

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ПРОТОЧНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ В ЛИНЕЙНОМ ГРОХОТЕ

Минск, БГТУ

В последние годы в зарубежной цементной и горнорудной промышленности для обеспечения работы мельниц мокрого помола в замкнутом цикле с успехом начали применять проточные дуговые грохоты. Для этих же целей можно использовать и линейные проточные грохоты. Однако использование как линейных, так и дуговых грохотов сдерживается отсутствием инженерной методики расчета. Опишем математически процессы, происходящие в линейном грохоте.

Обозначим скорость потока вдоль перфорированной поверхности грохота  $u_x$ , а толщину этого потока через  $b$ , скорость фильтровального потока через  $u_y$ , угол наклона плоского грохота через  $\alpha$ . Запишем уравнение Навье-Стокса для плоского ламинарного несжимаемого течения при наличии фильтровального потока и уравнение неразрывности:

$$\begin{cases} u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu_c \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + g \sin \alpha \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность потока суспензии;  $p$  – давление;  $\nu_c$  – кинематическая вязкость суспензии;  $g$  – ускорение свободного падения.

Учитывая граничные условия уравнение Навье-Стокса для потока вдоль оси  $Ox$  запишется так:

$$u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \nu_c \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + g \sin \alpha. \quad (2)$$

Решаем уравнение, учитывая условие прилипания на стенке:  $u_x = 0$  при

$y = 0$ ;  $-\tau_m = \mu_c \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$  на свободной поверхности при  $y = b$ :

Интегрируя профиль скорости по толщине пленки, получим зависимость для среднерасходной скорости пленки суспензии:

$$u_{\text{ср.р.}} = \frac{1}{b} \left( \frac{g \nu_c \sin \alpha}{u_\phi^2} e^{\frac{|u_\phi| b}{\nu_c}} \left( b + \frac{\nu_c}{|u_\phi|} e^{\frac{|u_\phi| b}{\nu_c}} - \frac{\nu_c}{|u_\phi|} \right) - \frac{g b^2 \sin \alpha}{2 |u_\phi|} \right). \quad (3)$$

Полученная из уравнения Навье-Стокса зависимость хорошо описывает поведение жидкости в канале с перфорированным днищем. В реальных же грохотах гидродинамическая картина сложнее [1, 2, 3]. Поэтому вводим

понятие эффективной вязкости  $\mu_{эф}$ , которая зависит в основном от объемной концентрации частиц  $\varphi$ . Для определения эффективной вязкости Эйнштейном была теоретически получена следующая зависимость:

$$\mu_{эф} = \mu_{ж} (1 + 2,5\varphi). \quad (4)$$

Для более точного расчета скорости пленки необходимо вводить поправочный коэффициент  $A$ , учитывающий взаимодействие частиц суспензии с фильтровальной поверхностью:

$$u_{пл} = u_{пл.р.} (1 - A). \quad (5)$$

Основное влияние на коэффициент  $A$  оказывают концентрация суспензии  $\varphi$ , скорость пленки суспензии и фильтровального потока, а также соотношение плотностей жидкой и твердой фаз. Согласно экспериментальным данным значение коэффициента  $A$  можно найти по следующей зависимости:

$$A = 0,73\varphi^{0,3} \left( \frac{u_{ист}}{u_{пл.р.}} \right)^{0,51} \left( \frac{\rho_{ч}}{\rho_{ж}} \right)^{0,25}. \quad (6)$$

Скорость фильтрования можно найти, используя зависимость

$$u_{ф} = u_{ист} c K_n, \quad (7)$$

где  $c$  — коэффициент, учитывающий долю фильтровальной поверхности, занятой отверстиями;  $K_n$  — коэффициент перекрытия отверстий.

Скорость истечения жидкости через отверстия перфорации  $u_{ист}$  можно найти по известной зависимости, сделав поправку на  $\xi$  коэффициент сопротивления отверстий [4,5,6].

Результаты исследований по определению  $\xi$  хорошо аппроксимируются следующей зависимостью:

$$\xi = 1 + \left( \frac{u_{пл}}{u_{ист} \sin \alpha} \right)^{1,2}. \quad (8)$$

Зависимость для определения скорости истечения можно представить следующим образом:

$$\rho_{ж} b g + P_0 = \rho_{ж} u_{ист}^2 + \frac{\rho_{ж} u_{ист}^{0,8} u_{пл}^{1,2}}{2 \sin^{1,2} \alpha}, \quad (9)$$

где  $P_0$  — избыточное давление, создаваемое в некоторых конструкциях прохотов над пленкой суспензии [7].

