

А. П. Клубков, доцент; А. А. Гришкевич, канд. техн. наук; В. И. Гиль, канд. техн. наук

### ЖЕСТКОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ ТВЕРДОСПЛАВНЫХ ПАЯНЫХ РЕЗЦОВ

Calculations of rigidity and frequency of free fluctuations of two-layer cutters milling woodworking the tool are considered.

В деревообрабатывающей промышленности повышение производительности механической обработки и качества обработанной поверхности детали достигается многими путями. Однако наименее исследованным и скрывающим наибольшие производственные возможности является путь исследования и правильного использования динамических процессов, происходящих в упругих замкнутых технологических системах. Это, прежде всего, относится к жесткости и колебаниям технологических систем.

При обработке заготовок на деревообрабатывающих станках технологическая система «станок – приспособление – инструмент – деталь» подвергается действию возникающих при резании сил, которые вызывают деформацию звеньев системы.

Величина этих деформаций зависит от силы резания и жесткости системы, определяемой в направлении, перпендикулярном к обрабатываемой поверхности.

Погрешность обработки из-за упругих деформаций обратно пропорциональна жесткости системы, которая, в свою очередь, зависит от жесткости составляющих звеньев, т. е. от жесткости станка, приспособления, инструмента и детали. Так как податливость системы в общем случае равна сумме податливостей отдельных звеньев, то жесткость системы будет всегда меньше минимальной жесткости самого слабого звена.

Если жесткость одного звена будет низкой (например, режущего инструмента), то вся система будет иметь жесткость еще ниже.

На автоматах и полуавтоматах периодически заменяют режущий инструмент, отклонения в геометрии его заточки и погрешности в установке по высоте будут вызывать изменения силы резания  $F_r$ . Это приведет к образованию погрешностей обработки, имеющих величину более высокого порядка, чем ранее рассмотренные погрешности.

Жесткость резца характеризуется его способностью деформироваться. Если не учитывать податливость закрепления резца, то резец можно рассматривать как консольно защемленную балку (рис. 1). Обычно расчет многослойных конструкций производят относительно упругого центра сечения, но для балок переменного сечения положение упругого центра меняется по длине, ось, проходящая через упругие центры, оказывается ломаной, а на некоторых участках даже криволиней-

ной. Поэтому в качестве расчетных принимаем произвольные оси XYZ с началом координат на лезвии резца. При нагружении резца силой  $F$  ось  $OX$  будет изгибаться. Кривизна ее в любом сечении на расстоянии  $X$  от начала координат определяется формулой

$$K = \frac{M \sum_{i=1}^n E_i A_i}{\sum_{i=1}^n E_i A_i \sum_{i=1}^n E_i J_i - \left( \sum_{i=1}^n E_i S_i \right)^2},$$

где  $n$  – число слоев в сечении;  $M$  – изгибающий момент в сечении;  $E_i$  – модуль продольной упругости слоев 1, 2;  $A_i$ ,  $S_i$ ,  $J_i$  – площади слоев, статические моменты, моменты инерции слоев относительно оси  $Z$ .

Геометрические характеристики  $A_i$ ,  $S_i$ ,  $J_i$  являются функциями координаты  $X$ . Учитывая, что для достаточно жестких балок, можно записать приближенное дифференциальное уравнение расчетной оси  $X$ .

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = M/B. \quad (1)$$

В курсе «Сопротивление материалов» кривизна представляется в  $1/\rho$ , для упрощения записи формулы кривизны  $1/\rho$  обозначим через  $K$ , где

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n E_i A_i \sum_{i=1}^n E_i J_i - \left( \sum_{i=1}^n E_i S_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n E_i A_i}.$$

Интегрируя дважды уравнение (1), получим угол поворота  $\Theta$  и прогиб  $y$  в любом сечении на расстоянии  $x$  от начала координат. Для двухслойного резца, показанного на рис. 1, величина  $B$  на участках  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  будет выражаться различными функциями  $B_1 = f_1(x)$ ,  $B_2 = f_2(x)$ ,  $B_3 = f_3(x)$ . Следовательно, для каждого участка дифференциальное уравнение (1) необходимо записать отдельно.

