

$$H_1 = \frac{250 \cdot 1}{3,14 \cdot 0,2} = 398 \text{ А/м}; \quad H_2 = \frac{250 \cdot 5}{3,14 \cdot 0,2} = 1991 \text{ А/м}. \quad (6.16)$$

Затем, используя график зависимости $B = f(H)$ для стали (рис. 6.1), определяем магнитные индукции:

$$B_1 = 0,74 \text{ Тл}; \quad B_2 = 1,24 \text{ Тл}. \quad (6.17)$$

Для нахождения магнитной проницаемости ферромагнетика, из которого изготовлен сердечник тороида, воспользуемся формулой (6.6):

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (6.18)$$

Подставляя данные (6.16) и (6.17) в (6.18), получим

$$\mu_1 = \frac{B_1}{\mu_0 H_1} = \frac{0,74}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 398} = 1480;$$

$$\mu_2 = \frac{B_2}{\mu_0 H_2} = \frac{1,24}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1991} = 496.$$

Учитывая формулу (6.5), намагниченность ферромагнетика будет

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H. \quad (6.19)$$

Подставив в (6.19) численные данные (6.16) и (6.17), получим

$$J_1 = \frac{B_1}{\mu_0} - H_1 = \frac{0,74}{4\pi \cdot 10^{-7}} - 398 = 5,89 \cdot 10^5 \text{ А/м};$$

$$J_2 = \frac{B_2}{\mu_0} - H_2 = \frac{1,24}{4\pi \cdot 10^{-7}} - 1991 = 9,85 \cdot 10^5 \text{ А/м}.$$

Пример 3. Чугунное кольцо с обмоткой, содержащей N витков, имеет воздушный зазор длиной $a = 2$ мм. Длина средней линии кольца $l = 1,2$ м. Сколько витков N содержит обмотка на кольце, если при силе тока $I = 5$ А индукция магнитного поля в воздушном зазоре равна $B = 0,6$ Тл? Рассеянием магнитного потока в воздушном зазоре

можно пренебречь. Явление гистерезиса не учитывать.

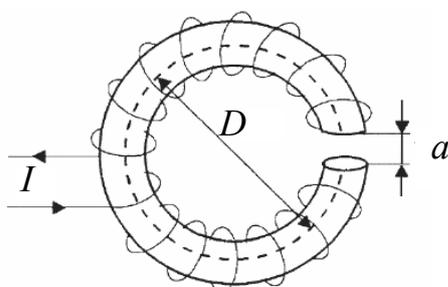


Рис. 6.2

Решение. Для определения напряженности магнитного поля внутри тороида вычислим циркуляцию вектора H вдоль линий магнитной индукции поля тороида, которые представляют собой окружности (рис. 6.2).

Напряженности магнитного поля одинаковы во всех точках этой линии. Поэтому в выражении циркуляции напряженность H можно вынести за знак интеграла.

На основании закона полного тока (6.8) запишем

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L (H_1 + H_2) dl = NI, \quad (6.20)$$

где H_1 – напряженность магнитного поля в чугуне; H_2 – напряженность поля в воздушном зазоре.

После интегрирования получим

$$H_1 l + H_2 a = NI. \quad (6.21)$$

По графику зависимости $B = f(H)$ (рис. 6.1) находим, что при $B = 0,6$ Тл напряженность магнитного поля в чугуне равна $H_1 = 2325$ А/м. Так как для воздуха $\mu = 1$, то напряженность поля в воздушном зазоре, как следует из формулы (6.6), равна

$$H_2 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,6}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,48 \cdot 10^6 \text{ А/м}.$$

Искомое число витков найдем из (6.21):

$$N = \frac{H_1 l + H_2 a}{I}. \quad (6.22)$$

Подставив в (6.22) численные данные из условия задачи и значения напряженности магнитного поля H_1 , H_2 , число витков обмотки будет

$$N = \frac{2325 \cdot 1,2 + 0,48 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{5} = 750.$$

Задачи

6.1. В магнитном поле с индукцией $B = 20$ мТл помещен шарик из висмута диаметром $D = 10$ мм. Магнитная восприимчивость висмута $\chi = -1,6 \cdot 10^{-4}$. Каков магнитный момент шарика? Куда он направлен?

6.2. Определите намагниченность J тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора $p_m = \mu_B$ и концентрация атомов $n = 5,6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

6.3. Магнитная восприимчивость алюминия $\chi = 2,2 \cdot 10^{-5}$. Вычислите намагниченность J , удельную намагниченность $J_{уд}$ и молярную намагниченность J_M алюминия в магнитном поле напряженностью $H = 100$ кА/м. Плотность алюминия $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

6.4. Удельная магнитная восприимчивость кремния $\chi_{уд} = -1,60 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$. Плотность кремния $\rho = 2,33 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определите магнитную проницаемость кремния и его намагниченность при внесении в магнитное поле напряженностью $H = 100$ кА/м. К какому типу магнетиков относится кремний?

6.5. Определите магнитную восприимчивость χ и молярную магнитную восприимчивость χ_M платины, если удельная магнитная восприимчивость $\chi_{уд} = 1,30 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$. Плотность платины $\rho = 2,15 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$.

6.6. Магнитная восприимчивость алюминия $\chi = 2,20 \cdot 10^{-5}$. Определите его удельную магнитную $\chi_{уд}$ и молярную χ_M восприимчивости. Плотность алюминия $\rho = 2,70 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

6.7. Пользуясь графиком $B = f(H)$ (рис. 6.1), найдите значение магнитной проницаемости стали и чугуна при напряженностях магнитного поля: 500 А/м; 1000 А/м; 1500 А/м; 2000 А/м; 2500 А/м;

3000 А/м. Постройте графики зависимости $\mu = f(H)$ магнитной проницаемости от напряженности поля для этих материалов.

6.8. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью $H = 10$ кА/м. Индукция поля $B = 1,5$ Тл. Определите при этих условиях: 1) магнитную проницаемость; 2) магнитную восприимчивость; 3) намагниченность железа.

6.9. Напряженность магнитного поля в меди $H = 1 \cdot 10^6$ А/м. Определите намагниченность J меди и магнитную индукцию B , если известно, что удельная магнитная восприимчивость меди $\chi_{уд} = -1,10 \cdot 10^{-9}$ м³/кг, а ее плотность $\rho = 8,94 \cdot 10^3$ кг/м³.

6.10. Напряженность однородного магнитного поля в платине $H = 5$ А/м. Определите магнитную индукцию поля, обусловленную намагничиванием, если магнитная восприимчивость платины $\chi = 3,6 \cdot 10^{-4}$.

6.11. В однородное магнитное поле вносится длинный вольфрамовый стержень (магнитная проницаемость вольфрама $\mu = 1,0176$). Найдите, какая доля суммарного магнитного поля в этом стержне определяется его намагничиванием.

6.12. Зная, что напряженность однородного магнитного поля в вольфраме $H = 10$ А/м, определите магнитную индукцию поля, обусловленную намагничиванием. Магнитная восприимчивость для вольфрама $\chi = 1,75 \cdot 10^{-4}$.

6.13. По соленоиду течет ток силой $I = 5$ А. Длина соленоида $l = 1$ м, число витков $N = 500$. В соленоид вставлен железный сердечник. Найдите намагниченность сердечника соленоида.

6.14. В железном сердечнике соленоида индукция поля $B = 1,3$ Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определите, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной.

6.15. Брусok объемом $V = 8$ см³, изготовленный из ферромагнитного материала, приобрел в магнитном поле напряженностью $H = 1000$ А/м магнитный момент $p_m = 1,6$ А·м². Определите магнитную проницаемость данного ферромагнетика.

6.16. На железном сердечнике в виде тора со средним радиусом $R = 250$ мм имеется обмотка с общим числом витков $N = 1000$. В сердечнике сделана поперечная прорезь шириной $a = 1,00$ мм. При токе $I = 0,85$ А через обмотку индукция магнитного поля в зазоре $B = 0,75$ Тл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найдите магнитную проницаемость железа в этих условиях.

6.17. Постоянный магнит имеет вид кольца с узким зазором между полюсами. Средний диаметр кольца $D = 20$ см. Ширина зазора $a = 2,0$ мм, индукция магнитного поля в зазоре $B = 40$ мТл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найдите модуль вектора напряженности магнитного поля внутри магнита.

6.18. Обмотка тороида, имеющего стальной сердечник с узким вакуумным зазором, содержит $N = 1000$ витков. По обмотке течет ток $I = 1$ А. При какой длине a вакуумного зазора индукция магнитного поля в нем будет $B = 0,5$ Тл? Длина тороида по средней линии $l = 1$ м.

6.19. На железном сердечнике в виде тора со средним диаметром $D = 70$ мм намотана обмотка с общим числом витков $N = 600$. В сердечнике сделана узкая поперечная прорезь шириной $a = 1,5$ мм. Магнитная проницаемость железа для данных условий $\mu = 500$. Определите при силе тока через обмотку $I = 4$ А: 1) напряженность H магнитного поля в железе; 2) напряженность H_0 магнитного поля в прорези.

6.20. Стальной сердечник тороида, длина которого по средней линии $l = 1$ м, имеет вакуумный зазор длиной $a = 4$ мм. Обмотка содержит $N = 8$ витков на 1 см. При какой силе тока I индукция в зазоре будет $B = 1$ Тл?

6.21. Диаметр тороида без сердечника по средней линии $D = 30$ см. В сечении тороид имеет круг радиусом $r = 5$ см. По обмотке тороида, содержащей $N = 2000$ витков, течет ток $I = 5$ А. Пользуясь законом полного тока, определите максимальное и минимальное значения магнитной индукции B в тороиде.

6.22. Вычислите среднее число $\langle n \rangle$ магнетонов Бора, приходящихся на один атом железа, если при насыщении намагниченность железа $J = 1,84$ МА/м.

6.23. Молекула кислорода имеет магнитный момент $p_m = 2,8\mu_B$ (где μ_B – магнетон Бора). Определите намагниченность J газообразного кислорода при нормальных условиях в магнитном поле, индукция которого $B_0 = 10$ мТл.

6.24. На железное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр кольца $D = 25$ см. Определите магнитную индукцию B в железе и магнитную проницаемость μ железа, если сила тока I в обмотке: 1) 0,5 А; 2) 2,5 А.

6.25. Молекула газообразного оксида азота NO имеет магнитный момент $p_m = 1,8\mu_B$ (где μ_B – магнетон Бора). Определите удельную восприимчивость $\chi_{уд}$ газообразного оксида азота при нормальных условиях

§ 7. Электромагнитная индукция. Энергия магнитного поля

Основные формулы и законы

1. Потокосцепление:

$$\Psi = \sum_{k=1}^N \Phi_{mi} = N\Phi_m, \quad (7.1)$$

где Φ_m – магнитный поток через поверхность контура.

2. Закон Фарадея – Ленца (закон электромагнитной индукции):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N\frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (7.2)$$

где \mathcal{E}_i – электродвижущая сила индукции; N – число витков контура; Ψ – потокосцепление.

3. Разность потенциалов на концах движущегося проводника:

$$\Delta\varphi = Blv \sin \alpha, \quad (7.3)$$

где B – индукция однородного магнитного поля; l – длина проводника; v – скорость движения проводника; α – угол между направлениями векторов скорости \vec{v} и магнитной индукции \vec{B} .

4. Сила индукционного тока в замкнутом проводящем контуре:

$$I_i = -\frac{1}{R} \frac{d\Psi_m}{dt} = -\frac{N}{R} \frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (7.4)$$

где R – сопротивление контура.

5. Электрический заряд, индуцируемый в контуре:

$$q = -\frac{\Delta\Psi_m}{R} = -\frac{N}{R} \Delta\Phi_m, \quad (7.5)$$

где $\Delta\Phi_m$ – изменение магнитного потока.

6. Индуктивность замкнутого проводящего контура:

$$L = \frac{\Psi_c}{I}, \quad (7.6)$$

где Ψ_c – собственное потокосцепление контура; I – сила тока в контуре.

7. Индуктивность длинного соленоида (тороида):

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (7.7)$$

где N – количество витков соленоида (тороида); l – длина соленоида; S – площадь поперечного сечения соленоида; $n = N/l$ – число витков на единицу длины; $V = lS$ – объем соленоида.

8. Электродвижущая сила самоиндукции:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}, \quad \text{или} \quad \langle \mathcal{E}_{si} \rangle = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (7.8)$$

где L – индуктивность контура; I – сила тока в контуре.

9. Энергия магнитного поля катушки:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (7.9)$$

10. Энергия магнитного поля:

$$W_m = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 V I^2 = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 V = \frac{1}{2} HB V = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 V. \quad (7.10)$$

11. Объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w_m = \frac{dW_m}{dV} = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 = \frac{1}{2} HB = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2. \quad (7.11)$$

12. Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей активным сопротивлением R и индуктивностью L :

1) при включении источника тока

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (7.12)$$

где \mathcal{E} – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;

2) при отключении источника тока

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}, \quad (7.13)$$

где I_0 – сила тока в цепи в момент отключения источника (при $t = 0$ с); t – промежуток времени после отключения источника.

13. ЭДС при взаимной индукции: для двух близко расположенных контуров при изменении тока I в одном контуре во втором контуре возникает ЭДС:

$$\mathcal{E} = L_{12} \frac{dI}{dt}, \quad (7.14)$$

где L_{12} – взаимная индуктивность контуров.

14. Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на один сердечник:

$$L_{12} = \mu_0 \mu N_1 N_2 \frac{S}{l}, \quad (7.15)$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника длиной l и площадью поперечного сечения S ; N_1 и N_2 – число витков в первой и второй катушках.

15. Коэффициент трансформации:

$$k = \frac{N_1}{N_2}, \quad (7.16)$$

где N_1 – число витков в первичной обмотке трансформатора; N_2 – число витков во вторичной обмотке трансформатора.

