УДК 625:539.3

С. С. Макаревич, профессор; А. П. Лащенко, доцент

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГРУНТОВОЙ ДОРОГИ ОТ НАГРУЗКИ СПАРЕННЫХ КОЛЕС АВТОМОБИЛЯ КАК УПРУГОГО ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Vertical displacement soils roads are determined from ganged travell about car. The pressure from each travell about is accepted evenly portioned on area of the circle.

Для определения перемещений в грунтовой дороге от спаренных колес автомобиля необходимо учитывать влияние одного колеса на перемещения, вызванные другим колесом. Давление колеса на дорогу будем считать равномерно распределенным по площади круга, равновеликого площади отпечатка колеса. Чтобы учесть влияние колес, необходимо уметь определять перемещения в произвольной точке полупространства как внутри контура давления колеса на дорогу, так и вне контура давления.

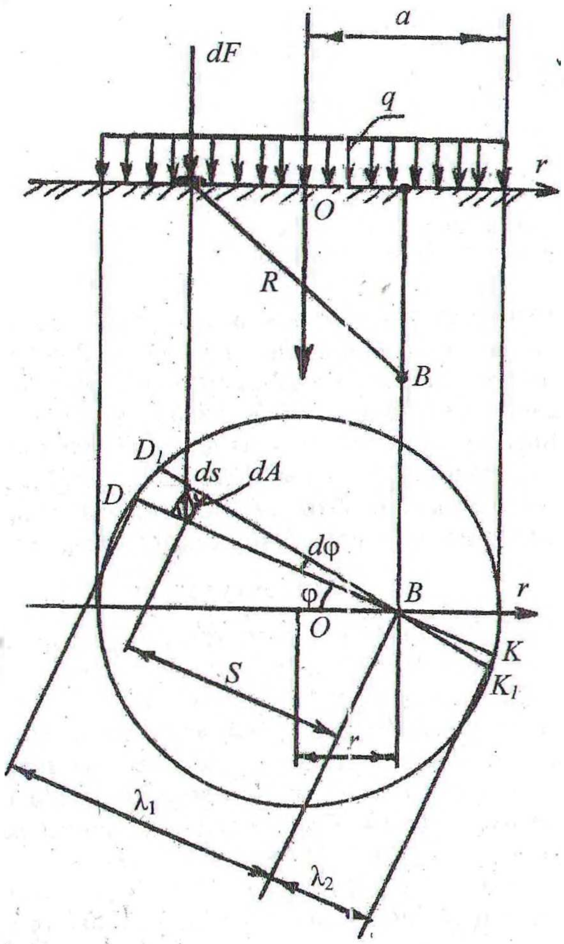

Рис. 1. Расчетная схема для вычисления вертикальных перемещений в пределах контура нагружения

В литературе [1] имеются достаточно простые зависимости для определения вертикальных перемещений поверхности полупространства внутри контура давления. Что касается перемещений в произвольной точке полупространства от нагрузки, распределенной по площади круга, то все решения [2, 3] для их определения выражены через функции Бесселя, а поэтому очень громоздки при вычислениях. В данной работе эти перемещения определены с использованием решения Буссинеска.

Рассмотрим полупространство, загруженное равномерно распределенной нагрузкой q по площади круга радиусом a (рис. 1). Определим вертикальное перемещение произвольной точки B, координаты которой удовлетворяют условиям: $0 \le z \le \infty$, $0 \le r \le a$.

Через точку B_1, являющуюся проекцией точки B на поверхность упругого полупространства, проведем хорду KD под углом φ к оси r. Дадим приращение углу φ и через точку B_1 проведем вторую хорду K_1D_1. На расстоянии s от точки B_1 выделим элементарную площадку $dA = sd\varphi ds$. На эту площадку действует элементарная сила:

$$dF = qdA = qsd\varphi ds. \qquad (1)$$

Согласно решению Буссинеска, от силы dF точка B переместится по вертикали на величину

$$dw = \frac{dF(1+\mu)}{2\pi E}\left(\frac{2(1-\mu)}{R} + \frac{z^2}{R^3}\right), \qquad (2)$$

где $R = \sqrt{s^2 + z^2}$; E – модуль упругости, μ – коэффициент Пуассона.

