

А.В. Блохин, канд. техн. наук., доц.;  
С.Е. Бельский, канд. техн. наук., доц.;  
Адель Рашид (БГТУ, г. Минск)

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛОСКИХ БАЛОЧНЫХ ОБРАЗЦОВ ДЛЯ УСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЙ В РЕЗОНАНСНОМ РЕЖИМЕ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ КОЛЕБАНИЙ ЧЕРЕЗ ЗАДЕЛКУ

**Введение.** При проведении усталостных испытаниях образцов на установках резонансного типа (установки с магнитострикционными возбудителями, электродинамическими вибраторами) при нагружении знакопеременным изгибом консольно закрепленных образцов, используют балочки прямоугольного или круглого сечения. При этом испытания проводят как на первой, так и на второй формах собственных колебаний. В таких случаях напряжения в опасном сечении определяют одним из следующих методов [1]: определение напряженного состояния путем предварительной динамической тарировки, путем анализа упругой линии образца. Недостатком первого способа является невозможность его использования на высоких частотах нагружения (10 кГц и более) из-за сравнимых размеров тензодатчиков и образцов, подвергаемых испытаниям. Во втором случае изгибающий момент и напряжения, действующие в опасном сечении, определяются на основании уравнения, описывающего колебания балки с заземленным концом. Применение образцов в виде балок постоянного сечения при усталостных испытаниях обладает тем преимуществом, что наряду с относительной простотой в определении напряженно-деформированного состояния, позволяет использовать технологичные образцы призматического сечения, которые можно вырезать как из листового материала (для испытаний деформируемых сплавов), так и из слитков (для испытаний литейных сплавов).

При исследовании колебаний балки без учета сдвига и инерции вращения в случае жесткой заделки уравнения упругой линии для первой и второй формы колебаний, полученные на основании общего уравнения технической теории стержней [2], будут иметь вид:

$$y(x) = \frac{1}{2} Am[(chkx + \cos kx) - 0,734(shkx + \sin kx)] \quad (1)$$

$$y(x) = \frac{1}{2} Am[(chkx + \cos kx) - 1,0185(shkx + \sin kx)] \quad (2)$$

Уравнение изгибающих моментов и изгибающих напряжений:

$$M(x) = \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W_x}, \quad (4)$$

Как уже выше отмечалось, полученные выражения будут справедливы для незакрученной балки с прямолинейной осью и малым, остающимся плоским поперечным сечением, при исследовании колебаний без учета сдвига и инерции вращения сечения в случае жесткой заделки. При высокочастотном нагружении образцов для испытаний исследование процесса усталости усложняется трудностями с определением величины напряжений методами тензометрирования. В связи с этим возникает необходимость усовершенствовать теоретические методы расчета напряженного состояния образцов для испытаний.

Для смещения места усталостного разрушения от заделки используются образцы с увеличенной площадью поперечного сечения в районе заделки [3], что приводит к изменению жесткости прикорневого участка образца. Кроме того, при сравнении экспериментальных и расчетных частот колеблющихся объектов, установлено, что действительная частота колебаний закрепленных объектов, всегда меньше частоты, вычисленной теоретически из условия абсолютной жесткости заделки. несовершенство заделки объясняется влиянием таких факторов, как сила трения, качество обработки сопрягаемых поверхностей, упругое взаимодействие тел и т. д.

Для повышения точности определения напряжений в опасном сечении необходимо учесть ряд следующих факторов: депланация поперечного сечения образца, инерция вращения элементов балки, деформация сдвига, влияние податливости заделки на напряжения в опасном сечении, влияние жесткости прикорневого участка образца, влияние смещения опасного сечения от заделки. Для учета влияния податливости заделки на напряженно-деформированное состояние образцов, колеблющихся по второй форме, автор [1] предварительно прибегали к расчетно-экспериментальному определению коэффициента жесткости заделки, с помощью которого затем корректировались граничные условия для сечения, примыкающего к заделке. Для этого экспериментально определяли частоту резонансных колебаний балки, ее толщину, координаты характерных точек (свободного края образца и узлов колебаний для высших форм) и вычисляли значение волнового коэффициента  $k$ . Замерив микроскопом величину прогиба (амплитуду) колебаний на краю образца ( $x = 0$ ) и определяя одно из неизвестных, т. е.  $A = y_0$ . Второе неизвестное – постоянную  $B$  определя-

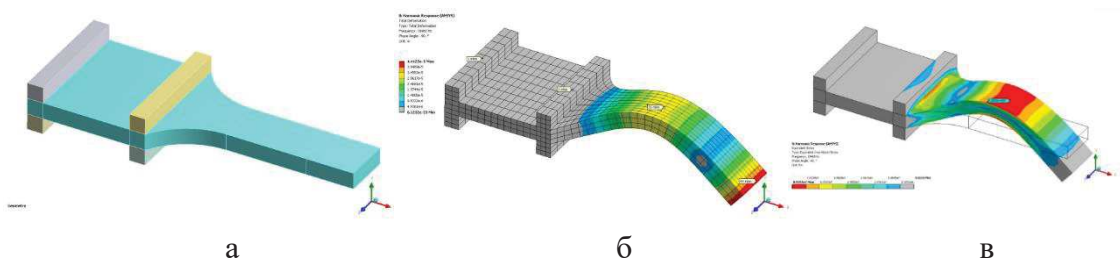
ли, выразив ее аналогично  $A$  через амплитуду колебаний характерных точек сечения  $x = b$  колеблющейся балки  $y(b)$ . Тогда