16. Режимы работы трансформатора:

а) холостой ход трансформатора. Холостым ходом трансформатора называется режим с разомкнутой вторичной обмоткой. В этом случае

$$k = \frac{U_1}{U_2}, \quad (7.17)$$

где U_1 – действующее значение напряжения в первичной обмотке трансформатора; U_2 – действующее значение напряжения во вторичной обмотке трансформатора.

б) рабочий ход трансформатора. Рабочим ходом трансформатора называется режим, при котором во вторичную обмотку включена нагрузка с некоторым сопротивлением. В этом случае

$$k = \frac{U_1}{U_2 + I_2 r}, \quad (7.18)$$

где I_2 – действующее значение силы тока, текущего во вторичной обмотке; r – сопротивление вторичной обмотки.

17. КПД трансформатора:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}, \quad (7.19)$$

где P_1 – мощность, потребляемая первичной обмоткой; P_2 – мощность, выделяемая во вторичной обмотке.

Так как потери мощности в трансформаторе незначительны, то

$$U_1 I_1 \approx U_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} \approx \frac{U_2}{U_1}, \quad (7.20)$$

где I_1 и I_2 – действующие значения силы тока в первичной и вторичной обмотках.

Примеры решения задач

Пример 1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно с частотой $\nu = 300$ об/мин вращается плоская катушка, которая имеет $N = 1000$ витков проволоки с сопротивлением R . Средняя площадь одного витка $S = 30$ см². Ось вращения катушки лежит в ее плоскости и перпендикулярна к линии индукции. Определите максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{i\max}$, которая возникает в рамке.

Решение. Воспользуемся законом электромагнитной индукции (7.1) $\mathcal{E}_i = -Nd\Phi / dt$. При вращении рамки магнитный поток Φ , пронизывающий рамку в момент времени t , изменяется по закону $\Phi = BS \cos(\omega t)$, продифференцировав который, получаем

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi_m}{dt} = -N \frac{d(BS \cos(\omega t))}{dt} = N\omega BS \sin(\omega t). \quad (7.21)$$

Круговая частота ω связана с частотой ν вращения соотношением $\omega = 2\pi\nu$. Подставив выражение ω в формулу (7.21), получим

$$\mathcal{E}_i = 2\pi\nu NBS \sin(2\pi\nu t). \quad (7.22)$$

ЭДС индукции $\mathcal{E}_{i\max}$ будет максимальной, когда $\sin(\omega t) = 1$.

Тогда

$$\mathcal{E}_{i\max} = 2\pi\nu NBS. \quad (7.23)$$

Подставив в (7.23) численные данные из условия задачи, получим

$$\mathcal{E}_{i\max} = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 1000 \cdot 0,1 \cdot 30 \cdot 10^{-4} = 9,42 \text{ В.}$$

Пример 2. На картонный каркас длиной $l = 0,8$ м и диаметром $D = 4$ см намотан в один слой провод диаметром $d = 0,25$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислите индуктивность L получившегося соленоида. Определите энергию W_m магнитного поля внутри соленоида, если сила тока в проводе $I = 0,5$ А.

Решение. Для вычисления индуктивности L соленоида воспользуемся формулой (7.7):

$$L = \mu\mu_0 N^2 \frac{S}{l}. \quad (7.24)$$

В нашем случае $\mu = 1$.

Площадь витка соленоида $S = \pi D^2 / 4$, а число витков соленоида с учетом того, что витки плотно прилегают друг к другу, $N = l / d$. После подстановки N и S в (7.24) получим

$$L = \mu\mu_0 \left(\frac{l}{d} \right)^2 \frac{\pi D^2}{4l} = \mu\mu_0 \frac{\pi l D^2}{4d^2}. \quad (7.25)$$

Подставив в (7.25) численные данные из условия задачи в единицах СИ, получим

$$L = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{3,14 \cdot 0,8 \cdot 0,04^2}{4 \cdot (0,25 \cdot 10^{-3})^2} = 0,02 \text{ Гн.}$$

Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L выражается формулой (7.9): $W_m = LI^2 / 2$, подставив в которую численные данные, получим

$$W_m = \frac{0,02 \cdot 0,5^2}{2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Пример 3. Обмотка соленоида состоит из слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода. Диаметр провода $d = 0,2$ мм, удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, диаметр соленоида $D = 5$ см. По соленоиду течет ток $I_0 = 1$ А. Определите, какое количество электричества протечет через обмотку, если ее замкнуть накоротко. Толщиной изоляции провода пренебречь.

Решение. Количество электричества, т. е. заряд dq , который протекает через поперечное сечение проводника за время dt при силе тока I , определяется равенством $dq = Idt$.

Общее количество электричества q , протекающее через проводник за время t , будет

$$q = \int_0^t I dt. \quad (7.26)$$

Замыкание обмотки накоротко означает, что источник тока в цепи отключается, поэтому сила тока убывает экспоненциально со временем и выражается формулой (7.13):

$$I = I_0 e^{-Rt/L}. \quad (7.27)$$

Подставив выражение (7.27) в выражение (7.26) и интегрируя по времени от 0 до ∞ (при $t \rightarrow \infty$, $I \rightarrow 0$), получим

$$q = \int_0^{\infty} I_0 e^{-Rt/L} dt = I_0 \int_0^{\infty} e^{-Rt/L} dt = I_0 \left(-\frac{L}{R} \right) e^{-Rt/L} \Big|_0^{\infty} = I_0 \frac{L}{R}. \quad (7.28)$$

Индуктивность L соленоида и сопротивление R обмотки соленоида выражаются формулами

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l_1} S_1 = \frac{\mu_0 \mu \pi D^2 N^2}{4l_1}, \quad R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}, \quad (7.29)$$

где l_1 и S_1 – длина и площадь поперечного сечения соленоида; l и S – длина провода обмотки соленоида и площадь поперечного сечения провода.

Подставив выражения (7.29) в формулу (7.28), получим

$$q = I_0 \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 \mu \pi D^2 N^2}{4l_1 \cdot 4\rho l} \pi d^2 I_0. \quad (7.30)$$

Длину провода l можно выразить через диаметр D соленоида, а диаметр провода d – через длину соленоида l_1 :

$$l = \pi D N, \quad l_1 = N d. \quad (7.31)$$

Подставляя формулы (7.31) в выражение (7.30), получим

$$q = \frac{\pi \mu_0 \mu}{16\rho} d D I_0. \quad (7.32)$$

Подставив в (7.32) численные данные из условия задачи в единицах СИ, получим

$$q = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{16 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 1 = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Пример 4. Железный сердечник в форме тора с квадратным сечением имеет обмотку с числом витков $N = 1000$. Внутренний радиус тора $a = 0,2$ м, внешний $b = 0,25$ м. Определите энергию магнитного поля в сердечнике, когда по обмотке течет ток силой $I = 1,3$ А. Магнитное поле в пределах сечения тора считать однородным.

Решение. Энергию магнитного поля в сердечнике определим по формуле (7.9) $W_m = LI^2 / 2$, а индуктивность тороида по формуле (7.7): $L = \mu\mu_0(N^2 / l)S$.

Площадь поперечного сечения тора $S = (b - a)^2$, а радиус средней линии $r = (a + b) / 2$.

Тогда длина средней линии тороида

$$l = 2\pi r = 2\pi \frac{a+b}{2} = \pi(a+b). \quad (7.33)$$

Для определения магнитной проницаемости воспользуемся формулой (6.6): $B = \mu\mu_0 H$, где напряженность H магнитного поля средней линии тороида

$$H = nI = \frac{N}{l} I = \frac{NI}{\pi(a+b)}. \quad (7.34)$$

Здесь n – число витков тороида, приходящихся на единицу его длины.

Подставив в (7.34) численные данные из условия задачи, получим

$$H = \frac{1000 \cdot 1,3}{3,14(0,2 + 0,25)} = 920 \text{ А/м.}$$

По графику зависимости $B = f(H)$ (рис. 6.1) находим, что при $H = 920$ А/м индукция магнитного поля в железе $B = 1,23$ Тл.

Тогда из формулы (6.6) $\mu\mu_0 = B / H$ и индуктивность тороида будет

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S = \frac{B}{H} \frac{N^2}{l} S. \quad (7.35)$$

Подставляя в формулу (7.35) площадь поперечного сечения и длину средней линии тороида, получим

$$L = \frac{B}{H} \frac{N^2}{\pi(a+b)} (b-a)^2. \quad (7.36)$$

Тогда подставляя (7.36) в формулу (7.9), энергия магнитного поля в тороиде

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{B}{H} \frac{N^2}{\pi(a+b)} (b-a)^2 I^2. \quad (7.37)$$

Подставив в формулу (7.37) численные данные из условия задачи и найденные значения B и H , получим

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{1,23}{920} \frac{1000^2}{3,14(0,2+0,25)} (0,25-0,2)^2 1,3^2 = 2,0 \text{ Дж.}$$

Пример 5. Два соленоида ($L_1 = 0,06$ Гн, $L_2 = 0,24$ Гн) одинаковой длины и практически равных сечений вставлены один в другой. Определите взаимную индуктивность соленоидов L_{12} .

Решение. Взаимная индуктивность соленоидов определяется формулой (7.15):

$$L_{12} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l}, \quad (7.38)$$

где N_1 и N_2 – число витков в первом и втором соленоиде; S – площадь поперечного сечения соленоида; l – длина соленоида.

Индуктивность каждого соленоида определяются формулой (7.7):

$$L_1 = \mu_0 \mu N_1^2 \frac{S}{l} \text{ и } L_2 = \mu_0 \mu N_2^2 \frac{S}{l}. \quad (7.39)$$

Выразим число витков N_1 и N_2 из (7.39)

$$N_1 = \sqrt{\frac{L_1 l}{\mu_0 S}} \text{ и } N_2 = \sqrt{\frac{L_2 l}{\mu_0 S}} \quad (7.40)$$

и подставим в (7.38):

$$L_{12} = \mu_0 \sqrt{\frac{L_1 l}{\mu_0 S}} \sqrt{\frac{L_2 l}{\mu_0 S}} \frac{S}{l} = \sqrt{L_1 L_2}. \quad (7.41)$$

Взаимная индукция двух соленоидов будет

$$L_{12} = \sqrt{0,06 \cdot 0,24} = 0,12 \text{ Гн.}$$

Пример 6. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации $k = 20$ включен в сеть напряжением $U_1 = 220$ В. Каково

напряжение U_2 на выходе трансформатора, если сопротивление вторичной обмотки $r = 0,3$ Ом, а сопротивление полезной нагрузки $R = 3$ Ом?

Решение. В случае рабочего хода трансформатора (во вторичную обмотку включена нагрузка с сопротивлением R) коэффициент трансформации

$$k = \frac{U_1}{U_2 + I_2 r}, \quad (7.42)$$

где I_2 – действующее значение силы тока, текущего во вторичной обмотке; r – сопротивление вторичной обмотки.

Согласно закону Ома (4.5)

$$I_2 = \frac{U_2}{R}. \quad (7.43)$$

Подставим выражение (7.43) в (7.42) и выразим U_2 :

$$k = \frac{U_1}{U_2 + \frac{U_2}{R} r} \Rightarrow k = \frac{U_1}{U_2 \left(1 + \frac{r}{R}\right)} \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{k \left(1 + \frac{r}{R}\right)}. \quad (7.44)$$

Напряжение U_2 на выходе трансформатора

$$U_2 = \frac{220}{20 \left(1 + \frac{0,3}{3}\right)} = 10 \text{ В.}$$

Задачи

Закон Фарадея – Ленца. Явление самоиндукции.

Индуктивность. Энергия и плотность энергии магнитного поля

7.1. Индукция магнитного поля между полюсами двухполюсного генератора $B = 0,5$ Тл. Ротор имеет $N = 200$ витков площадью $S = 265 \text{ см}^2$. Сколько оборотов в секунду делает ротор, если максимальное значение ЭДС индукции $\mathcal{E}_{i \max} = 200$ В?

7.2. Рамка площадью $S = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ имеет $N = 200$ витков и вращается с постоянной угловой скоростью в магнитном поле с индукцией $B = 1,5 \cdot 10^{-2}$ Тл. Ось рамки перпендикулярна к линиям магнитной

индукции. Найдите период T вращения рамки, если максимальная ЭДС индукции в рамке $\mathcal{E}_{i\max} = 18$ В.

7.3. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл, вращается стержень длиной $l = 1,5$ м с постоянной угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна линиям индукции магнитного поля. Найдите ЭДС индукции \mathcal{E}_i , возникающую в стержне.

7.4. Соленоид диаметром $D = 1$ см и длиной $l = 30$ см имеет $N = 1000$ витков. Сила тока в нем равномерно возрастает на $\Delta I = 0,4$ А за $\Delta t = 1$ с. На соленоид надето кольцо из медной проволоки, имеющей площадь поперечного сечения $S_k = 80$ мм². Найдите силу индукционного тока I_i , возникающего в кольце. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

7.5. Медное кольцо помещено в магнитное поле так, что его плоскость перпендикулярна линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $D = 25$ см, диаметр провода кольца $d = 3$ мм. Определите скорость изменения магнитной индукции dB/dt поля, если в кольце возникает индукционный ток силой $I_i = 5$ А. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

7.6. Рамка площадью $S = 50$ см² содержит $N = 800$ витков провода сопротивлением $R = 6$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $R_1 = 15$ Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,2$ Тл), делая $\nu = 10$ об/с. Чему равно максимальное значение мощности P_{\max} переменного тока в цепи?

7.7. Проволочная рамка, содержащая $N = 40$ витков, охватывает площадь $S = 240$ см². Вокруг нее создается однородное магнитное поле, перпендикулярное к ее плоскости. При повороте рамки на $1/6$ оборота за $t = 0,15$ с в ней наводится ЭДС индукции, равная 160 мВ. Определите индукцию B магнитного поля.

