УДК 681.3.06

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ВУЗОВ

А.П. Лащенко, Р.О. Короленя

Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск

Эффективным инструментом анализа бизнес-процессов предприятий является экономико-математическое моделирование производственных процессов. С помощью моделей линейной оптимизации рассматриваются задачи, целью которых является составление оптимальных планов: производства, продаж, закупок, перевозок [1, 2]. В связи с чем, составной частью подготовки студентов экономических специальностей является изучение методов решения задач математического программирования, одной из которых является транспортная задача.

В классическом смысле, транспортная задача – задача о нахождении такого плана перевозки грузов от пунктов отправления до пунктов назначения, при котором транспортные затраты будут минимальны.

Одним из эффективных инструментов для решения такого рода задач является интегрированная система *MathCad* [2–4]. Важным достоинством которой является то, что постановка задачи и описание хода ее решения может задаваться в стандартной форме математического описания формул, символов и знаков. Встроенный редактор формул обеспечивает естественный «многоэтажный» набор формул в привычной математической нотации, а текстовый редактор дает возможность наглядного описания хода вычислений и анализа полученных результатов [2]. Немаловажным в настоящее время является также то, что для начала полноценной работы с системой необходим достаточно низкий порог входа, не требующий знаний программирования.

Для решения задач оптимизации в *MathCad* можно использовать встроенные функции *Maximize*, *Minimize* и логический блок *Given* [3, 4]. При этом главное условие использования этих инструментов – четкая формализация условий поставленной задачи в блоке *Given*. Оптимальное же решение получают с использованием функций *Maximize* или *Minimize*.

Одним из вариантов задания для исследования транспортной задачи, изучаемых студентами инженерно-экономического факультета БГТУ на лабораторных занятиях по дисциплине

«Компьютерные информационные технологии», является следующий [4].

Пример. На трех предприятиях A_1, A_2, A_3 *сосредоточена однородная продукция в объемах* 140, 180 *и* 160 *единиц. Продукцию необходимо перевезти в пункты назначения* B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 *в объемах соответственно* 60, 70, 120, 130 *и* 100 *единиц. Тарифы на перевозку единицы продукции с каждого из пунктов отправления в соответствующие пункты назначения задаются матрицей:*

$$c=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 4 & 1 & 4 & 1 \\ 9 & 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Необходимо составить такой план перевозок, при котором общая стоимость перевозок будет минимальной.

После обсуждения исходных данных и разбора типового примера, студентам предлагается составить математическую модель для индивидуального задания и формализовать ее в синтаксисе системы *MathCad* с использованием одномерных и двухмерных массивов (рис. 1–2).

Тарифы

$$c := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 4 & 1 & 4 & 1 \\ 9 & 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Запасы

$$a := (140 \quad 180 \quad 160)^T$$

Потребности

$$b := (60 \quad 70 \quad 120 \quad 130 \quad 100)^T$$

Проверка на закрытость $\sum a - \sum b = 0$

Рисунок 1 – Листинг исходных данных в MathCad

Целевая функция (рис. 2) представляет собой функцию пользователя и задается произведением матрицы тарифов и искомой матрицы плана перевозок. Опорный план студенты формируют самостоятельно любым известным для них методом (северо-западного угла, и т.д.). После задания опорного плана, рекомендуется вычислить стоимость перевозок по опорному плану.

Целевая функция

$$f(x) := \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{4} \left(c_{i,j} \cdot x_{i,j}\right)$$

Опорный план

$$x := \begin{pmatrix} 90 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 230 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120 & 60 \end{pmatrix}$$

Стоимость перевозок по опорному плану

$$f(x) = 2.04 \times 10^{3}$$

Блок ограничений

Given

$i := 0..2 \quad k := 0..4$

$m_{k,i} := 1$ **Вспомогательная единичная матрица**

$x \geq 0$ **Неотрицательность переменных**

$(x \cdot m)^{\langle 0 \rangle} = a$ **Проверка использования запасов**

$\left[(m \cdot x)^{T}\right]^{\langle 0 \rangle} = b$ **Удовлетворение всех потребностей**

Рисунок 2 – Листинг математической модели задачи

Решение задачи с использованием индексных переменных позволяет сократить ввод ограничений и подразумевает задание единичной матрицы размерами $k \times i$ (где k – количество пунктов назначения, i – количество пунктов отправления).

Оптимальное решение получают с использованием функции *Minimize* (рис. 3).

Оптимальный план перевозок

$d := \mathrm{Minimize}(f, x)$

$$d = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 70 & 60 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 & 100 \end{pmatrix}$$

Стоимость перевозок по оптимальному плану: $f(d) = 1.2 \times 10^{3}$

Проверка объема перевозки продуции только со 2-го пункта отправления:

$$a_1 - \sum \left(d^{T}\right)^{\langle 1 \rangle} = 0$$

Проверка объема перевозки продукции только в 5-ый пункт назначения:

$$b_4 - \sum_{i=0}^{2} \sum_{k=4}^{4} d_{i,k} = 0$$

Стоимость перевозок продукции только с 1-го пункта отправления:

$$\sum_{i=0}^{0} \sum_{k=0}^{4} \left(d_{i,k} \cdot c_{i,k}\right) = 280$$

Стоимость перевозок продукции только в 1-ый пункт назначения:

$$\sum_{i=0}^{2} \left(d_{i,0} \cdot c_{i,0}\right) = 120$$

Рисунок 3 – Листинг решения задачи и анализа результатов

Важнейшим этапом методики является проведение анализа полученных результатов на основе предикатов высказываний и различных возможностей работы с массивами в *MathCad*. В качестве предикатов высказываний могут выступать:

– выполняется ли то или иное условие из блока ограничений?;

– сколько стоит перевезти продукцию из конкретного пункта отправления?;

– сколько стоит перевезти продукцию в конкретный пункт назначения?;

– как изменить исходные данные, если перевозка из конкретного пункта отправления в конкретный пункт назначения невозможна?;

– и т.д.

Таким образом, в результате выполнения лабораторных работ с использованием системы *MathCad* и предлагаемой методики, студенты приобретают навык постановки задач математического программирования, формализации математических моделей и решения поставленной задачи.

Литература

1. Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич – М.: Высшая школа,1986. – 320 с.

2. Лащенко, А. П. Анализ производственных кейсов на базе задач оптимизации для студентов инженерно-экономических специальностей / А. П. Лащенко, Р. О. Короленя // мат. X МНИК «Информационные технологии в образовании, науке и производстве», Минск: БНТУ, 21-24 ноября 2022 г. – С. 349-355.

3. Черняк, А.А. Математика для экономистов на базе MathcCad / А.А. Черняк [и др.]. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 496 с.

4. Лащенко, А. П. Компьютерные информационные технологии. В 2 ч. Ч. 2 : лабораторный практикум для студентов специальностей 1-25 01 07 «Экономика и управление на предприятии», 1-26 02 02 «Менеджмент», 1-26 02 03 «Маркетинг» / А. П. Лащенко, Р. О. Короленя, С. А. Осоко. – Минск : БГТУ, 2020. – 217 с.