Подставив в (2) значение согласно (1) и произведя интегрирование по длине хорды KD и углу φ, найдем полное перемещение точки B от всей нагрузки:

$$w = \frac{q(1+\mu)}{2\pi E}(2\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi(2(1-\mu)(\int_0^{\lambda_1} \frac{sds}{(s^2+z^2)^{\frac{1}{2}}} +$$

$$+ \int_0^{\lambda_2} \frac{sds}{R}) + z^2 + (\int_0^{\lambda_1} \frac{sds}{R^3} + \int_0^{\lambda_2} \frac{sds}{R^3}))),$$

где $\lambda_1 = \sqrt{a - r^2 \sin^2 \varphi} + r\cos\varphi$;

$$\lambda_2 = \sqrt{a^2 - r^2 \sin^2 \varphi} - r\cos\varphi.$$

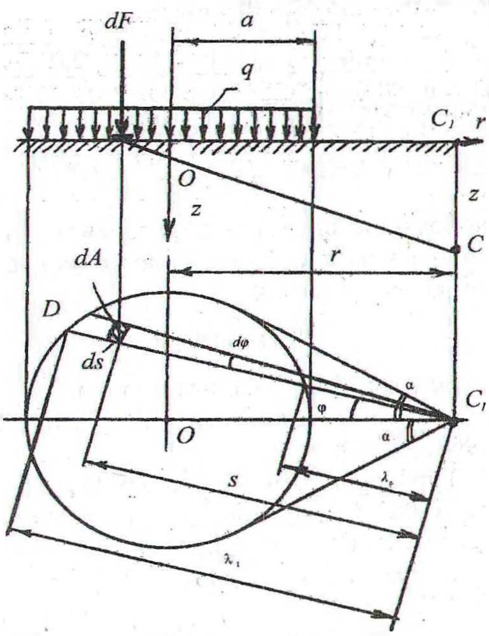

Рис. 2. Расчетная схема для вычисления вертикальных перемещений за пределами контура нагружения

После вычисления интегралов по переменной s получим:

$$w = \frac{qa(1+\mu)}{\pi E}\Bigl(2(1-\mu)\Bigl(\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\Phi_1}\,d\varphi + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\Phi_2}\,d\varphi - \pi\eta\Bigr) - \eta^2\Bigl(\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} - \frac{\pi}{2}\Bigr)\Bigr), \qquad (3)$$

где $\Phi_1 = \left(\sqrt{1-\rho^2\sin^2\varphi} + \rho\cos\varphi\right)^2 + \eta^2$;

$$\Phi_2 = \left(\sqrt{1-\rho^2\sin^2\varphi} - \rho\cos\varphi\right)^2 + \eta^2;$$

$$\rho = \frac{r}{a}, \qquad \eta = \frac{z}{a}.$$

А теперь определим вертикальное перемещение точки C, координаты которой удовлетворяют условиям: $0 \le z \le \infty$, $a \le r \le \infty$, т. е. точки, выходящей за пределы контура нагружения (рис. 2). Через точку C_1, проведем секущую C_1D. Как и в предыдущем случае, выделим элементарную площадку dA. Перемещение точки C от нагрузки, расположенной на элементарной площадке dA, запишется уравнением (2). Полное перемещение точки C получим интегрированием:

$$w = \frac{q(1+\mu)}{2\pi E}\left(2\int_0^{\alpha} d\varphi\left(2(1-\mu)\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\frac{s\,ds}{R} + z^2\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\frac{s\,ds}{R^3}\right)\right),$$

где $\lambda_0 = r\cos\varphi - \sqrt{a^2 - r^2\sin^2\varphi}$, $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{r}\right)$.