7.8. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, с частотой $\nu = 10$ с⁻¹. Площадь рамки равна $S = 150$ см². Определите мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки на 30° .

7.9. Проволочное кольцо радиусом $r = 15$ см, лежащее на столе, находится в магнитном поле Земли, вертикальная составляющая индукции магнитного поля которого равна $B = 50$ мкТл. Сопротивление

кольца $R = 5$ Ом. Какое количество электричества q протечет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую?

7.10. Прямой провод длиной $l = 10$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 10$ м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов между концами провода равна $\Delta\phi = 0,8$ В. Вычислите индукцию B магнитного поля.

7.11. Прямой провод длиной $l = 15$ см помещен в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Концы его замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R = 0,9$ Ом. Какая мощность P потребуется для того, чтобы двигать провод перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 25$ м/с?

7.12. С помощью реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке на $\Delta I / \Delta t = 0,1$ А/с. Индуктивность катушки $L = 10$ мГн. Найдите среднее значение возникающей ЭДС самоиндукции $\langle \mathcal{E}_{si} \rangle$.

7.13. Катушка с немагнитным сердечником имеет $N = 1000$ витков провода. Длина катушки $l = 40$ см, а ее площадь поперечного сечения $S = 10$ см². С какой скоростью нужно менять ток в катушке $\Delta I / \Delta t$, чтобы в ней возникла ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si} = 1$ В?

7.14. Через катушку, индуктивность которой $L = 15$ мГн, течет ток, изменяющийся со временем по закону $I = I_{\max} \sin \omega t$, где $I_{\max} = 10$ А, $\omega = 2\pi / T$, $T = 0,05$ с. Найдите зависимость от времени ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}(t)$ и энергии магнитного поля $W_m(t)$ катушки, возникающей в катушке.

7.15. Соленоид содержит $N = 900$ витков. Сечение сердечника $S = 15$ см². По обмотке соленоида течет ток, создающий поле с индукцией $B = 1$ Тл. Найдите среднее значение ЭДС самоиндукции $\langle \mathcal{E}_{si} \rangle$, которая возникнет в соленоиде, если ток уменьшится до нуля за время $\Delta t = 300$ мкс.

7.16. Плоская квадратная катушка со стороной $l = 3$ см, содержащая $N = 100$ витков, помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,54$ Тл. Плоскость катушки перпендикулярна линиям индукции поля. Сопротивление катушки $R = 16$ Ом. Какой силы ток I_i потечет по виткам катушки, если замкнув ее накоротко, выдвигать из магнитного поля с постоянной скоростью $v = 1$ м/с в направлении, перпендикулярном магнитному полю.

7.17. По соленоиду течет ток $I = 2$ А. Магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, $\Phi = 5$ мкВб. Определите индуктивность L соленоида, если он имеет $N = 500$ витков.

7.18. На картонный каркас длиной $l = 50$ см и площадью сечения $S = 4$ см² намотан в один слой провод диаметром $d = 0,2$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Вычислите индуктивность L получившегося соленоида.

7.19. Сколько витков проволоки N диаметром $d = 0,4$ мм с изоляцией ничтожной толщины нужно намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 2$ см, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью $L = 1$ мГн? Витки вплотную прилегают друг к другу.

7.20. Определите индуктивность соленоида длиной $l = 40$ см и сопротивлением $R = 10$ Ом, если обмоткой соленоида является медная проволока массой $m = 1$ кг. Плотность меди $\rho^* = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³, а ее удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

7.21. Индуктивность соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, $L = 1,6$ мГн. Длина соленоида $l = 1$ м, сечение $S = 20$ см². Сколько витков N приходится на каждый сантиметр длины соленоида?

7.22. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N = 550$ витков и индуктивность $L_1 = 15$ мГн. Для увеличения индуктивности катушки до $L_2 = 25$ мГн обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков N оказалось в катушке после перемотки?

7.23. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит $N = 500$ витков. Длина сердечника $l = 50$ см. Как и во сколько раз изменится индуктивность L соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастет от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2,5$ А.

7.24. На стержень из немагнитного материала длиной $l = 50$ см и сечением $S = 2$ см² намотан провод в один слой так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится $N = 20$ витков. Определите энергию W_m магнитного поля внутри соленоида, если сила тока в обмотке $I = 0,5$ А.

7.25. Определите энергию W_m магнитного поля соленоида, имеющего $N = 500$ витков, которые равномерно намотаны на цилиндрический картонный каркас радиусом $r = 20$ мм и длиной $l = 50$ см, если по нему проходит ток $I = 5$ А.

7.26. Соленоид содержит $N = 1000$ витков. Сила тока в обмотке соленоида $I = 2$ А, магнитный поток через поперечное сечение соленоида $\Phi_m = 0,01$ Вб. Вычислите энергию W_m магнитного поля.

7.27. Тороид содержит $N = 20$ витков на $l = 1$ см. Определите объемную плотность энергии w_m в тороиде, если по его обмотке протекает ток $I = 3$ А.

7.28. Железный сердечник в форме тора с квадратным сечением имеет обмотку с числом витков N . Внутренний радиус тора $r_1 = 15$ см, внешний $r_2 = 20$ см. Энергия магнитного поля в сердечнике $W_T = 2,2$ Дж. Определите число витков обмотки тороида, когда по ней течет ток силой $I = 1,6$ А. Магнитное поле в пределах сечения тора считать однородным.

7.29. На железное кольцо (тороид) намотано в один слой $N = 200$ витков. Чему равна энергия W_m магнитного поля, если при токе $I = 2,5$ А магнитный поток в железе $\Phi_m = 0,5$ мВб?

7.30. Тороид с железным сердечником длиной $l = 20$ см имеет воздушный зазор $a = 5$ мм. По обмотке тороида, содержащей $N = 500$ витков, проходит ток $I = 3$ А. Найдите плотность энергии w_m магнитного поля в сердечнике и воздушном зазоре, если при этих условиях магнитная проницаемость сердечника $\mu = 580$. Рассеянием магнитного потока пренебречь.

7.31. Объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида длиной $l = 1$ м и радиусом $r = 2$ см будет $w_m = 0,1$ Дж/м³. Определите силу тока I в соленоиде, если его индуктивность $L = 0,2$ мГн.

7.32. По обмотке длинного соленоида со стальным сердечником течет электрический ток силой $I = 5$ А. Определите объемную плотность энергии w_m магнитного поля в сердечнике, если число витков на один сантиметр длины соленоида $n = 5$ см⁻¹.

7.33. Объемная плотность энергии магнитного поля длинного соленоида (без сердечника) с током $w_{m1} = 0,2$ Дж/м³. Во сколько раз изменится объемная плотность энергии магнитного поля при неизменной силе тока, если в соленоид ввести железный сердечник.

7.34. Найдите плотность энергии w_m магнитного поля в железном сердечнике соленоида, если напряженность намагничивающего поля $H = 1,6$ кА/м. Определите магнитную проницаемость железа при этих условиях.

7.35. Вычислите плотность энергии w_m магнитного поля в стальном сердечнике замкнутого соленоида, если индукция B поля в нем $B = 1,12$ Тл.

7.36. В электрической цепи проходит ток силой $I_0 = 50$ А. Определите силу тока I в этой цепи через $t = 0,01$ с после отключения источника тока без разрыва цепи. Сопротивление цепи $R = 20$ Ом, ее индуктивность $L = 0,1$ Гн.

7.37. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1$ Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до $0,01$ первоначального значения, $t = 0,09$ с. Определите сопротивление R катушки.

7.38. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением $R = 15$ Ом и индуктивностью $L = 1,5$ Гн. Через сколько времени Δt после замыкания сила тока достигнет $0,7$ предельного значения?

7.39 К источнику тока с внутренним сопротивлением $R_1 = 1$ Ом была подключена катушка, индуктивность которой $L = 1,4$ Гн, а сопротивление $R_2 = 9$ Ом. Найдите время Δt , в течение которого ток в катушке, нарастая, достигнет значения, отличающегося от максимального на 2% .

7.40. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 18$ Ом и индуктивностью $L = 0,2$ Гн. Через сколько времени сила тока в цепи достигнет 60% максимального значения?

Взаимоиндукция. Трансформаторы

7.41. На один сердечник намотаны две катушки. Индуктивности катушек в отдельности $L_1 = 0,5$ Гн и $L_2 = 0,7$ Гн. Чему равна взаимная индуктивность L_{12} этих катушек? Рассеянием магнитного поля пренебречь.

7.42. Две катушки намотаны на один сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,12$ Гн, второй $L_2 = 0,32$ Гн. Сопротивление второй катушки $R_2 = 35$ Ом. Определите силу тока I_2 во второй катушке, если за время $\Delta t = 0,01$ с сила тока в первой катушке уменьшилась от $0,5$ А до $0,25$ А.

7.43. Две катушки намотаны на один сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,12$ Гн и в ней течет ток силой $I_1 = 2$ А, второй – $L_2 = 3$ Гн. Сопротивление второй катушки $R_2 = 100$ Ом. Определите силу тока I_2 во второй катушке, если сила тока в первой катушке за время $\Delta t = 0,01$ с уменьшилась до нуля.

7.44. Два витка проволоки расположены близко друг к другу. По первому витку течет ток $I_1 = 10,0$ А, в цепь второго включен баллистический гальванометр. Полное сопротивление второй цепи $R = 5,0$ Ом. Чему равна взаимная индуктивность L_{12} витков, если при выключении тока I через гальванометр проходит заряд $q = 1,0$ мкКл?

7.45. На длинный соленоид, имеющий n витков на единицу длины и площадь поперечного сечения S , намотана катушка из N витков. Найдите взаимную индуктивность L_{12} катушки и соленоида. Магнитная проницаемость сердечника соленоида равна μ .

7.46. Определите взаимную индуктивность L_{12} тороида и проходящего по его оси бесконечного прямого провода. Тороид имеет квадратное сечение шириной a . Внутренний радиус тороида r . Число витков тороида N . Тороид и провод помещены в среду с проницаемостью μ .

7.47. Напряжение на первичной обмотке трансформатора $U_1 = 220$ В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 20$ В, ее сопротивление $r = 1$ Ом. Сила тока во вторичной цепи $I_2 = 2$ А. Определите коэффициент трансформации k .

7.48. Число витков первичной обмотки $N_1 = 1200$, напряжение на ней $U_1 = 120$ В. Найдите число витков N_2 вторичной обмотки трансформатора, если ее сопротивление $r = 0,5$ Ом, напряжение на зажимах $U_2 = 3,5$ В при силе тока $I_2 = 1$ А.

7.49. Первичная обмотка трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 10$ включена в сеть с напряжением $U_1 = 220$ В. Сопротивление вторичной обмотки $r = 2$ Ом, ток в ней $I_2 = 1$ В. Найдите напряжение U_2 на зажимах вторичной обмотки.

7.50. Трансформатор включен в сеть с напряжением $U_1 = 120$ В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки, замкнутой на сопротивление $R = 15$ Ом, будет $U_2 = 10$ В. Сопротивление вторичной обмотки $r = 3$ Ом. Найдите коэффициент трансформации k .

7.51. Трансформатор включен в сеть с действующим напряжением $U_1 = 220$ В. Число витков в первичной обмотке $N_1 = 300$, во вторичной – $N_2 = 165$, сопротивление нагрузки $R = 50$ Ом, падение напряжения во вторичной обмотке $U_2 = 50$ В. Найдите действующее значение силы тока I_2 во вторичной цепи.

7.52. Первичная обмотка трансформатора имеет $N_1 = 2400$ витков. Сколько витков N_2 должна иметь вторичная обмотка, чтобы при напряжении на ее клеммах $U_2 = 11$ В передавать во внешнюю

цепь мощность $P_2 = 22$ Вт? Сопротивление вторичной обмотки $r = 0,2$ Ом. Напряжение на зажимах первичной обмотки $U_1 = 380$ В.

7.53. Повышающий трансформатор состоит из двух обмоток, навитых на замкнутый железный сердечник. Напряжение на первичной обмотке $U_1 = 120$ В, коэффициент трансформации $k = 0,05$. Определите напряжение U_2 на вторичной обмотке и число витков в каждой обмотке, если вольтметр, присоединенный к проволочному кольцу, надетому на сердечник, показывает $U = 0,6$ В.

7.54. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации $k = 10$ включен в цепь с напряжением $U_1 = 127$ В. Сопротивление вторичной обмотки $r = 2$ Ом, сила тока в ней $I_2 = 3$ А. Определите напряжение U_2 на клеммах вторичной обмотки трансформатора.

7.55. Первичная обмотка повышающего трансформатора содержит $N_1 = 80$ витков, вторичная – $N_2 = 1280$. Напряжение на концах первичной обмотки $U_1 = 120$ В, а сила тока во вторичной цепи $I_2 = 0,25$ А. Определите мощность трансформатора P . Потерями энергии пренебречь.

7.56. Трансформатор с коэффициентом трансформации $k = 10$ понижает напряжение с $U_1 = 10$ кВ. Напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 800$ В, сила тока во вторичной цепи $I_2 = 2$ А. Определите сопротивление r вторичной обмотки.

7.57. Чему равно напряжение U_2 на зажимах вторичной обмотки трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 10$, замкнутого на сопротивление $R = 10$ Ом? Сопротивление вторичной обмотки $r = 1$ Ом, напряжение в первичной цепи $U_1 = 220$ В.

7.58. Первичная обмотка повышающего трансформатора включена в цепь с напряжением $U_1 = 120$ В. Напряжение на вторичной обмотке $U_2 = 2,4$ кВ. Сила тока во вторичной цепи $I_2 = 2$ А. Найдите силу тока I_1 в первичной цепи, а также входную P_1 и выходную P_2 мощности трансформатора. Потерями энергии пренебречь.