Перекрытие отверстий перфорированной поверхности может значительно снижать скорость фильтрации.

Коэффициент перекрытия определится следующей зависимостью:

$$K_n = 1 - \frac{0,95}{\sqrt[3]{\left( \frac{1}{\varphi(1 - C_\delta)} \right)^2}}, \quad (10)$$

где  $C_{\delta}$  – количество частиц, содержащихся в единице объема.

Все вышеописанное относится только к движению жидкой фазы. Для того чтобы описать классификацию твердых частиц, изменение их концентрации в суспензии (т.е. описать процесс грохочения), рассмотрим силы, действующие на частицы в пленке суспензии.

Сделаем ряд допущений.

1. Движение жидкости с твердыми частицами вдоль фильтровальной поверхности ламинарное, и гидравлическое сопротивление частиц движению жидкой фазы описывается линейным законом Стокса.
2. Суспензия слабоконцентрированная, и частицы не стесняют движение друг друга, не соударяются, не коагулируют.
3. Электростатические, термофоретические, диффузиофоретические и другие силы негидродинамической природы отсутствуют.

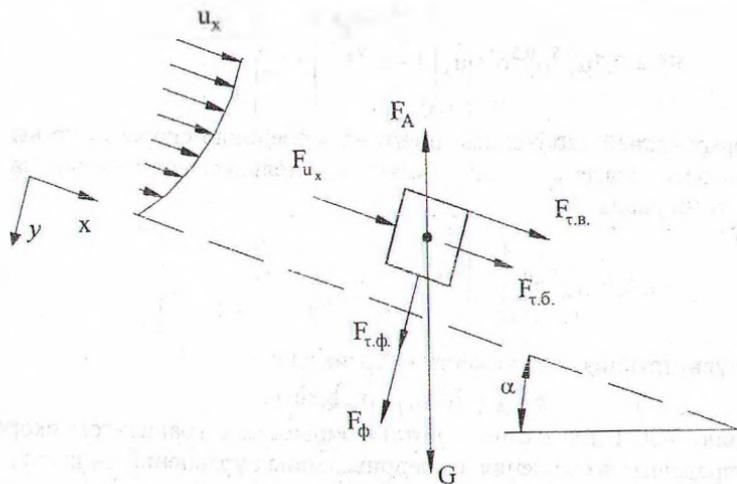


Рис. 1. Частица на поверхности грохота

По оси  $y$  на частицы будут действовать следующие силы.

Сила тяжести и сила Архимеда, результирующая которых запишется в следующем виде:

$$F_{Г-А} = \delta^3 (\rho_{ч} - \rho_{ж}) g \cos \alpha. \quad (11)$$

Сила гидравлического сопротивления частицы фильтровальному потоку [8,9,10]:

$$F_{\phi} = 10,5 \mu_{ж} |u_{\phi} - v_y| \delta. \quad (12)$$

Сила воздействия касательных напряжений фильтровального потока на четыре боковые грани частицы, которая равна

$$F_{\tau\phi}^{\zeta} = 2,74\rho_{\text{ж}}^{0,5}\mu_{\text{ж}}^{0,5}|u_{\phi} - v_y|^{1,5}\delta^{1,5}. \quad (13)$$

В горизонтальном направлении на частицу будут действовать следующие силы.

Сила гидравлического сопротивления, возникающая при воздействии на частицы потока жидкости  $u_x^{\text{ср}}$ , движущегося вдоль фильтровальной поверхности. Она определяется аналогично  $F_{\phi}$ :

$$F_{u_x} = 10,5\mu_{\text{ж}}\delta|u_x - v_x| \cdot \left( 1 - \frac{v_{\text{ж}}}{\delta u_{\phi}} + \frac{v_{\text{ж}}}{\delta u_{\phi}} e^{\frac{-u_{\phi}\delta}{v_{\text{ж}}}} \right). \quad (14)$$