Постоянные интегрирования этих уравнений будут определяться из граничных условий в целом для резца и из условий на границах участков.

В целом для резца при  $X = 1$ ,  $y = 0$ ,  $dy/dx = 0$ . На границе участков  $a_1$  и  $a_2$ ,  $y_1 = y_2$ ,  $dy_1/dx_1 = dy_2/dx_2$ . На границе участков  $a_2$  и  $a_3$ ,  $y_2 = y_3$ ,  $dy_2/dx_2 = dy_3/dx_3$ .

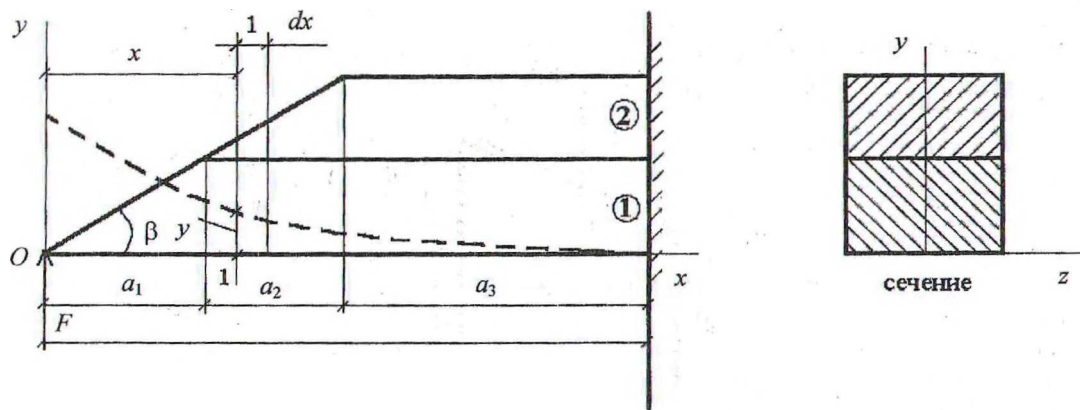


Рис. 1. Схема к расчету жесткости двухслойного резца

Решение при этом получается довольно громоздким, кроме того, при  $x \rightarrow 0$  получается неопределенность. Поэтому задачу удобнее решать используя численное интегрирование. В этом случае целесообразно выбирать пределы интегрирования так, чтобы постоянные интегрирования обращались в ноль. Первый интеграл уравнения (1) дает угол поворота сечения

$$\Theta = \int_x^l \frac{M}{B} dx. \quad (2)$$

Произвольная постоянная в этом выражении отсутствует, так как в защемлении ( $x = 1$ )  $\Theta = 0$ . Интегрируя еще раз выражение (1), находим прогиб

$$y = \int_x^l \Theta dx. \quad (3)$$

Вычисление интегралов (2) и (3) можно проводить по формуле трапеций, разделив резец на некоторое число участков равной длины. Таким образом, определив прогибы  $y$  от силы  $F = 1$ , можно судить о жесткости резца.

Рассмотрим свободное колебание двухслойного резца. В любой момент времени при отсутствии силы  $F$  грань  $OC$  (рис. 1) колеблющегося резца занимает положение, определяемое ординатой  $y$ . Согласно принципу Даламбера, выделенный элемент  $dx$  должен находиться в равновесии от силы инерции  $dF_i$  и внутренних сил (рис. 2). При этом

$$dF_i = (A_1 \rho_1 + A_2 \rho_2) \times dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где  $A_1, A_2$  – площадь сечения слоев 1 и 2;  $\rho_1, \rho_2$  – плотности материала слоев 1 и 2. Запишем уравнение равновесия элемента резца длиной  $dx$ .