7.59. Нагреватель с КПД $\eta = 80\%$ и сопротивлением $R = 55$ Ом подключен к трансформатору с коэффициентом трансформации $k = 2$. Напряжение в первичной цепи $U_1 = 220$ В. Сколько времени t нужно для нагревания $0,5$ кг воды ($c = 4200$ Дж/(кг·К)) от 20°C до кипения? Сопротивлением вторичной обмотки пренебречь.

§ 8. Электромагнитные колебания. Переменный электрический ток

Основные формулы и законы

1. Уравнение, описывающее процессы в колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью C , катушки с индуктивностью L и обладающем активным сопротивлением R :

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}, \quad (8.1)$$

где \mathcal{E} – внешняя переменная электродвижущая сила. Если $\mathcal{E} \neq 0$, колебания называют *вынужденными*, а если $\mathcal{E} = 0$, то колебания являются *свободными*. При $R = 0$ свободные колебания будут незатухающими, а при $R \neq 0$ – затухающими.

2. Частота свободных незатухающих колебаний (собственная частота колебательного контура) ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (8.2)$$

3. Коэффициент затухания колебаний β :

$$\beta = \frac{R}{2L} = \frac{1}{\tau}, \quad (8.3)$$

где τ – время *релаксации*, за которое амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

4. Частота затухающих колебаний:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (8.4)$$

5. Логарифмический декремент затухания δ определяется как натуральный логарифм отношения двух значений амплитуд, взятых через период колебаний T :

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_m e^{-\beta t}}{A_m e^{-\beta(t+T)}} = \beta T = \frac{1}{N_e}, \quad (8.5)$$

где A – амплитуда колебаний соответствующей величины (q , U , I); N_e – число колебаний, совершаемых за время релаксации τ .

6. Добротность Q колебательного контура:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N_e = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8.6)$$

7. Закон Ома для амплитудных значений напряжения U_m и силы тока I_m в цепи переменного тока с циклической частотой ω :

$$I_m = \frac{U_m}{Z}, \quad (8.7)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ – *полное электрическое сопротивление*, или *импеданс* цепи, содержащей *последовательно соединенные* конденсатор емкостью C , катушку с индуктивностью L и обладающей активным сопротивлением R . В случае их *параллельного соединения* импеданс определяется соотношением

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}.$$

8. Реактивное сопротивление X цепи переменного тока с частотой ω :

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \quad (8.8)$$

где $X_L = \omega L$ и $X_C = \frac{1}{\omega C}$ – *индуктивное и емкостное сопротивление*.

9. Сдвиг фаз φ между силой тока $I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ и напряжением $U = U_m \cos \omega t$ в цепи, содержащей последовательно соединенные конденсатор емкостью C , катушку с индуктивностью L и обладающей активным сопротивлением R :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \quad (8.9)$$

10. Мгновенная мощность, выделяемая в цепи переменного тока с частотой ω :

$$P(t) = U_m \cos \omega t I_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (8.10)$$

11. Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока за период колебания:

$$\langle P \rangle = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = \frac{R I_m^2}{2} = U_d I_d \cos \varphi, \quad (8.11)$$

где $U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ и $I_d = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ – действующие значения силы тока и напряжения; $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{R}{Z}$ – коэффициент мощности.

Примеры решения задач

Пример 1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 1$ мкф и катушки с индуктивностью $L = 1$ мГн. В контуре происходят свободные незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m = 200$ В. Определите электродвижущую силу самоиндукции \mathcal{E}_c в момент времени, когда энергия магнитного поля катушки равна энергии электрического поля конденсатора.

Решение. Согласно закону Ома для колебательного контура

$$RI + U = \mathcal{E}_c, \quad (8.12)$$

где I – сила тока в контуре. Поскольку по условию колебания в контуре являются незатухающими, то, положив в (8.12) сопротивление контура $R = 0$, получим

$$\mathcal{E}_c = U. \quad (8.13)$$

Напряжение U в момент, когда энергия магнитного поля катушки и энергия электрического поля конденсатора равны, определяется из закона сохранения энергии:

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = 2 \frac{CU^2}{2}, \quad (8.14)$$

откуда получим $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Подставляя численное значение U в (8.13), найдем величину электродвижущей силы самоиндукции $\mathcal{E}_c = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 141,44 \text{ В}$.

Пример 2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C , катушки с индуктивностью L и обладает активным сопротивлением R . Определите, через сколько колебаний амплитуда напряжения на конденсаторе уменьшится в e раз.

Решение. В контуре совершится N_e колебаний за время $\tau = \frac{1}{\beta}$, где β – коэффициент затухания. Число колебаний N_e связано с временем τ следующим соотношением:

$$N_e = \frac{\tau}{T}, \quad (8.15)$$

где T – период затухающих колебаний, которые определяются как

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}, \quad (8.16)$$

где ω_0 – собственная частота незатухающих колебаний в контуре. Подставив в (8.15) выражения для β (8.3) и T (8.16) и сделав математические преобразования, получим

$$N_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\beta^2} - 1}. \quad (8.17)$$

С учетом того, что $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ и $\beta = \frac{R}{2L}$, окончательно получим

$$N_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4L}{CR^2} - 1}. \quad (8.18)$$

Задачи

8.1. Колебательный контур радиоприемника состоит из последовательно соединенных конденсатора емкостью $C = 100$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 2,5$ мкГн. Определите длину волны λ , на которую настроен колебательный контур?

8.2. Емкость переменного конденсатора в колебательном контуре радиоприемника C можно изменять от 100 пФ до 1000 пФ, а индуктивность катушки $L = 1$ мкГн. Определите диапазон длин волн $\Delta\lambda$, в котором радиоприемник может принимать радиосигналы.

8.3. При заводской регулировке индуктивность катушки L в колебательном контуре радиоприемника можно изменять. Определите величину индуктивности L , которую должен установить регулировщик, чтобы обеспечить диапазон приема радиоволн $\Delta\lambda = 1000\text{--}1500$ м, если емкость переменного конденсатора в колебательном контуре радиоприемника C изменяется от 100 пФ до 225 пФ.

8.4. Определите, какой должна быть индуктивность L катушки в колебательном контуре, чтобы его резонансная частота ν равнялась 1 МГц, если емкость конденсатора $C = 0,01$ мкФ. Сопротивлением контура пренебречь.

8.5. Предложите способы, которыми можно сместить рабочую длину волны колебательного контура радиоприемника в сторону больших длин волны на 100 м. Колебательный контур состоит из последовательно соединенных конденсатора емкостью $C = 880$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 2$ мГн.

8.6. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 30$ мкГн и конденсатора в виде двух параллельных тонких пластин площадью $S = 0,02$ м² и расстоянием между ними $d = 0,1$ мм. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами конденсатора, если колебательный контур настроен на частоту $\nu = 400$ кГц.

8.7. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 25$ нФ и катушки с индуктивностью $L = 1,015$ Гн. Заряд на обкладках конденсатора $q = 5$ мкКл. Определите разность потенциалов на обкладках конденсатора в моменты времени $T/8$ и $3T/4$, где T – период колебаний контура.

8.8. Энергия свободных колебаний в идеальном колебательном контуре, состоящем из плоского конденсатора емкостью C и катушки с индуктивностью L , будет $W = 0,5$ мДж. Когда пластины конденсатора раздвинули, то частота колебаний увеличилась

в $n = 3$ раза. Определите работу A внешних сил, затраченную на раздвижение пластин.

8.9. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в идеальном колебательном контуре изменяется во времени по закону $U = 20\cos 2\pi 10^4 t$ (В). Емкость конденсатора в колебательном контуре $C = 0,01$ мкФ. Определите резонансную частоту $\nu_{\text{рез}}$ колебаний контура и индуктивность L катушки.

8.10. Сила тока в идеальном колебательном контуре изменяется во времени по закону $I = -0,05\sin 2\pi 10^4 t$ (А). Индуктивность катушки в колебательном контуре $L = 200$ мГн. Определите период колебаний T , емкость C конденсатора и максимальную энергию электрического поля $W_{\text{эл}}$ в конденсаторе.

8.11. Для колебательного контура с емкостью C и индуктивностью L определите отношение энергии электрического поля к энергии магнитного поля $W_{\text{эл}} / W_{\text{м}}$ в моменты времени $T/4$ и $T/8$.

8.12. Заряженный конденсатор емкостью C с разностью потенциалов на обкладках $U_m = 10$ В подключили к катушке с индуктивностью L . Определите амплитуду колебаний силы тока I_m в образованном контуре. Сопротивлением контура пренебречь.

8.13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 1000$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 10$ мкГн. Число витков в катушке $N = 200$. Определите максимальное значение магнитного потока Φ_m^{max} через поверхность, ограниченную катушкой, если максимальное значение напряжения на обкладках конденсатора $U_m = 200$ В.

8.14. Колебательный контур, состоящий из конденсатора емкостью $C = 100$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 10$ мГн, имеет сопротивление $R = 10$ Ом. Определите, во сколько раз уменьшится разность потенциалов U на обкладках конденсатора через время $t = 4T$.

8.15. Период затухающих колебаний в колебательном контуре $T = 2$ с, логарифмический декремент затухания $\delta = 0,2$. Напряжение на обкладках конденсатора при $t = 2T$ будет $U = 50$ В. Запишите уравнение, описывающее величину напряжения на обкладках конденсатора как функцию времени.

8.16. Катушка с индуктивностью $L = 2$ мГн включена в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц. Определите активное сопротивление катушки R , если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^\circ$.

8.17. Активное сопротивление катушки индуктивности $R = 50$ Ом, а индуктивность $L = 2$ мГн. Определите частоту ν переменного тока, при которой полное сопротивление катушки Z в два раза больше ее активного сопротивления R .

8.18. Соединенные последовательно резистор с сопротивлением $R = 100$ Ом и конденсатор подключены к источнику переменного напряжения с амплитудным значением напряжения $U_m = 220$ В. Амплитудное значение силы тока в данной цепи $I_m = 0,1$ А. Определите разность фаз φ между током и напряжением.

8.19. Соединенные последовательно конденсатор емкостью C и катушка с индуктивностью L и активным сопротивлением R подключены к источнику переменного напряжения с амплитудным значением напряжения U_m . Частоту ν переменного напряжения можно изменять, не изменяя амплитуду. Определите резонансную частоту цепи $\nu_{\text{рез}}$, если известно, что амплитудное значение силы тока I_m одинаково при частотах 100 и 200 Гц.

8.20. Последовательно соединенные конденсаторы с емкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 0,2$ мкФ подключены к бытовой электрической сети с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите величину напряжения на каждом из конденсаторов и U_{C_2} .

8.21. Активное сопротивление катушки индуктивности $R = 50$ Ом, а индуктивность $L = 50$ мГн. Катушка включена в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц. Определите, какую долю полного сопротивления Z составляет активное R и реактивное X_L сопротивление.

8.22. Конденсатор с емкостью $C = 2$ мкФ и резистор с сопротивлением $R = 200$ Ом соединены последовательно и включены в цепь переменного тока с частотой $\nu = 50$ Гц. Определите отношение напряжений на конденсаторе U_C и резисторе U_R .

8.23. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите емкость конденсатора, необходимую для того, чтобы сила тока, протекающего через лампочку, была $I = 0,25$ А, а падение напряжения на лампочке $U_{\text{л}} = 110$ В.

8.24. Катушка с активным сопротивлением $R = 40$ Ом и индуктивностью L включена в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите индуктивность L катушки, если известно, что ее потребляемая мощность $P = 200$ Вт, а сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^\circ$.

8.25. Конденсатор емкостью $C = 5$ мкФ и резистор с сопротивлением $R = 900$ Ом включены в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите полное сопротивление Z в случае, если они соединены: а) последовательно; б) параллельно.

8.26. Конденсатор C , катушка с индуктивностью $L = 203$ мГн и резистор с сопротивлением R соединены последовательно и включены в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите емкость конденсатора C , необходимую для того, чтобы суммарное падение напряжения $U_C + U_L$ было равно 0.

8.27. Конденсатор с емкостью $C = 1$ мкФ и резистор с сопротивлением $R = 20$ Ом соединены последовательно и подключены к генератору. При частоте $\nu = 30$ кГц в цепи наблюдается резонанс. Определите амплитудное значение напряжения на конденсаторе U_{Cm} , если известно амплитудное значение напряжения генератора $U_{gm} = 100$ В.

8.28. Конденсатор с емкостью $C = 20$ мкФ, катушка с индуктивностью L и резистор с сопротивлением R соединены последовательно и включены в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите индуктивность L катушки, необходимую для того, чтобы суммарное падение напряжения $U_C + U_L$ было равно 0.

8.29. Конденсатор C , катушка L и резистор R соединены последовательно и включены в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите падение напряжения на резисторе U_R , если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C = 3U_R$, а падение напряжения на индуктивности $U_L = 4U_R$.

8.30. Конденсатор C , катушка с индуктивностью $L = 100$ мГн и резистор с сопротивлением $R = 50$ Ом соединены последовательно и включены в электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц. Определите емкость конденсатора C , при которой выполняется соотношение между величинами падения напряжения $U_R + U_L = 4(U_R + U_C)$.