Сила воздействия касательных напряжений за счет потока жидкости, движущегося вдоль фильтровальной поверхности, на верхнюю грань:

$$F_{\tau}^B = 0,7\mu_{\text{ж}}^{0,5}\rho_{\text{ж}}^{0,5}\delta^{1,5} \left| u_x \left( 1 - e^{\frac{-u_{\phi}\delta}{v_{\text{ж}}}} \right) - v_x \right|^{1,5}. \quad (15)$$

Для боковых граней необходимо принимать среднюю скорость по высоте из зависимости. Тогда сила воздействия касательных напряжений на две боковые грани равна

$$F_{\tau}^B = 1,4\delta^{1,5}\mu_{\text{ж}}^{0,5}\rho_{\text{ж}}^{0,5} \left| u_x \left( 1 - \frac{v_{\text{ж}}}{\delta u_{\phi}} + \frac{v_{\text{ж}}}{\delta u_{\phi}} e^{\frac{-u_{\phi}\delta}{v_{\text{ж}}}} \right) - v_x \right|^{1,5}. \quad (16)$$

Сила, результирующая сил тяжести и Архимеда:

$$F_{T-A}^X = \delta^3(\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}})g \sin \alpha. \quad (17)$$

Траекторию движения частиц в потоке жидкости с градиентом скорости можно определить из решения вышеприведенных уравнений движения.

При движении частицы над отверстием поток истекающей жидкости будет стремиться втянуть частицу в отверстие. Если результирующая скорость центра тяжести частицы в момент соприкосновения с противоположной стенкой отверстия направлена таким образом, что линия действия этой результирующей пройдет выше этой точки, то возникает момент, вырывающий частицу из отверстия, если ниже, то частица пройдет через перфорированную поверхность. Экспериментальные исследования, проведенные нами на линейных грохотах, показали, что полнота отделения мелкой фракции определяется количеством отведенных частиц, размер которых близок к граничному. Поэтому для определения производительности линейного грохота по твердой фазе найдем участок его длины  $x_{\text{гр}}$ , на котором частица граничных размеров, находящаяся в верхних слоях пленки, достигнет перфорированного дна. Длину этого участка можно найти, составив систему уравнений движения частицы. Полагая, что на этом участке грохота все частицы, которые могут пройти через перфорированную

поверхность, будут иметь взаимодействие с последней, используя теорию вероятности, определяем количество отводенной мелкой фракции. Изменение количества твердой фазы в суспензии на участке грохота длиной  $dx$  можно найти по формуле

$$dQ_{\text{ч}} = \frac{-Q_{\text{ч}} C C_{\delta}^{\text{гр}} dx}{x_{\text{гр}}}, \quad (18)$$

где  $C_{\delta}^{\text{гр}}$  — количество частиц, размер которых меньше граничного;

Все вышеизложенное представляет собой полное математическое описание работы линейного грохота и может служить для расчета данного вида оборудования.

### Литература

1. Хаппель Дж. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса./ Хаппель Дж., Бренкер — М.: Мир, 1976. — 631с.
2. Бувечич Ю. А. О движении дисперсной системы в канале с профилируемыми стенками/ Ю. А. Бувечич В. М., Сафрай // Инж. физ. журнал. — 1968. Т.15. № 4. — С. 636 — 641.
3. Бокилла Ч. Вопросы теплопередачи в ядерной технике. — М.: Атомиздат, 1961. — 314с.
4. Рекин А. Д. Экспериментальное определение коэффициента истечения из канала через перфорированные стенки// Инж. физ. журнал. — 1982. Т.43. № 1. — С. 54 — 58.
5. Ханженков В. И. Сопротивление истечению через отверстия в стенке в присутствии проходящего потока // Промышленная аэродинамика. — М.: Оборонгиз, 1959. — Вып.15. — С. 5 — 19.
6. Левданский Э. И. Разработка газоцентробежных аппаратов для разделения крупнодисперсных гетерогенных систем: Дис. д-р.техн.наук. — Львов, 1990. — 397с.
7. А.с. 1510951 СССР. Устройство для разделения суспензий /Левданский Э. И., Кохно Н. П., Плехов И. М., Зайцев А. И., Левданский А. Э. — Оpubл. 1989, Бюл. № 36.
8. Романков П. Г. Гидромеханические процессы химической технологии/ П. Г. Романков, М. И. Курочкина— Л.: Химия, 1974. — 228с.
9. Коган В. Б. Теоретические основы типовых процессов химической технологии. — Л.: Химия, 1977. — 591с.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1969. — 743с.