

Данные табл. 2 показывают, что, несмотря на некоторое увеличение трудоемкости, предлагаемые технологические процессы изготовления створок обеспечивают снижение материалов и энергоемкости их производства, а склеивание профильных брусков обеспечивает наибольшее снижение производственной себестоимости.

Снижение расхода пиломатериалов на производство профильных деталей оконных блоков по первой предлагаемой технологии составляет 15%, а по второй – 34,6%. По второй предлагаемой технологии производства профильных деталей снижение расхода связующего составляет 44%, а фрезерного инструмента и потребляемой электроэнергии – соответственно на 65 и 67,9%.

УДК 691:175-4198:678.0675

В.С. Шевчук, канд. техн. наук, директор Центра академреставрации

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Investigation of pressure limit structures based on anisotropic materials. The character of destruction of glued glass plastic prestressed construction has been determined in the course of the investigation.

Теория сопротивления изгибу предварительно напряженных клееных деревянных конструкций является одной из наиболее важных. Объясняется это тем, что для создания такой теории нужно решить комплекс механических, физико-механических и теплофизических задач, причем каждая из них является весьма сложной даже для неармированных клееных деревянных конструкций.

Поставленная в работе задача сводится к определению несущей способности предварительно напряженных стеклопластиковой арматурой клееных деревянных балок за пределом упругости, т.е. определению наибольшей нагрузки, которую способна выдержать армированная конструкция.

Для решения поставленной задачи необходимо вычислить деформации и усилия в балках при их работе за пределами упругости.

При изгибе стержня два соседних сечения x и $x+dx$ будут наклоняться друг к другу. Длина dx на расстоянии η от нейтральной оси при этом получит абсолютное удлинение Δdx , следовательно, относительное удлинение на расстоянии η выразится формулой (см. рисунок)

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} \quad (1)$$

Поскольку $\Delta dx/dx = \eta/\rho$, то имеем

$$\varepsilon = \frac{\eta}{\rho} \quad (2)$$

Равновесие сил, действующих на элемент dx стержня, выражается двумя равенствами:

$$\int \sigma dg = 0, \quad (3)$$

$$\int \sigma \eta dg = M. \quad (4)$$

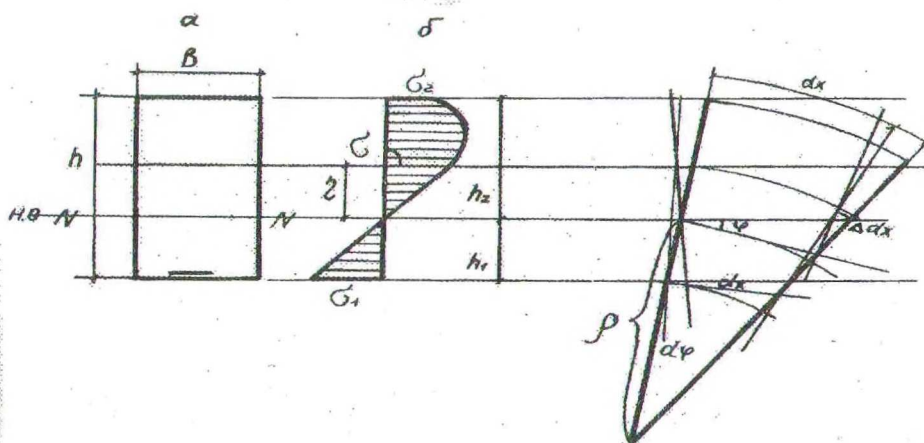


Рис. Распределение нормальных напряжений: а – поперечное сечение стержня; б – эпюра нормальных напряжений; в – схема к расчету

Элемент dg можно представить как $dg = \Phi(\eta) d\eta$, если ширину поперечного сечения в точке η обозначить через $b = \Phi(\eta)$.

Наконец, если переменную η на основании формулы (2) выразить через относительное удлинение ε , то равенство (3) получит вид

$$\int_{-\eta_1}^{\eta_2} \sigma dg = \rho \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) \Phi(\rho\varepsilon) d\varepsilon = 0. \quad (5)$$

Здесь $\varepsilon_1 = \eta_1/\rho_1$, $\varepsilon_2 = \eta_2/\rho_2$ представляют абсолютные значения относительных удлинений в точках поперечного сечения, наиболее удаленных от нейтральной оси. Поскольку $\eta_1 + \eta_2 = h$, то верхний предел ε_2 интеграла равен $\varepsilon_2 = h/\rho - \varepsilon_1$, так что пределы определяются по значениям η_1 и ρ .