$$B = \frac{J}{T(kb)} (y(b) - y_0 S(kb)), \quad (5)$$

В случае, когда  $b$  – координата узла колебаний, то  $y(b) = 0$  и тогда

$$B = -y_0 \frac{S(kb)}{T(kb)}. \quad (6)$$

**Основная часть.** Для анализа влияния вышеназванных факторов на величину напряжений в опасном сечении была создана твердотельная модель образца с учетом физико-механических характеристик материала [4, 5], из которого он изготовлен (рис. 1).



а – твердотельная модель образца; б – деформированное состояние образца колеблющегося на второй форме; в – напряжения в опасном сечении

**Рисунок 1 – Моделирование напряженно-деформированного состояния плоского балочного образца методом конечных элементов**

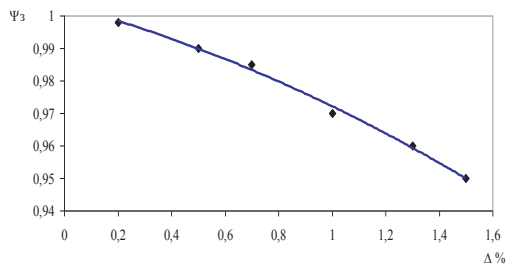
В результате исследований этой модели были установлены эмпирические зависимости, которые графически представлены на рис. 2.

Таким образом, выражения для определения напряжений в опасном сечении можно представить в следующем виде [5]:

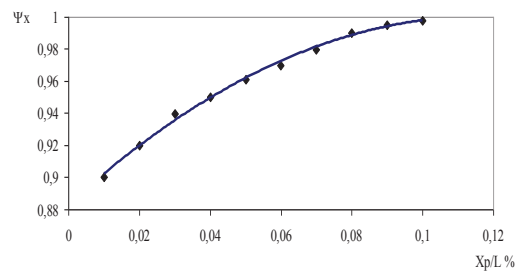
$$\sigma_a(x = x_p) = \psi_3 \cdot \psi_{II} \cdot \psi_X \cdot A_m \cdot \sigma(x = x_p), \quad (7)$$

где  $A_m$  – амплитуда колебаний свободного конца образца;  $\sigma(x=x_p)$  – напряжения, рассчитанные на основании уравнения технической теории стержней;  $\psi_3$  – коэффициент учитывающий влияние податливости заделки;  $\psi_{II}$  – коэффициент учитывающий влияние увеличения площади поперечного сечения переходного участка образца (для второй формы колебаний коэффициент  $\psi_{II}=1$ );  $\psi_X$  – коэффициент учитывающий влияние жесткости прикорневого участка образца.

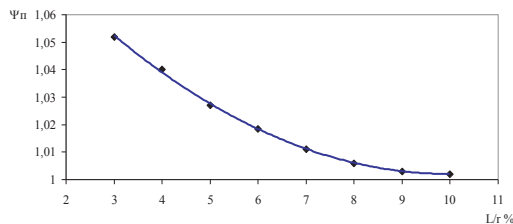
Сравнение результатов расчетов по выражениям (6) и (7) с исследованиями других авторов показали высокую степень их сходимости, а сравнение результатов испытаний модельных образцов с использованием методов тензометрирования с предлагаемым расчетным методом показало разбежку не более 3-5% в определении напряженно-деформированного состояния.



а – влияние податливости заделки на напряжения в опасном сечении



б – влияние жесткости прикорневого участка образца



в – влияние смещения опасного сечения от заделки

**Рисунок 2 – Влияние различных факторов на напряжения в опасном сечении образца**

Использование такого метода определения напряжений в опасном сечении позволяет учесть геометрические параметры реального образца, податливость устройства крепления при относительной простоте и высокой точности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Усталостные испытания на высоких частотах нагружения / В. А. Кузьменко [и др.]; под общ. ред. В.А. Кузьменко – Киев.: Наукова думка, 1979. – 335 с.
2. Бабаков, И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков – М.: Наука, 1968. – 560 с.
3. МР 91-83. Методические рекомендации: Расчеты и испытания на прочность: Метод испытаний на усталость при высоких звуковых частотах поперечных колебаний образцов. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 25 с.
4. Блохин, А.В. Использование методов конечно-элементного моделирования для расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкций при циклическом изгибе / А.В. Блохин, А. М. Лось // Труды БГТУ. Сер. II, Лесная и деревообраб. пром-сть. – 2008. – Вып. XVI. – С. 288–290.
5. Блохин, А.В. Методика расчета напряжений в опасном сечении плоских балочных образцов, нагружаемых знакопеременным изгибом / А.В. Блохин // Труды БГТУ. №2(140), Лесная и деревообраб. пром-сть. – 2011. – С. 291–294.