§ 9. Электромагнитные волны

Основные формулы

1. *Волновое уравнение*, описывающее распространение электромагнитной волны с напряженностями электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{H} :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad \Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (9.1)$$

где $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n}$ – фазовая скорость электромагнитной

волны в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ ; c – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

2. *Соотношение между мгновенными значениями модулей напряженностей электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{H} в электромагнитной волне:*

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H. \quad (9.2)$$

3. *Объемная плотность энергии* электромагнитной волны $w(t)$:

$$w(t) = \frac{1}{2} (\vec{E} \vec{D} + \vec{B} \vec{H}) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 \epsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2). \quad (9.3)$$

4. *Вектор плотности потока энергии* электромагнитной волны – *вектор Умова – Пойнтинга \vec{S}* :

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (9.4)$$

5. *Интенсивность* электромагнитной волны I – модуль среднего по времени значения вектора плотности потока энергии электромагнитной волны:

$$I = \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu}} \frac{E_m^2}{2}. \quad (9.5)$$

Пример решения задач

Пример. Плоская монохроматическая электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрического и магнитного полей $E_m = 10$ В/м и $H_m = 0,5$ А/м, распространяется в вакууме. Определите энергию W , перенесенную волной за время $t = 5$ мин через квадратную площадку со стороной $a = 5$ см. Угол между нормалью к поверхности площадки и направлением распространения волны $\alpha = 60^\circ$. Считать, что период волны $T \ll t$.

Решение. Плотность потока энергии электромагнитной волны определяется выражением (9.4):

$$S = E_m \cos \omega t H_m \cos \omega t = E_m H_m (\cos \omega t)^2. \quad (9.6)$$

С учетом того, что выполняется соотношение $T \ll t$, среднее значение $(\cos \omega t)^2$ будет равно $\frac{1}{2}$, и выражение для плотности потока энергии электромагнитной волны упрощается:

$$S = \frac{1}{2} E_m H_m. \quad (9.7)$$

Энергия W , переносимая волной через площадку площадью a^2 , будет

$$W = \frac{1}{2} E_m H_m t a^2 \cos \alpha, \quad (9.8)$$

где произведение $a^2 \cos \alpha$ определяет проекцию площадки площадью a^2 на поверхность, перпендикулярную направлению распространения волны.

Подставляя численные значения физических величин в (9.8), найдем, что величина перенесенной энергии $W = 937,5$ мДж.

Задачи

9.1. Электромагнитная волна, имеющая в вакууме частоту $\nu = 10$ МГц, попадая в некоторую среду распространяется со скоростью $\upsilon = 280\,000$ км/с. Определите длину волны λ в данной среде.

9.2. Определите частоту работы тиратрона ν в СВЧ-печке, если известно, что расстояние между пучностями стоячих электромагнитных волн в рабочей камере $x = 6,1$ см.

9.3. Определите абсолютный показатель преломления нафталина, если известно, что его диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2,54$.

9.4. Определите отношение длин волн $\lambda_{\text{вакуум}} / \lambda_{\text{бензол}}$ при переходе электромагнитной волны из бензола ($\epsilon = 2,28$) в вакуум.

9.5. Радиолокатором подводной лодки зарегистрирован отраженный от некоторого объекта сигнал через $\Delta t = 40$ мкс после его отправления. Температура воды за бортом $T = 278$ К. Определите: а) расстояние l от подводной лодки до данного объекта; б) каким был бы интервал времени Δt , если бы температура заборной воды была выше на 25 К. Зависимость диэлектрической проницаемости воды от температуры определяется как $\epsilon = 88 - 0,384(T - 273)$.

9.6. Имеются два коаксиальных кабеля, различающиеся только материалом диэлектрика, заполняющего пространство между внутренним и внешним проводниками. Скорость распространения электромагнитной волны в кабелях отличается на 20%. Определите, во сколько раз различается величина диэлектрической проницаемости ϵ диэлектрика в двух кабелях.

9.7. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрического поля $E_m = 20$ В/м. Определите амплитуду напряженности магнитного поля H_m электромагнитной волны.

9.8. Плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности магнитного поля $H_m = 2$ А/м распространяется в бензоле ($\epsilon = 2,28$). Определите амплитуду напряженности электрического поля E_m электромагнитной волны.

9.9. Плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрического поля $E_m = 10$ В/м распространяясь в вакууме падает на плоское тело в направлении нормали к его поверхности и полностью поглощается. Определите давление p , оказываемое электромагнитной волной на тело. Учтите, что если тело полностью поглощает энергию падающей на него электромагнитной волны, то давление электромагнитной волны равно среднему значению объемной плотности энергии, переносимой волной.

9.10. В нафталине ($\epsilon = 2,54$) распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности магнитного поля $H_m = 1$ А/м. Определите интенсивность I электромагнитной волны.

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

1.1. $F_{эл} / F_{гп} \approx 1,35 \cdot 10^{14}$, $m = \sqrt{k / G} q \approx 11,6$ т. **1.2.** $q_3 = -1,44$ нКл, на расстоянии $r = \sqrt{q_1} l / (\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}) = 20$ см от первого заряда. **1.3.** $r = l / (1 + \sqrt{q_2 / q_1}) \approx 14,6$ см, положительный. **1.4.** $q_1 = 2,5$ нКл, $q_2 = 4$ нКл. **1.5.** $T_1 / T_2 \approx 3$. **1.6.** $q_1 \approx \pm 0,38$ мкКл, $q_2 \approx \mp 0,22$ мкКл. **1.7.** $F_2 = F_1(q_1 + q_2)^2 / (4|q_1|q_2) = 0,55$ мН. **1.8.** $q \approx 0,2$ мкКл. **1.9.** $r = r_0 / \sqrt[3]{4} \approx 5$ см. **1.10.** $q \approx 0,21$ мкКл. **1.11.** $q_0 \approx 0,13$ мкКл. **1.12.** $q = -\sqrt{3}q_0 \approx -4$ мкКл. **1.13.** $q_0 = -(2\sqrt{2} + 1)q / 4 \approx -4,3$ мкКл. **1.14.** $F = 4\sqrt{2}kq^2 / a^2 \approx 0,25$ мН. **1.15.** $F \approx 0,28$ мН. **1.16.** $F \approx 17,3$ мН. **1.17.** $F = kqq_0 / (r(r + l)) = 0,9$ мН. **1.18.** $F = 2k\lambda_1\lambda_2 \ln((r + l) / r) \approx 0,45$ мкН. **1.19.** $F = \lambda q \arctg(l / 2h) / (\pi\epsilon_0 l) \approx 17,9$ мН. **1.20.** $l = \lambda q_0 / (\pi\epsilon_0 F_{\max}) \approx 0,2$ м. **1.21.** $F = kq\lambda(1 / R - 1 / \sqrt{R^2 + l^2}) \approx 3,8$ мН. **1.22.** $\alpha = \arctg(q\sigma / (2mg\epsilon_0)) \approx 30^\circ$. **1.23.** $F = q_1q_2 / (2\epsilon_0 ab) \approx 0,3$ мН. **1.24.** $E = 9$ кВ/м, $\varphi = 63$ кВ. **1.25.** $E = 45$ кВ/м, $\varphi = -6,3$ кВ. **1.26.** $l \approx 24$ см. **1.27.** 1) $E = 900$ В/м, $\varphi = 0$; 2) $E \approx 84,4$ В/м, $\varphi \approx 22,5$ В; 3) $E \approx 84,4$ В/м, $\varphi \approx -22,5$ В. **1.28.** $x = l / 2\sqrt{2} \approx 14$ см, $E_{\max} = 16kq_1 / (\sqrt{27}l^2) \approx 52$ В/м, $\varphi \approx 22$ В. **1.29.** На расстоянии $x = (2 + \sqrt{6})l \approx 2$ м от заряда q_1 , $\varphi \approx -5$ В. **1.30.** $\varphi = 2kq / a = 39,6$ В. **1.31.** $E = 2\sqrt{5}kq / a^2 \approx 1,6$ кВ/м, $\varphi = \sqrt{2}kq / a \approx 51$ В. **1.32.** $E = 16kq / (5\sqrt{5}a^2) \approx 51,5$ В/м, $\varphi \approx 20,8$ В. **1.33.** $E \approx 0,16$ кВ/м. **1.34.** $E = k\lambda\sqrt{2} / r \approx 6,4$ кВ/м. **1.35.** $E_{\max} = \lambda / (\pi\epsilon_0 l) \approx 0,5$ кВ/м. **1.36.** $E = \lambda / (2\epsilon_0 l) \approx 18,8$ В/м, $\varphi = \lambda / 4\epsilon_0 \approx 5,6$ В. **1.37.** $E = 0$, $\varphi = 4kq / (d_1 + d_2) \approx 135$ В. **1.38.** $E_{\max} = 2kq / (3\sqrt{3}R^2) \approx 0,17$ кВ/м, $\varphi = \sqrt{2 / 3}kq / R \approx 36,7$ В. **1.39.** $E = \lambda_0 / (4\epsilon_0 R) \approx 0,56$ кВ/м, $\varphi = 0$ В. **1.40.** $E \approx 83$ В/м, направлена параллельно плоскости кольца от положительного заряда к отрицательному, $\varphi = 0$ В. **1.41.** $\varphi_1 - \varphi_2 \approx 25$ кВ. **1.42.** $E = (\sigma / 2\epsilon_0)(1 - l / \sqrt{R^2 + l^2}) \approx 1,2$ кВ/м. **1.43.** $\varphi \approx 25,7$ кВ. **1.44.** Между плоскостями $E \approx 22,6$ кВ/м, вне плоскостей $E \approx 45,2$ кВ/м, $U \approx 56,5$ В. **1.45.** $U_{12} = (\sigma_1 + |\sigma_2| - \sigma_3)d / (2\epsilon_0) \approx 28,2$ В, $U_{23} = (\sigma_1 - |\sigma_2| - \sigma_3)d / (2\epsilon_0) \approx 5,6$ В,

$U_{13} = U_{12} + U_{23} \approx 33,8$ В. **1.46.** $E = \sqrt{13}\sigma / (4\epsilon_0) \approx 40,7$ кВ/м.
1.47. $E = \sqrt{(\lambda / \pi r)^2 + \sigma^2} / (2\epsilon_0) \approx 19,5$ В/м. **1.48.** $\varphi = \sigma R / \epsilon_0$ при $r \leq R$,
 $\varphi = \sigma R^2 / (\epsilon_0 r)$ при $r > R$. **1.49.** $\sigma = \varphi \epsilon_0 / (R_1 + 2R_2) \approx 2,8$ мкКл/м².
1.50. $\vec{E} = -\alpha \vec{i} + \beta \vec{j} - \gamma \vec{k}$, $E \approx 4,3$ кВ/м. **1.51.** $\vec{E} = -2\alpha \vec{r}$, $E = 2\alpha r = 0,64$ кВ/м.
1.52. $\rho = 12\alpha \epsilon_0 r \approx 0,25$ мкКл/м³. **1.53.** $\varphi = \alpha(z^2 - yx)$. **1.54.** $\varphi = 3kq / (2R) =$
 $= 5,4$ кВ. **1.55.** $E = \rho r / (3\epsilon_0)$ при $r \leq R$; $E = \rho R^3 / (3\epsilon_0 r^2)$ при $r \geq R$; $E_{\max} =$
 $= \rho R / (3\epsilon_0) \approx 0,25$ кВ/м. **1.56.** $\varphi = \varphi_0(1 - r^2 / (3R^2))$ при $r \leq R$, где $\varphi_0 =$
 $= 3kq / (2R)$; $\varphi = kq / r$ при $r > R$. **1.57.** $q = -4\pi\epsilon_0\alpha l = -0,3$ мкКл.
1.58. $\Phi_E = qr^2 \sin\beta / (2\epsilon_0 R^2) \approx 2,8$ В·м. **1.59.** 1) $\Phi_E \approx 203,4$ В·м; 2) $\Phi_E \approx$
 $\approx 305,1$ В·м. **1.60.** Вектор напряженности направлен перпендикулярно
поверхности слоя в обе стороны от середины слоя; проекция вектора
напряженности на ось x , перпендикулярную поверхности слоя ($x = 0$
в середине слоя): при $x < -d / 2$ $E_x = -\rho d / (2\epsilon_0)$, при $-d / 2 \leq x \leq d /$
 $/ 2$ $E_x = \rho x / \epsilon_0$, при $x > d / 2$ $E_x = \rho d / (2\epsilon_0)$. **1.61.** $E = 0$ при $r < R$; $E =$
 $= \sigma R^2 / (\epsilon_0 r^2)$ и направлено от центра сфер при $R < r < 2R$; $E =$
 $= 3\sigma R^2 / (\epsilon_0 r^2)$ и направлено к центру сфер при $r > 2R$. **1.62.** $E = 0$ при
 $r < R$; $E = \sigma R / (\epsilon_0 r)$ при $R < r < 2R$; $E = 2\sigma R / (\epsilon_0 r)$ при $r > 2R$. **1.63.** $R =$
 $= kq / (3U) = 15$ см. **1.64.** $\varphi = \sigma R / \epsilon_0 \approx 2$ кВ. **1.65.** $U =$
 $= \lambda \ln(R_2 / R_1) / (2\pi\epsilon_0) \approx 343$ В. **1.66.** $\Pi = 2,34$ мкДж. **1.67.** $\Pi \approx$
 $\approx 3,4$ мкДж. **1.68.** $\Delta\Pi = -1,35$ мкДж, $A = 1,35$ мкДж. **1.69.** $A = \Delta\Pi =$
 $= kq_3(q_1 + q_2)(1 / r - 2 / l) = 0,27$ мкДж. **1.70.** $\Delta K = 5kq_1q_2 / (6l) \approx$
 $\approx -4,2$ мкДж. **1.71.** $A = (3\sqrt{2} - 1)kq^2 / (3r) \approx 1,3$ мкДж. **1.72.** $A \approx$
 $\approx 0,19$ мкДж. **1.73.** $A = kq\lambda \ln(4 / 3) \approx 1,7$ мДж. **1.74.** $A = q\lambda \ln\eta / (2\pi\epsilon_0) \approx$
 $\approx 16,5$ мДж. **1.75.** $A = q\sigma(d_1 - d_2) / (2\epsilon_0) \approx 2,5$ мДж. **1.76.** 1) $U =$
 $= \sigma \Delta r / (2\epsilon_0) \approx 230,5$ В, $A \approx 0,97$ мДж; 2) $U = \sigma \Delta r \sin\alpha / (2\epsilon_0) \approx 199,6$ В,
 $A \approx 0,84$ мДж. **1.77.** $r_{\min} = ke^2 / (m\nu^2) \approx 1,4 \cdot 10^{-11}$ см. **1.78.** $\lambda \approx$
 $\approx 1,7$ мкКл/м. **1.79.** $\nu_{\min} = \sqrt{2q\sigma R / (m\epsilon_0)} \approx 0,2 \cdot 10^5$ м/с. **1.80.** $\nu \approx$
 $\approx 5 \cdot 10^6$ м/с. **1.81.** $s = 3m\nu_0^2 / (8eE) \approx 8,7$ см. **1.82.** $\varphi_2 \approx 630$ В. **1.83.** $\nu \approx$
 $\approx 1,9 \cdot 10^5$ м/с. **1.84.** 1) $y = x - 2x^2$; 2) $\nu \approx 8,6 \cdot 10^6$ м/с, $\Delta r \approx 1,9$ м, $U \approx$
 ≈ -181 В. **1.85.** $\Delta t = -m\nu_0 \cos\alpha_0 / (qE) \approx 2,6$ с, $U = -m\nu_0^2 \cos^2\alpha_0 / (2q) \approx$
 $\approx -2,9$ кВ. **1.86.** 1) $y = 0,25x^2$; 2) $\Delta r \approx 3$ м.