Функции f и Φ можно считать заданными, и для одной из двух величин ε_1 и ρ возьмем произвольное значение. Тогда выражение

$$\int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon)\Phi(\rho\varepsilon)d\varepsilon = 0 \quad (6)$$

будет представлять уравнение для другой неизвестной величины. С его помощью можно определить функциональную зависимость $\varepsilon_1 = \psi(\rho)$, соответствующую данному профилю поперечного сечения и данному закону для зависимости деформаций и напряжений. Если для этой функции нельзя получить аналитическое выражение, то ее можно построить путем ряда проб по точкам (для принятого значения ε_1 нужно выбрать ρ , вычислить интеграл (5) и построить кривую по значениям интеграла для различных значений ρ ; точка, в которой интеграл обращается в нуль, и дает требуемое значение ρ).

Если таким путем определить $\varepsilon_1 = \psi(\rho)$ и $\varepsilon_2 = h/\rho - \eta$, то максимальные напряжения можно выразить формулами:

$$\sigma_1 = f(\varepsilon_1), \quad \sigma_2 = f(\varepsilon_2). \quad (7)$$

Каждой паре значений ε_1 и ε_2 (или σ_1 и σ_2) соответствует изгибающий момент M , который определяется по формуле (4).

Поскольку изгибающий момент представляет заданную функцию от переменной x , то это позволяет найти кривизну $1/\rho$, соответствующую значению M в некоторой точке X . Таким образом, при помощи дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} \quad (8)$$

определится некоторая кривая – упругая линия.

Так как $1/\rho$ представляет функцию от M , а следовательно, и от x , то интегрирование уравнения (8) дает зависимость прогиба упругой линии от x .

Поскольку здесь M не зависит от x и b не зависит от η , то уравнение (5) сведется к выражению

$$\int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon)d\varepsilon = 0. \quad (9)$$

Если ввести в рассмотрение площадь, ограниченную кривой сжатия и кривой растяжения

$$F = \int_{-\varepsilon}^0 f(\varepsilon)d\varepsilon; \quad F_2 = \int_0^{\varepsilon_2} f(\varepsilon)d\varepsilon, \quad (10)$$

то уравнение (9) нам даст

$$F_1 = F_2. \quad (11)$$

Можно построить кривые зависимости F_1 и F_2 соответственно от верхнего и нижнего пределов интеграла и при их помощи определить ε_2 и ε_1 . Тогда изгибающий момент выразится как

$$M = b \rho^2 \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon. \quad (12)$$

Угол, под которым наклонены друг к другу два поперечных сечения, расположенные на расстоянии l друг от друга, равен

$$\Theta = \frac{l}{\rho}. \quad (13)$$

Поскольку

$$\eta_1 = \varepsilon_1 \rho; \quad \eta_2 = \varepsilon_2 \rho; \quad \eta_1 + \eta_2 = h, \quad (14)$$

то кривизна выразится формулой

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{h}. \quad (15)$$

Результаты вычислений можно свести к двум следующим формулам: изгибающий момент

$$M = Pa = \frac{h^2 b}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon; \quad (16)$$

угол наклона касательной

$$\Theta = \frac{l(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2h} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \frac{l}{2h}. \quad (17)$$

Величины M и Θ можно определить по результатам испытаний на изгиб, а формулы (16) и (17) позволяют произвести экспериментальную проверку основных положений расчета. Они представляют момент (или нагрузку) $P = M/a$ как функцию от угла наклона упругой линии, когда закон для зависимости деформаций от нагрузки известен. Эти формулы позволяют решить и обратную задачу. На основании результатов испытания на изгиб стержня прямоугольного сечения оба удлинения ε_1 и ε_2 крайних волокон определены для ряда нагрузок P или, что то же самое, для разных значений изгибающего момента $M = Pa$, и можно определить форму кривой растяжения и кривой сжатия.