После вычисления интегралов по переменной s будем иметь:

$$w = \frac{qa(1+\mu)}{\pi E}\Bigl(2(1-\mu)\Bigl(\int_0^{\alpha}\sqrt{\Phi_1}\,d\varphi - \int_0^{\alpha}\sqrt{\Phi_2}\,d\varphi\Bigr) - \eta^2\Bigl(\int_0^{\alpha}\frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} - \int_0^{\alpha}\frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}}\Bigr)\Bigr). \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) позволяют определить вертикальное перемещение в любой точке полупространства, нагруженного давлением, равномерно распределенным по площади круга. Значения интегралов от функций Φ_1 и Φ_2 определяются численными методами. Перемещения от одновременного действия двух колес, т. е. от спаренных колес, можно определить как сумму перемещений от каждого колеса в отдельности. На рис. 3 показаны отношения вертикальных перемещений на поверхности полупространства к перемещению w_a, т. е. $\delta = w/w_a$,

где $w_a = \dfrac{4qa(1-\mu^2)}{\pi E}$.

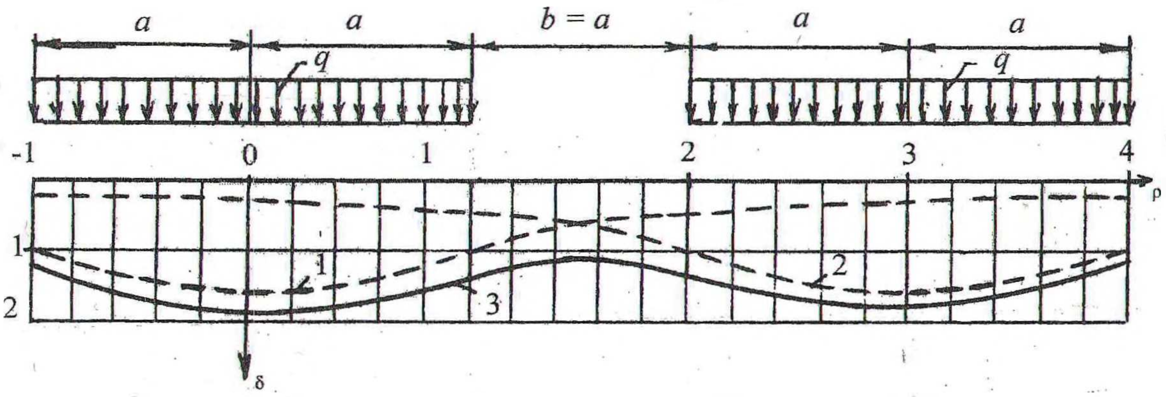

Рис. 3. Вертикальные перемещения поверхности грунтовой дороги

Таблица

Вертикальные перемещения поверхности полупространства

ρ = r/a	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
δ_1	1,569	1,555	1,511	1,418	1,276	1,0	0,736	0,606	0,519	0,456	0,406	0,367
δ_2	0,266	0,283	0,311	0,335	0,367	0,406	0,456	0,519	0,606	0,736	1,000	1,276
δ_c	1,835	1,838	1,822	1,753	1,643	1,406	1,192	1,125	1,125	1,192	1,406	1,643

Перемещения от каждого колеса изображены кривыми 1 и 2, а суммарное перемещение – кривой 3. При вычислении перемещений расстояние между контурами нагрузок принято равным радиусу круга, по которому распределена нагрузка от каждого колеса. Численные значения δ представлены в таблице. Для первого (левого) колеса $\delta_1 = w_1/w_a$, для второго (правого) колеса $\delta_2 = w_2/w_a$, для одновременного действия двух колес транспортного средства $\delta_c = w_c/w_a$, где $w_c = w_1+w_2$.

Зная δ, легко определить вертикальные перемещения для любых конкретных значений упругих характеристик полупространства, интенсивности нагрузки и радиуса круга нагружения, что позволит конструировать лесотранспортные средства для перевозки грузов по грунтовым дорогам с более обоснованными характеристиками.

Литература

1. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с.

2. Туроверов К. К. К вопросу исследования напряженного и деформированного состояния упругого слоистого полупространства // Тр. Ленинград. лесотехн. академ. – 1962. – Вып. 94. – С. 87–101.

3. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.