2.1. $p_e = 5$ пКл·м. **2.2.** $p_e = 3,5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. **2.3.** $E = 65$ кВ/м. **2.4.** $E =$
 $= 1,4$ кВ/м, $\varphi = 0$ В. **2.5.** $E_1 = 3600$ В/м, $\varphi_1 = 180$ В, $E_2 = 1800$ В/м, $\varphi_2 =$
 $= 0$ В. **2.6.** $E = 28$ кВ/м, $\varphi = 1800$ В. **2.7.** $A = 3$ мДж. **2.8.** $A = 0,1$ мДж.

2.9. $F = 15$ мН. **2.10.** $F = 80$ мН. **2.11.** $E = E_0 / \varepsilon = 100$ В/м, $D = \varepsilon_0 E_0 \approx 6,2$ нКл/м², $P = \sigma' = \varepsilon_0 E_0 (1 - 1 / \varepsilon) \approx 5,3$ нКл/м². **2.12.** $\chi = \varepsilon - 1 = 6$, $\sigma' = (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 U / d \approx 5,3$ мкКл/м². **2.13.** $D = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 U / (\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2) \approx 11,3$ мкКл/м², $E_1 = D / (\varepsilon_1 \varepsilon_0) \approx 182$ кВ/м, $E_2 = D / \varepsilon_2 \varepsilon_0 \approx 637$ кВ/м. **2.14.** $\sigma' = (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 U / d \approx 0,35$ пКл/м². **2.15.** $E = U / d = 200$ кВ/м, $\sigma = \varepsilon \varepsilon_0 U / d \approx 12$ мкКл/м², $\sigma' = \sigma (\varepsilon - 1) / \varepsilon \approx 10$ мкКл/м². **2.16.** $\beta = \arctg[(\varepsilon_2 \operatorname{tg} \alpha) / \varepsilon_1] \approx 78,8^\circ$, $E = (E_0 \varepsilon_1 \cos \alpha) / (\varepsilon_2 \cos \beta) \approx 13,2$ кВ/м, $\sigma' = \varepsilon_0 (E_0 \cos \alpha - E_1 \cos \beta) \approx 113$ нКл/м². **2.18.** $E_2 = U / [\varepsilon(d_1 - d_2) + d_2] = 10$ кВ/м, $E_1 = \varepsilon E_2 = 60$ кВ/м. **2.19.** $E = E_0 / \varepsilon$, $D = D_0$, $U = U_0 / \varepsilon$. **2.20.** $E = E_0 / \varepsilon = 50$ В/м, $D = \varepsilon_0 E_0 \approx 0,89$ нКл/м², $\sigma' = \varepsilon_0 E_0 (\varepsilon - 1) / \varepsilon \approx 0,44$ нКл/м². **2.21.** $\rho' = (P_1 - P_2) / a$. **2.22.** $E = q / (\varepsilon \varepsilon_0 S)$, $D = q / S$, $\Delta \varphi = qd / (\varepsilon \varepsilon_0 S)$. **2.23.** $\Phi_D = \sigma a^2 \cos \alpha = 5$ нКл. **2.24.** $P = \varepsilon_0 E_0 (\varepsilon - 1) / \varepsilon \approx 76$ мкКл/м².

3.1. $C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 R \approx 711$ мкФ, $\Delta \varphi = q / C \approx 1,4$ кВ. **3.2.** $E = URr / (x^2(R - r)) \approx 44$ кВ/м. **3.3.** $R = \varepsilon \varepsilon_0 \varphi / \sigma \approx 9,7$ мм, $C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 R \approx 2,4$ пФ, $q = C\varphi \approx 1,2$ нКл. **3.4.** $C = 2\pi \varepsilon \varepsilon_0 l / \ln(r_2 / r_1) \approx 3,4$ нФ. **3.5.** $C_1 = 2\pi \varepsilon \varepsilon_0 / \ln(r_2 / r_1) \approx 0,13 \cdot 10^{-15}$ Ф/м. **3.6.** $E = U / (d \ln(r_2 / r_1)) \approx 91$ кВ/м. **3.7.** $C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r_2 r_1 / (r_2 - r_1) \approx 0,13$ нФ, $R = r_2 r_1 / (r_2 - r_1) \approx 0,55$ м. **3.8.** $E = Ur_2 r_1 / (x^2(r_2 - r_1)) \approx 38$ кВ/м. **3.9.** $C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 d_2 d_1 / (2(d_2 - d_1)) \approx 0,97$ пФ. **3.10.** $d = \varepsilon \varepsilon_0 S U / q \approx 9,3$ мм. **3.11.** $U_2 = U_1 / \varepsilon = 250$ В, $C_1 = \varepsilon_0 S / d \approx 0,12$ нФ, $C_2 = \varepsilon \varepsilon_0 S / d = \varepsilon C_1 \approx 0,24$ нФ. **3.12.** $U_2 = U \varepsilon d / (\varepsilon(d - d_0) + d_0) = 198$ В. **3.13.** $U_2 = U_1 / \varepsilon = 100$ В, $C_1 = \varepsilon_0 S / d \approx 18$ пФ, $C_2 = \varepsilon C_1 \approx 54$ нФ, $\sigma_1 = \sigma_2 = \varepsilon_0 U_1 / d \approx 0,53$ мкКл/м². **3.14.** $U_2 = 2U_1 / (\varepsilon + 1) = 75$ В. **3.15.** $C_2 = CC_1 / (C_1 - C) = 200$ пФ, $U_1 = U_2 = q / C_1 = 100$ В. **3.16.** $C = 3C_1 / 8 \approx 0,38$ мкФ. **3.17.** $F = \varepsilon \varepsilon_0 S U^2 / (2d^2) \approx 1,8$ мН. **3.18.** $d = \varepsilon_0 S U / q \approx 12$ мм. **3.19.** $q = mgd / (2U) \approx 4,1 \cdot 10^{-18}$ Кл. **3.20.** $C_1 / C_2 = (U_2 - U) / (U - U_1) = 3$. **3.21.** $U_2 = C_1 U / (C_1 + C_2) = 2$ В, $U_1 = U - U_2 = 4$ В, $q_1 = q_2 = C_1 U_1 = 8$ мкКл. **3.22.** $0,83 \leq C \leq 3,33$ мкФ (последовательное соединение) или $6 \leq C \leq 11$ мкФ (параллельное соединение). **3.23.** $n = (1 + \varepsilon) / 2 = 3$. **3.24.** $n = (1 + \varepsilon) / 2 = 3$. **3.25.** $C = C_0 2\varepsilon / (1 + \varepsilon) = 1,6C_0$ (60%). **3.26.** $\varepsilon = (1 + \eta) / (1 - \eta) \approx 2,3$. **3.27.** $W = 2\pi \varepsilon_0 R \varphi^2 \approx 0,55$ мкДж. **3.28.** $Q = q^2 / (2C) = 0,25$ Дж. **3.29.** $W = 0,5 C E^2 d^2 = 2$ мкДж. **3.30.** $U = (2Q / nC)^{1/2} = 500$ В. **3.31.** $n = d_2 / d_1 = 4$. **3.32.** $\eta = 20\%$. **3.33.** $Q = C(U_2 - U_1)^2 / 4 = 20$ мДж. **3.34.** $Q = 1,35$ Дж. **3.35.** $Q = C U^2 (n - 1) / 2 = 0,36$ Дж. **3.36.** $Q = C U^2 (\varepsilon - 1) \varepsilon / 2 = 2$ Дж. **3.37.** $A = C U^2 (0,5 - \varepsilon / (\varepsilon + 1)) = 12$ мДж. **3.38.** $A = 75$ мДж. **3.39.** Работа на раздвижение пластин больше при отключенном от источника напряжения конденсаторе.

3.40. $W = qU / 2 = 30$ мкДж, $F = W / d = 1,5$ мН. **3.41.** $W_1 = 0,18$ Дж, $W_2 = 0,09$ Дж, $W_3 = 0,06$ Дж (для последовательного соединения); $W_1 \approx 0,61$ Дж, $W_2 \approx 1,2$ Дж, $W_3 \approx 1,8$ Дж (для параллельного соединения). **3.42.** $q = (8\pi\epsilon_0 RW)^{1/2} = 1,4$ мкКл. **3.43.** $U = m\nu^2 / (2e) = 2,8$ В, $E = U / d \approx 0,56$ В/м, $\sigma = E\epsilon_0 \approx 5,0$ нКл/м². **3.44.** $\nu \leq (eU / m_e)^{1/2} l / d \approx 3,6 \cdot 10^7$ м/с. **3.45.** $t = (dm_e / eE)^{1/2} \approx 34$ нс. **3.46.** $a = eE / m_e \approx 18 \cdot 10^{14}$ м/с², $a_n = \frac{a\nu_0}{\sqrt{\nu_0^2 + a^2 t^2}} \approx 8 \cdot 10^{14}$ м/с², $a_\tau = \frac{a^2 t}{\sqrt{\nu_0^2 + a^2 t^2}} \approx 16 \cdot 10^{14}$ м/с². **3.47.** $\nu = \sqrt{\nu_0^2 + \left(\frac{eEl}{m\nu_0}\right)^2} \approx 1,3 \cdot 10^7$ м/с. **3.48.** $y = eEl^2 / (2m_e\nu^2) \approx 9,8$ мм.

4.1. $r_2 = 1$ Ом. **4.2.** $U_{R1} = 12$ В, $U_{R2} = U_{R3} = 4$ В, $I_2 = 2$ А, $I_3 = 1$ А. **4.3.** $\varphi_{12} = 17,33$ В, $\varphi_{34} = -13,31$ В. **4.4.** $\mathcal{E} = 13$ В, $U = 1,5$ В. **4.5.** $U_{AB} = 0,6$ В. **4.6.** $q = 20$ Кл. **4.7.** $P_{\max} = 1200$ Вт. **4.8.** $\mathcal{E} = 12$ В, $r = 2$ Ом. **4.9.** $d = 12$ мм. **4.10.** $Q = 214$ кДж, $\eta = 0,91$. **4.11.** 56,8 А, 3,2 А. **4.12.** 57,5 В или -33,15 В. **4.13.** $U = 8,5$ В. **4.14.** Сопротивление шунта 50 мкОм, последовательное сопротивление 5 МОм. **4.15.** $r = 0,33$ Ом. **4.16.** $\mathcal{E} = 6$ В, $r = 1$ Ом. **4.17.** $l = 1,12$ м. **4.18.** $\mathcal{E} = 50,05$ В, $r = 1,25$ Ом. **4.19.** $U = 6,71$ кВ. **4.20.** $I = 220$ А. **4.21.** $\gamma = 467$ Дж/(кг·К). **4.22.** $r = 0,048$ Ом. **4.23.** $R = (\rho / (4\pi)) (1 / a - 1 / b)$. **4.24.** $R_{rad} = (\rho / (2\pi)) \ln(b / a)$. **4.25.** $V = 100$ В. **4.26.** В 3 раза. **4.27.** $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 200$ В. **4.28.** $R_0 = 11,2$ Ом. **4.29.** $R_{12} = 0,8$ Ом, $R_{34} = 1$ Ом. **4.30.** $\mathcal{E} = 4$ В, $r = 1$ Ом. **4.31.** $I_1 = 0,6$ А, $I_2 = 1,3$ А, $I = 1,9$ А. **4.32.** $I_1 = 0,68$ А, $I_2 = 0,4$ А. **4.33.** $U_3 = 0$. **4.34.** $I_R = 0,38$ А. **4.35.** $R_3 = (\mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_2) R_1 = 2$ Ом, $I_1 = 1,5$ А. **4.36.** $I = 6$ А. **4.37.** $I_1 = 2\mathcal{E}(R + 2r) / A$, $I_2 = 2\mathcal{E}r / A$, $I_3 = 2\mathcal{E}(R + 2r) / A$, где $A = [(R + r)^2 + rR]$. **4.38.** $R = 0,71$ А. **4.39.** $I_1 = 0,87$ А, $I_2 = 2,6$ А, $I_3 = 1,73$ А. **4.40.** $I_1 = 0,29$ А, $I_2 = 0,29$ А, $I_3 = 0,028$ А, $I_4 = 0,26$ А, $I_5 = 0,26$ А. **4.41.** $w = 1,7$ МВт/м³, $E = 0,17$ В/м. **4.42.** $t = 280^\circ\text{C}$. **4.43.** $b = 4,7 \cdot 10^{-3}$ м²/В·с. **4.44.** 60 мкВ/°С. **4.45.** $\nu = 0,074 \cdot 10^{-6}$ мм/с, $w = 6 \cdot 10^5$ м/с. **4.46.** $Z = 3$. **4.47.** $\nu = 5,18 \cdot 10^{-3}$ моль, $N = 1,2 \cdot 10^{24}$. **4.48.** $h = 54$ мкм. **4.49.** $m = 6,6$ мг. **4.50.** $Z = 2$. **4.51.** $t = 1$ ч. **4.52.** $t = 597$ с, $d = 4,6 \cdot 10^{-5}$ м. **4.53.** $q = \epsilon_0 (\rho_2 - \rho_1)$. **4.54.** $N = 1,27 \cdot 10^{19}$.