$$\Sigma y = 0;$$

$$Q - dF_i - (Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) = 0;$$

$$\Sigma M_{oi} = 0;$$

$$-M - dF_i \frac{dx}{2} + (M + \frac{\partial M}{\partial x} dx) - (Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) dx = 0.$$

После преобразования, пренебрегая малыми величинами второго порядка, получим:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{dF_i}{dx} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} - Q = 0. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) найдем

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{dF_i}{dx} = 0.$$

В данное уравнение подставим  $dF_i$  согласно уравнению (4)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + (A_1 \rho_1 + A_2 \rho_2) \times \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (7)$$

Продифференцируем уравнение (1) дважды по  $x$  и подставим в уравнение (7):

$$\frac{d^2}{dx^2} (B \frac{d^2 y}{dx^2}) - (A_1 \rho_1 + A_2 \rho_2) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (8)$$

Решением этого уравнения относительно  $t$  будет

$$y = v \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

где  $v$  – амплитудное смещение расчетной оси в сечении, которое зависит только от расстояния  $x$ .

Продифференцировав уравнение (9) дважды по  $t$  и дважды по  $x$  и подставив в (8), получим:

$$\frac{d^2}{dx^2} (B \frac{d^2 v}{dx^2}) - (A_1 \rho_1 + A_2 \rho_2) \omega^2 v = 0. \quad (10)$$

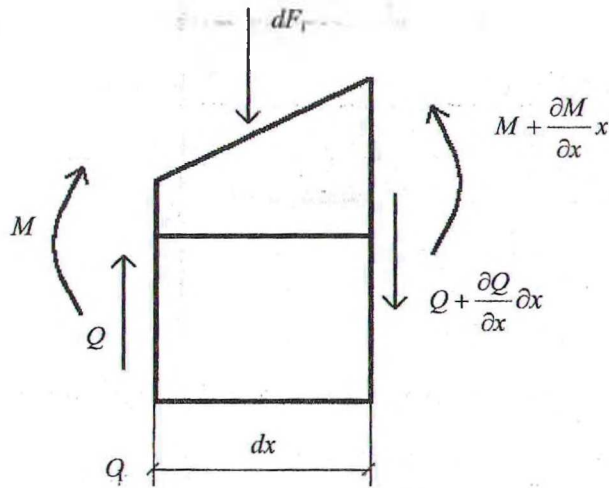


Рис. 2. Схема нагружения элементарного участка резца

Как и в случае определения перемещений, уравнение (10) для каждого участка резца надо записать отдельно. Из граничных условий определяются постоянные интегрирования.

На границе первого и второго участков

$$v_1 = v_2; \quad \frac{dv_1}{dx_1} = \frac{dv_2}{dx_2}; \quad B_1 \frac{d^2 v_1}{dx_1^2} = B_2 \frac{d^2 v_2}{dx_2^2};$$

$$B_1 \frac{d^3 v_1}{dx_1^3} = B_2 \frac{d^3 v_2}{dx_2^3}.$$

Аналогичные условия будут на границе второго и третьего участков.

В целом для резца:  
при  $x = 0$

$$B_1 \frac{d^2 v_1}{dx_1^2} = 0; \quad B_1 \frac{d^3 v_1}{dx_1^3} = 0;$$

при  $x = l$

$$v_3 = 0, \quad dv_3/dx_3 = 0.$$

Такое решение довольно сложно и затруднительно, поэтому для определения частоты свободных колебаний применим метод последовательных приближений с использованием формулы Рэлея и численного интегрирования. Скорость точек резца при колебаниях определяется из формулы (11):

$$\frac{dy}{dx} = v \omega \cos(\omega t + \varphi). \quad (11)$$

#### Выводы

Предложенная методика может быть использована для расчета дереворежущего инструмента (паяных твердым сплавом резцов) при его проектировании.