Положение нейтральной оси определится формулами (14) и (15).

$$\eta = \rho \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (18)$$

В интеграле

$$\int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) d\varepsilon = 0 \quad (19)$$

пределы ε_1 и ε_2 следует считать функциями от Θ . Следовательно, из (19) получаем

$$\frac{\partial}{\partial \Theta} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) d\varepsilon = f(\varepsilon_2) \frac{d\varepsilon_2}{d\Theta} + f(-\varepsilon_1) \frac{d\varepsilon_1}{d\Theta} = 0. \quad (20)$$

В уравнении (19) f не зависит от параметра Θ , а вместо a и b подставлено

$a = -\varepsilon_1$; $b = \varepsilon_2$, а поскольку $\sigma_1 = -f(-\varepsilon_1)$, то и будем иметь

$$\sigma_2 d\varepsilon_2 = \sigma_1 d\varepsilon_1. \quad (21)$$

Это равенство показывает, что приращения обеих площадей F_1 и F_2 , именно $\sigma_2 d\varepsilon_2$ и $\sigma_1 d\varepsilon_1$, при повышении нагрузки стержня должны всегда оставаться одинаковыми. Выражение для изгибающего момента (16) после подстановки значения Θ в (17) дает следующее уравнение:

$$M \Theta^2 = \frac{bl^2}{4} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon. \quad (22)$$

Откуда следует

$$\frac{d}{d\Theta} (M \Theta^2) = \frac{bl^2}{4} \left[f(\varepsilon_2) \frac{d\varepsilon_2}{d\Theta} - f(-\varepsilon_1) \varepsilon_1 \frac{d\varepsilon_1}{d\Theta} \right] = \frac{bl^2}{4} \left(\sigma_2 \varepsilon_2 \frac{d\varepsilon_2}{d\Theta} + \sigma_1 \varepsilon_1 \frac{d\varepsilon_1}{d\Theta} \right). \quad (23)$$

Пользуясь (17) и (21), получаем

$$-\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 = 0;$$

$$d\varepsilon_1 = \frac{2h}{l} \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} d\Theta;$$

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 = \frac{2hd\Theta}{l};$$

$$d\varepsilon_2 = \frac{2h}{l} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} d\Theta;$$

и окончательно

$$bh_2 \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{1}{\Theta} \cdot \frac{d}{d\Theta} (M \Theta^2). \quad (24)$$

Если на основании опытных данных известна зависимость изгибающего момента от угла наклона Θ , то величину, стоящую в правой части равенства (24), можно считать также известной. По значениям удлинений ε_1 и ε_2 можно определить соотношение $d\varepsilon_1/d\varepsilon_2$, а следовательно, используя (2), найти и σ_1/σ_2 для разных значений угла Θ .

На основе (21) можно непосредственно определить напряжения σ_1 и σ_2 в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, в зависимости от удлинений:

$$\sigma_1 = \frac{2}{bh_2} (2M + \Theta \frac{dM}{d\Theta}); \quad \varepsilon_1 = \frac{h\Theta}{l}. \quad (25)$$

Изложенные теоретические результаты дают возможность определить наибольшую нагрузку, которую способна выдержать армированная стеклопластиковой арматурой клееная деревянная конструкция.

Представленные теоретические результаты согласуются с экспериментальными данными, полученными на 11 сериях опытных образцов при проценте из армирования 0,56-2,36 [1-2]. Почти во всех случаях, как показали результаты исследований, разрушение, кажущееся хрупким, почти всегда сопровождается местными пластическими деформациями.

Обозначения

ρ – радиус кривизны упругой линии стержня; dg – элемент поперечного сечения, находящийся на расстоянии η ; σ – нормальное напряжение; M – изгибающий момент, который должен действовать, чтобы уравновесить внутренние напряжения; Θ – угол наклона касательной к упругой линии стержня; a – расстояние между точкой приложения нагрузки и опорой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов Н.П., Шевчук В.С. // Тез. докл. VIII конф. молодых ученых и специалистов Прибалтики и БССР по проблемам строительных материалов и конструкций. Рига, 1975. С.62-64.
2. Шевчук В.С. // Стеклопластиковая арматура и конструкции на ее основе. Сб. научных трудов. Минск, 1979. С. 89-93.
3. Шевчук В.С. // Докл. НАН Беларуси. 1999. Т.43, №6. С.120-123.
4. Шевчук В.С. // Докл. НАН Беларуси. 2000. Т.44, №1. С.115-117.