4.55. $N = 9,3 \cdot 10^{17}$. 4.56. $W = 1,8$ кДж. 4.57. $U_{\min} = 1,5$ В. 4.58. $I = 18$ кА.
 4.59. $I = 104$ А. 4.60. $\sigma = 5 \cdot 10^{-10}$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$. 4.61. $n = 1,51 \cdot 10^8$ см $^{-3}$.
 4.62. $I_H = 0,48$ нА. 4.63. $t = 0,8$ мс. 4.64. $\Delta n = 2,5 \cdot 10^{11}$ с $^{-1}$ ·см $^{-3}$.

5.1. $B = 8,3$ мкТл. 5.2. $I = 37,2$ А. 5.3. $B = 4 \cdot 10^{-7}$ Тл. 5.4. $B = 1,33$ мкТл.
 5.5. $r = 0,5$ м. 5.6. $r = 0,033$ м. 5.7. $B = 0,3$ Тл. 5.8. $B = 3,5 \cdot 10^{-5}$ Тл.
 5.9. $d = 2 \cdot 10^{-3}$ м. 5.10. $R = 0,08$ м. 5.11. $H = 12,7$ А/м. 5.12. $H = 25,7$ А/м.
 5.13. $B = 0,125$ мТл. 5.14. $B = 88,3$ мкТл. 5.15. $B = 0,727$ мТл.
 5.16. $l = 101,4$ см. 5.17. $B = 6,9$ мкТл. 5.18. $B_1 = 62,6$ мкТл, $B_2 =$
 $= 40,9$ мкТл. 5.19. $B = 2,49$ мкТл. 5.20. $B = \mu_0 r I / 2\pi R^2$. 5.21. $B_1 =$
 $= 20$ мкТл, $B_2 = 0$. 5.22. $B_2 = 0,12$ Тл, $I_2 = 7,5$ А. 5.23. $B = 6,3 \cdot 10^{-7}$ Тл.
 5.24. $B = 2,15 \cdot 10^{-4}$ Тл. 5.25. $B = 2,58 \cdot 10^{-4}$ Тл. 5.26. $H = 3,13 \cdot 10^{-2}$ А/м,
 $B = 3,9 \cdot 10^{-4}$ Тл, $B = 2,58 \cdot 10^{-4}$ Тл, уменьшится на $3,14 \cdot 10^{-4}$ Тл.
 5.27. $N = 51$ виток. 5.28. В 1,44 раза. 5.29. $B = 6,28 \cdot 10^{-5}$ Тл.
 5.30. $B = 14$ мкТл. 5.31. $B = 12,6 \cdot 10^{-10}$ Тл. 5.32. $m = 2,27$ кг.
 5.33. $H = 1,37$ кА/м, $B = 1,6$ мТл. 5.34. $B = 1,25 \cdot 10^{-6}$ Тл. 5.35. $F_A / l =$
 $= 2,5 \cdot 10^{-4}$ Н/м. 5.36. $A = 83$ мкДж/м. 5.37. $M = 1,75 \cdot 10^{-2}$ Н·м.
 5.38. $M = 0,3$ Н·м. 5.39. $I = 3,16$ А, $R = 1,6$ см. 5.40. $F = 10$ Н.
 5.41. Прямая, расположенная параллельно проводнику на расстоя-
 нии 5 см от него; $F = 5$ мН. 5.42. $\alpha = 30^\circ$. 5.43. $\alpha = 64^\circ$. 5.44. $I = 52$ А.
 5.45. а) $I = 34,8$ А; б) $I = 2,1$ А. 5.46. $I = 8$ А. 5.47. $M = 0,5$ Н·м.
 5.48. $B = 50$ мТл. 5.49. $p_m = 25,13$ нА·м 2 . 5.50. $p_m = 2$ мкА·м 2 .
 5.51. $p_m = 1$ А·м 2 . 5.52. а) $A = 0,126$ Дж; б) $A = 0$ Дж. 5.53. $A =$
 $= 21,75$ мДж. 5.54. $\Phi_m = 65$ Вб. 5.55. $\Phi_m = 1$ Вб. 5.56. $A = 0,5$ мДж.
 5.57. $I = 15,3$ А. 5.58. а) $A = 48$ мДж; б) $A = 0$ Дж. 5.59. $\Phi_m =$
 $= 4,19$ мВб. 5.60. $I = 1$ А. 5.61. $\Phi_m = 0,5$ мВб. 5.62. $q = 41$ мКл.
 5.63. $A = 0,3$ Дж. 5.64. $\Phi_1 = 12$ мВб, $\Phi_2 = 3$ мВб, $\Phi_3 = 1,5$ мВб, $\Phi_4 =$
 $= 1,5$ мВб, $\Phi_5 = -1,5$ мВб, $\Phi_6 = -12$ мВб. 5.65. $\Phi_1 = -8$ мкВб. 5.66. $v =$
 $= 2,8 \cdot 10^{-8}$ об/с. 5.67. $B = 10^{-2}$ Тл. 5.68. $H = 1,09 \cdot 10^3$ А/м. 5.69. $U =$
 $= 200$ В, $B = 6,0 \cdot 10^{-3}$ Тл. 5.70. $R = 9,97 \cdot 10^{-4}$ м, $T = 5,2 \cdot 10^{-6}$ с.
 5.71. $R = 2,89$ см, $v = 1,5 \cdot 10^6$ об/с; $T = 6,6 \cdot 10^{-7}$ с, $\omega = 9,6 \cdot 10^6$ рад/с.
 5.72. $R_1 / R_2 = \sqrt{2}$. 5.73. $R_1 = R_2$. 5.74. $m_1 / m_2 = 4$. 5.75. $K = 766$ эВ.
 5.76. $\beta = 45,9^\circ$. 5.77. $F = 3,2 \cdot 10^{-14}$ Н, $R = 3,26$ мм, $h = 3,55$ см, $T =$
 $= 8,2 \cdot 10^{-8}$ с. 5.78. $R = 7,6$ см, $l = 2,5$ м. 5.79. $p = 7,2 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с.
 5.80. $K = 1,8 \cdot 10^{-16}$ Дж. 5.81. $N = 280$. 5.82. $h / R = 1,1$. 5.83. $S = 0,1$ м, $\Delta r =$
 $= 0,05$ м, $N = 1,52$. 5.84. $R = 1,3 \cdot 10^{-3}$ м, $T = 2,75 \cdot 10^{-9}$ с, $S = 59$ см. 5.85. $v =$
 $= 5 \cdot 10^6$ м/с. 5.86. $v = 2,5 \cdot 10^6$ м/с. 5.87. $E = 12$ кВ/м. 5.88. $a = 8,8 \cdot 10^{13}$ м/с 2 .

5.89. $N = 10$. **5.90.** $n = 8,68 \cdot 10^{28} \text{ м}^3$, $\langle u \rangle = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$. **5.91.** $\Delta\varphi_X = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ В}$. **5.92.** $R = 6,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{Кл}$. **5.93.** $\Delta\varphi_X = 1,9 \cdot \text{мкВ}$. **5.94.** $B = 0,25 \text{ мТл}$. **5.95.** $\sigma = 5 \cdot 10^5 \text{ См/м}$. **5.96.** $\rho = 1,77 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

6.1. $p_m = -1,1 \cdot 10^{-9} \text{ А}\cdot\text{м}^2$, против направления поля. **6.2.** $J = 517 \text{ кА/м}$. **6.3.** $J = 2,2 \text{ А/м}$, $J_{\text{уд}} = 8,2 \cdot 10^{-4} \text{ А}\cdot\text{м}^2/\text{кг}$, $J_M = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ А}\cdot\text{м}^2/\text{моль}$. **6.4.** $\mu = 0,9999963$, $J = -0,373 \text{ А/м}$, диамагнетик. **6.5.** $\chi = 2,79 \cdot 10^{-5}$, $\chi_M = 2,54 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$. **6.6.** $\chi_{\text{уд}} = 8,15 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$, $\chi_M = 2,20 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$. **6.7.** Графики зависимости $\mu = f(H)$ стали и чугуна. **6.8.** $\mu = 119$, $\chi = 118$, $J = 1,18 \cdot 10^6 \text{ А/м}$. **6.9.** $J = -9,83 \text{ А/м}$, $B = 1,26 \text{ Тл}$. **6.10.** $B = 2,3 \text{ нТл}$. **6.11.** $B' / B = 0,0173$. **6.12.** $B' = 2,2 \text{ нТл}$. **6.13.** $J = 4,46 \cdot 10^6 \text{ А/м}$. **6.14.** Увеличить в 2 раза. **6.15.** $\mu = 2001$. **6.16.** $\mu = 3680$. **6.17.** $H = -101,4 \text{ А/м}$. **6.18.** $a = 1,8 \text{ мм}$. **6.19.** 1) $H = 2,48 \text{ кА/м}$; 2) $H_0 = 1,24 \text{ МА/м}$. **6.20.** $I = 5 \text{ А}$. **6.21.** $B_{\text{min}} = 0,01 \text{ Тл}$, $B_{\text{max}} = 0,02 \text{ Тл}$. **6.22.** $\langle n \rangle = 2,36 \mu_B$. **6.23.** $J = 16 \text{ МА/м}$. **6.24.** $B_1 = 0,93 \text{ Тл}$, $B_2 = 1,34 \text{ Тл}$, $\mu_1 = 2329$, $\mu_2 = 671$. **6.25.** $\chi_{\text{уд}} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{кг}$.

7.1. $n = \mathcal{E}_{i_{\text{max}}} / (2\pi NBS) = 12 \text{ об/с}$. **7.2.** $T = 2\pi NBS / \mathcal{E}_{i_{\text{max}}} = 31,4 \text{ мс}$. **7.3.** $\mathcal{E}_i = Bl^2\omega / 2 = 2,8 \text{ мВ}$. **7.4.** $I = 1,97 \cdot 10^{-2} \text{ А}$. **7.5.** $dB / dt = 16I\rho / (\pi d^2 D) = 0,19 \text{ Тл/с}$. **7.6.** $P_{\text{max}} = (2\pi nNBS)^2 / (R_1 + R_2) = 120 \text{ Вт}$. **7.7.** $B = 0,05 \text{ Тл}$. **7.8.** $\mathcal{E}_i = 81,6 \text{ В}$. **7.9.** $q = 1,41 \text{ мкКл}$. **7.10.** $B = 0,8 \text{ Тл}$. **7.11.** $P = (Blv)^2 / R = 3,9 \text{ Вт}$. **7.12.** $\langle \mathcal{E}_{si} \rangle = 1 \text{ мВ}$. **7.13.** $|\Delta I / \Delta t| = \mathcal{E}_{si} l / (\mu_0 N^2 S) = 318,5 \text{ А/с}$. **7.14.** $\mathcal{E}_{si}(t) = -18,4 \cos(40\pi t)$, $W_m(t) = 0,75 \sin^2(40\pi t)$. **7.15.** $\langle \mathcal{E}_{si} \rangle = 4,5 \text{ кВ}$. **7.16.** $I_i = NBlv / R = 0,1 \text{ А}$. **7.17.** $L = 1,25 \text{ мГн}$. **7.18.** $L = 6,28 \text{ мГн}$. **7.19.** $N = 1014$. **7.20.** $L = 16,5 \text{ мГн}$. **7.21.** $N = 798$. **7.22.** $N = 710$. **7.23.** Индуктивность уменьшится, $L_1 / L_2 = 2,21$. **7.24.** $W_m = 0,25 \text{ Дж}$. **7.25.** $W_m = 9,86 \text{ мДж}$. **7.26.** $W_m = 10 \text{ Дж}$. **7.27.** $w_m = 22,6 \text{ Дж/м}^3$. **7.28.** $N = (2\pi W_m H(r_1+r_2) / (B(r_2-r_1)^2 I^2))^{1/2} = 848$. **7.29.** $W_m = 125 \text{ мДж}$. **7.30.** $w_m = 0,5\mu_0\mu(NI / (l-a+\mu a))^2 = 85,6 \text{ Дж/м}^3$, $w_{m0} = 0,5\mu_0(\mu NI / (l-a+\mu a))^2 = 49,6 \text{ кДж/м}^3$. **7.31.** $I = (2\pi r^2 l \omega / L)^{1/2} = 1,1 \text{ А}$. **7.32.** $w_m = I^2 n^2 B / (2H) = 1625 \text{ Дж/м}^3$. **7.33.** $w_{m2} / w_{m1} = 1538$. **7.34.** $w_m = 1064 \text{ Дж/м}^3$, $\mu = 662$. **7.35.** $w_m = 672 \text{ Дж/м}^3$. **7.36.** $I = 6,8 \text{ А}$. **7.37.** $R = 5,1 \text{ Ом}$. **7.38.** $\Delta t = 0,12 \text{ с}$. **7.39.** $\Delta t = 0,55 \text{ с}$. **7.40.** $\Delta t = 10 \text{ мс}$. **7.41.** $L_{12} = 0,6 \text{ Гн}$. **7.42.** $I_2 = 0,37 \text{ А}$. **7.43.** $I_2 = 1,2 \text{ А}$. **7.44.** $L_{12} =$

$= 0,5$ мкГн. **7.45.** $L_{12} = \mu\mu_0 nNS$. **7.46.** $L_{12} = \mu\mu_0 Na \ln \frac{r+a}{a}$. **7.47.** $k = 10$.

7.48. $N_2 = 40$. **7.49.** $U_2 = 20$ В. **7.50.** $k = 10$. **7.51.** $I_2 = 1,4$ А. **7.52.** $N_2 = 72$.

7.53. $U_2 = 2400$ В, $N_1 = 200$, $N_2 = 4000$. **7.54.** $U_2 = 6,7$ В.

7.55. $P = 480$ Вт. **7.56.** $r = 100$ Ом. **7.57.** $U_2 = 20$ В. **7.58.** $I_1 = 40$ А,

$P_1 \approx P_2 = 4800$ Вт. **7.59.** $t = 955$ с.

8.1. $\lambda = 28,26$ м. **8.2.** $\Delta\lambda = 18,84 - 59,58$ м. **8.3.** $L = 2,817$ мГн.

8.4. $L = 2,536$ мкГн. **8.5.** Необходимо подключить параллельно конденсатор с емкостью $C = 72$ пФ или включить последовательно катушку с индуктивностью $L = 165$ мкГн. **8.6.** $\varepsilon = 2,98$. **8.7.** $U(T/8) =$

$= 141,4$ В, $U(T/4) = 0$ В. **8.8.** $A = 8$ мДж. **8.9.** $\nu_{\text{рез}} = 10$ кГц, $L = 25,36$ мГн.

8.10. $T = 1 \cdot 10^{-4}$ с, $C = 1000$ пФ, $W_{\text{эл}} = 5,0 \cdot 10^{-5}$ Дж. **8.11.** $\frac{W_{\text{эл}}}{W_{\text{м}}} (T/4) = 0$;

$\frac{W_{\text{эл}}}{W_{\text{м}}} (T/8) = 1$. **8.12.** $I_m = 1$ А. **8.13.** $\Phi_m = 0,141$ мкВб. **8.14.** $\frac{U_C(0)}{U_C(4T)} =$

$= 1,0126$. **8.15.** $U_C = 74,6e^{-0,4t} \cos \pi t$. **8.16.** $R = 0,36$ Ом. **8.17.** $\nu \approx 6895$ Гц.

8.18. $\text{tg} \varphi = 21,98$. **8.19.** $\nu_{\text{рез}} = 141,4$ Гц. **8.20.** $U_1 = 36,7$ В, $U_2 = 183,3$ В.

8.21. $R/Z = 0,95$, $X_L/Z = 0,30$. **8.22.** $\frac{U_C}{U_R} = 7,96$. **8.23.** $C \approx 4,18$ мкФ.

8.24. $L = 364$ мГн. **8.25.** а) $Z = 520$ Ом; б) $Z = 635,9$ Ом. **8.26.** $C = 1000$ мкФ.

8.27. $U_{Cm} = 15,9$ кВ. **8.28.** $L = 507$ мГн. **8.29.** $U_R = 155,6$ В.

8.30. $C = 13,8$ мкФ.

9.1. $\lambda = 28$ м. **9.2.** $\nu = 2,45$ ГГц. **9.3.** $n = 1,59$. **9.4.** $\lambda_{\text{вакуум}} / \lambda_{\text{бензол}} =$

$= 1,51$. **9.5.** $l = 646$ м, $\Delta t = 37,7$ мкс. **9.6.** $\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = 1,44$.

9.7. $H_m = 0,053$ А/м. **9.8.** $E_m = 50$ В/м. **9.9.** $p = 4,442 \cdot 10^{-10}$ Па.

9.10. $I = 11,84$ Вт/м².

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

Основные тригонометрические формулы

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$	$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$
$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$	$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$
$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$	$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$
$\sin(\pi \pm \alpha) = \mp \sin \alpha$	$\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha$

Таблица П2

Формулы производных некоторых функций

$(C)' = 0$	$(x^n)' = nx^{n-1}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(e^x)' = e^x$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Таблица ПЗ

Правила дифференцирования

$(Cf(x))' = Cf'(x)$
$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
$(f(g(x)))' = f'(g)g'(x)$

Таблица П4

Формулы для неопределенных интегралов некоторых функций

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1)$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C (a \neq 0)$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C (a > 0)$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$

Таблица П5

Правила интегрирования

$\int Cf(x) dx = C \int f(x) dx$
$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

Таблица П6

Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя α -частицы	m_α	$6,64 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$9 \cdot 10^9$ Н·м ² /Кл ²
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Число Лоренца	L	$2,45 \times 10^{-8}$ Дж ² /(Кл ² ·К ²)
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Магнетон Бора	μ_B	$9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл

Таблица П7

Греческий алфавит

Обозначения	Названия букв	Обозначения	Названия букв
A, α	альфа	N, ν	ню
B, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	O, o	омикрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пи
E, ϵ	эпсилон	P, ρ	ро
Z, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
H, η	эта	T, τ	тау
Θ, θ	тета	Υ, υ	ипсилон
I, ι	йота	Φ, ϕ	фи
K, κ	каппа	X, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
M, μ	мю	Ω, ω	омега

Таблица П8

Обозначения и названия некоторых единиц

Обозначение	Название	Обозначение	Название	Обозначение	Название
А	ампер	Кл	кулон	Ом·м	Ом-метр
Вт	ватт	Дж	джоуль	м	метр
Вт·ч	ватт-час	К	кельвин	рад	радиан
Вб	вебер	Ом	ом	с	секунда
В	вольт	Ф	фарад	ср	стерадиан
Гн	генри	Тл	тесла	ч	час
Гц	герц	См	сименс	эВ	электрон-вольт

Таблица П9

Единицы величин в СИ

Величина	Единица величины в СИ	Величина	Единица величины в СИ
Электрическое напряжение, электрический потенциал, ЭДС	В	Удельная электрическая проводимость	См/м
Сила тока	А	Электрическая проводимость	См
Электрический заряд	Кл	Индуктивность	Гн
Напряженность электрического поля	В/м	Частота колебаний	Гц
Электрическая емкость	Ф	Магнитный поток	Вб
Электромагнитная энергия	Дж	Магнитная индукция	Тл
Плотность электрического заряда: линейная поверхностная объемная	Кл/м Кл/м ² Кл/м ³	Электрическое сопротивление	Ом
		Удельное электрическое сопротивление	Ом·м

Таблица П10

Десятичные приставки к названиям единиц

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10 ¹⁸	деци	д	10 ⁻¹
пета	П	10 ¹⁵	санتي	с	10 ⁻²
тера	Т	10 ¹²	мили	м	10 ⁻³

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

Таблица П11

Плотность металлов

Вещество	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$	Вещество	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$
Алюминий	2,71	Медь	8,9
Вольфрам	19,1	Платина	21,5
Железо	7,8	Свинец	11,34
Золото	19,3	Серебро	10,5
Латунь	8,6	Титан	4,5
Магний	1,74	Цинк	7,1

Таблица П12

Диэлектрическая проницаемость веществ

для газов – при $T = 273 \text{ К}$, жидкостей и твердых веществ – при $T = 293 \text{ К}$

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Вакуум	1,00000	Слюда	4–10
Воздух	1,00057	Янтарь	2,2–2,9
Азот	1,0058	Эбонит	2,5–4,0
Кислород	1,00055	Резина	3,0–6,0
Водород	1,00057	Каучук	2,5–3,0
Водяной пар (при 373 К)	1,006	Лед (при 263 К)	70
Вода	81	Древесина сухая	2,2–3,7
Масло трансформаторное	2,2	Полиэтилен	2,3
Бензин	1,9–2,0	Полистирол	2,3–2,5
Керосин	2	Полихлорвинил	5
Глицерин	43	Парафин	2,2
Этиловый спирт	26	Воск	7,8
Метиловый спирт	33,5	Фарфор	4,4–6,8
Ацетон	21,4	Алмаз	5,7

Таблица П13

Дипольные моменты молекул

Вещество	$p_e, 10^{-30}$ Кл·м	Вещество	$p_e, 10^{-30}$ Кл·м
Вода	6,13	Бромбензол	5,10
Этиловый спирт	5,57	Хлорбензол	5,24
Ацетон	9,04	Нитробензол	13,11
Глицерин	0,93	СО	0,33
Пиридин	7,34	NH ₃	4,77
Фенол	7,84	NO	0,23
Бензол	0	O ₃	1,77

Таблица П14

Магнитная проницаемость веществ

Вещество	μ	Вещество	μ
Воздух	1,00000038	Висмут	0,999824
Кислород	1,0000019	Вода	0,999991
Кислород жидкий (при 80,75 К)	1,0034	Водород	0,999999937
Алюминий	1,000023	Медь	0,99999
Вольфрам	1,000176	Стекло	0,999987
Магний	1,000013	Железо*	8000
Натрий	1,000016	Кобальт*	175
Титан	1,000161	Никель*	1100
Платина	1,00026	Чугун*	600-800

*Максимальное значение

Таблица П15

Удельное электрическое сопротивление веществ (при 293 К)

Вещество	$\rho, 10^{-6}$ Ом·м	Вещество	$\rho, \text{Ом}\cdot\text{м}$
Алюминий	0,028	Германий	0,47
Вольфрам	0,055	Кремний	$2,3 \cdot 10^3$
Железо	0,10	Ацетон	$8,3 \cdot 10^4$
Медь	0,017	Этиловый спирт	$1,5 \cdot 10^5$
Серебро	0,016	Вода морская	0,3
Золото	0,024	Вода речная	10–100
Графит	13	Вода дистиллиро- ванная	10^3 – 10^4
Константан	0,5	Воздух	10^{15} – 10^{18}
Нихром	1,1	Стекло	10^9 – 10^{13}

Вещество	$\rho, 10^{-6}\text{Ом}\cdot\text{м}$	Вещество	$\rho, \text{Ом}\cdot\text{м}$
Платина	0,107	Масло трансформаторное	$10^{10}-10^{13}$
PbS	9,1	Эбонит	10^{18}

Таблица П16

Температурный коэффициент сопротивления (при 293 К)

Вещество	$\alpha, 10^{-3} \text{К}^{-1}$	Вещество	$\alpha, 10^{-3} \text{К}^{-1}$
Алюминий	4,3	Ртуть	0,92
Вольфрам	4,1	Серебро	3,8
Золото	3,9	Константан	0,03
Медь	3,8	Манганин	0,02
Никель	6,5	Никелин	0,23
Платина	3,9	Нихром	0,25

Таблица П17

Работа выхода электрона

Вещество	$A, \text{эВ}$	Вещество	$A, \text{эВ}$
Барий	2,4	Барий на вольфраме	1,1
Вольфрам	4,5	Торий	3,4
Платина	5,3	Торий на вольфраме	2,6
Серебро	4,3	Цезий	1,8
Графит	4,7	Цезий на вольфраме	1,4
Оксид бария	1,0	Кальций	2,8

ЛИТЕРАТУРА

1. Наркевич, И. И. Физика для ВТУЗов: в 2 т. / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск: Выш. шк., 1992. – Т. 1; 1994. – Т. 2.
2. Наркевич, И. И. Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск: Новое знание, 2004.
3. Физика. Лабораторный практикум. В 3 ч. Ч. 2. Электричество и магнетизм: учеб. пособие / Н. Н. Крук [и др.]. – Минск: БГТУ, 2017.
4. Бобрович, О. Г. Физика. В 5 ч. Ч. 2. Электростатика. Постоянный электрический ток / О. Г. Бобрович, В. В. Тульев. – Минск: БГТУ, 2011.
5. Бобрович, О. Г. Физика. В 5 ч. Ч. 3. Магнитное поле. Электромагнитные волны / О. Г. Бобрович, В. В. Тульев. – Минск: БГТУ, 2013.
6. Детлаф, А. А. Курс физики: в 3 т. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1987. – Т. 1; 1989. – Т. 2; 2003. – Т. 3.
7. Савельев, Е. В. Курс общей физики: в 3 т. / Е. В. Савельев. – М.: Наука, 1987–1989. – Т. 1–3.
8. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1985.
9. Трофимова, Т. И. Сборник задач по общему курсу физики: учеб. пособие для студентов ВТУЗов / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1996.
10. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1985.
11. Чертов, А. Г. Задачник по физике: учеб. пособие для ВТУЗов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1988.
12. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М.: Высш. шк., 1988.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	4
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО	5
§ 1. Электростатическое поле в вакууме	5
§ 2. Электростатическое поле в веществе	29
§ 3. Электрическая емкость проводников и конденсаторов. Энергия электрического поля	41
§ 4. Постоянный электрический ток	56
МАГНЕТИЗМ.....	71
§ 5. Магнитное поле в вакууме	71
§ 6. Магнитное поле в веществе	98
§ 7. Электромагнитная индукция. Энергия магнитного поля	106
§ 8. Электромагнитные колебания. Переменный электриче- ский ток	122
§ 9. Электромагнитные волны	130
ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ	133
ПРИЛОЖЕНИЕ	140
ЛИТЕРАТУРА	147

Учебное издание

**Кленицкий Дмитрий Викентьевич
Тульев Валентин Валентинович
Буцень Андрей Викторович и др.**

**ФИЗИКА
СБОРНИК ЗАДАЧ**

В 3-х частях

Часть 2. Электричество и магнетизм

Учебно-методическое пособие

Редактор *Е. И. Гоман*
Компьютерная верстка *Е. А. Матейко*
Дизайн обложки *Е. А. Матейко*
Корректор *Е. И. Гоман*

Подписано в печать 22.11.2022. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать ризографическая.
Усл. печ. л. 8,7. Уч.-изд. л. 8,9.
Тираж 300 экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение:
УО «Белорусский государственный технологический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/227 от 20.03.2014.
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.