

Д.Р.САДЫХОВ, В.Ф.ВОЛЧЕНОК, канд. физ.-мат. наук,  
Б.К.ДЕМИДОВИЧ, д-р техн. наук (НИИСМ)

## ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНОГО ПОДХОДА К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВСПУЧЕННОГО ОБСИДИАНА

Одной из важнейших задач технологии строительных материалов является поиск оптимальных режимов и режимов, позволяющих получать материалы и изделия с проектируемыми свойствами. Решение этой задачи требует в первую очередь построения корректной математической модели структуры материала с учетом особенностей ее геометрического строения и свойств исходного сырья, а также установления количественных связей между свойствами структуры и характеристиками материала как целого. При этом, как отмечается в литературе [1], для адекватного моделирования следует выделять безразмерные комплексы – критерии структуры, учитывающие подобие анализируемых явлений, свойств и описывающие те или иные особенности структуры.

Геометрическая структура пеностекла обладает выраженным ячеистым характером [2], и ее можно представить в виде совокупности правильных многогранников, содержащих поры сферической формы. При этом можно полагать, что центр поры совпадает с центром симметрии многогранника (рис.1)

Введем функцию  $\varphi(\eta)$  плотности распределения пор по безразмерному радиусу  $\eta$ :

$$\int_{\eta_m}^{\infty} \varphi(\eta) d\eta = 1, \quad \eta = \frac{r}{r_{\max}}, \quad \eta_m = \frac{r_{\min}}{r_{\max}}, \quad (1)$$

где  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$  – соответственно минимальный и максимальный экспериментально регистрируемые радиусы поры;  $r$  – текущее значение радиуса поры. Обозначим через

$$\phi_j = \int_{\eta_m}^{\infty} \eta^j \varphi(\eta) d\eta, \quad j = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$j$ -й начальный момент функции  $\varphi(\eta)$ . Величины моментов  $\phi_j$ , а также расчетные формулы для  $\varphi(\eta; \eta_m)$  могут быть легко получены по данным статистической обработки результатов экспериментальных исследований геометрической структуры пеностекла с применением методов электронной микроскопии [3, 4].

Анализ экспериментальных данных по вспученному обсидиану показал, что для аппроксимации  $\varphi(\eta)$  наиболее подходящим является распределение Рэлея (рис. 2):

$$\varphi(\eta) = \frac{\eta - \eta_m}{\omega^2} \exp \left[ - \frac{(\eta - \eta_m)^2}{2\omega^2} \right], \quad \eta \geq \eta_m, \quad (3)$$

где  $\omega^2$  – параметр распределения, значение которого может быть легко установлено из эксперимента [4].

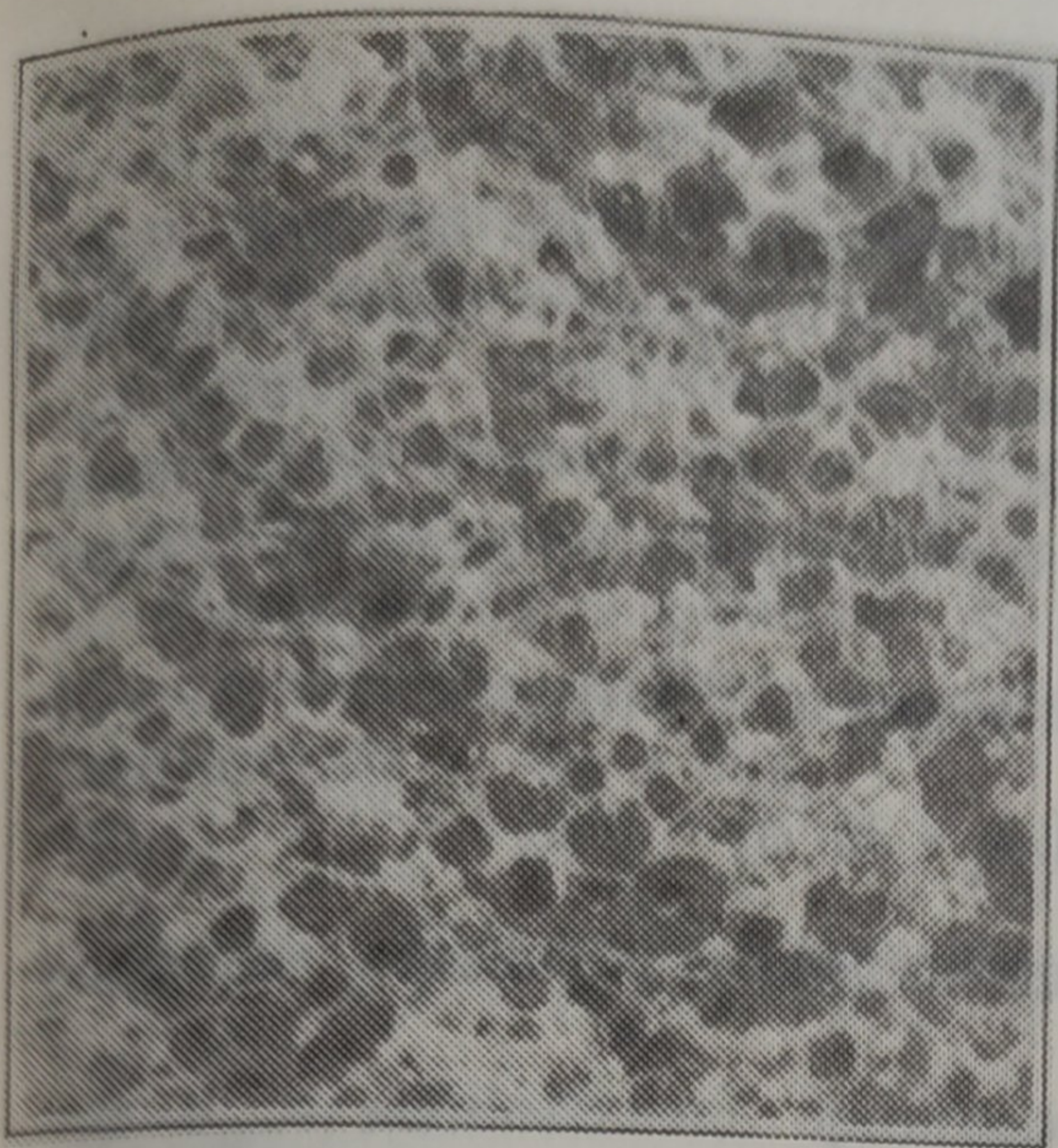


Рис. 1. Микрофотография структуры вспученного обсидиана.

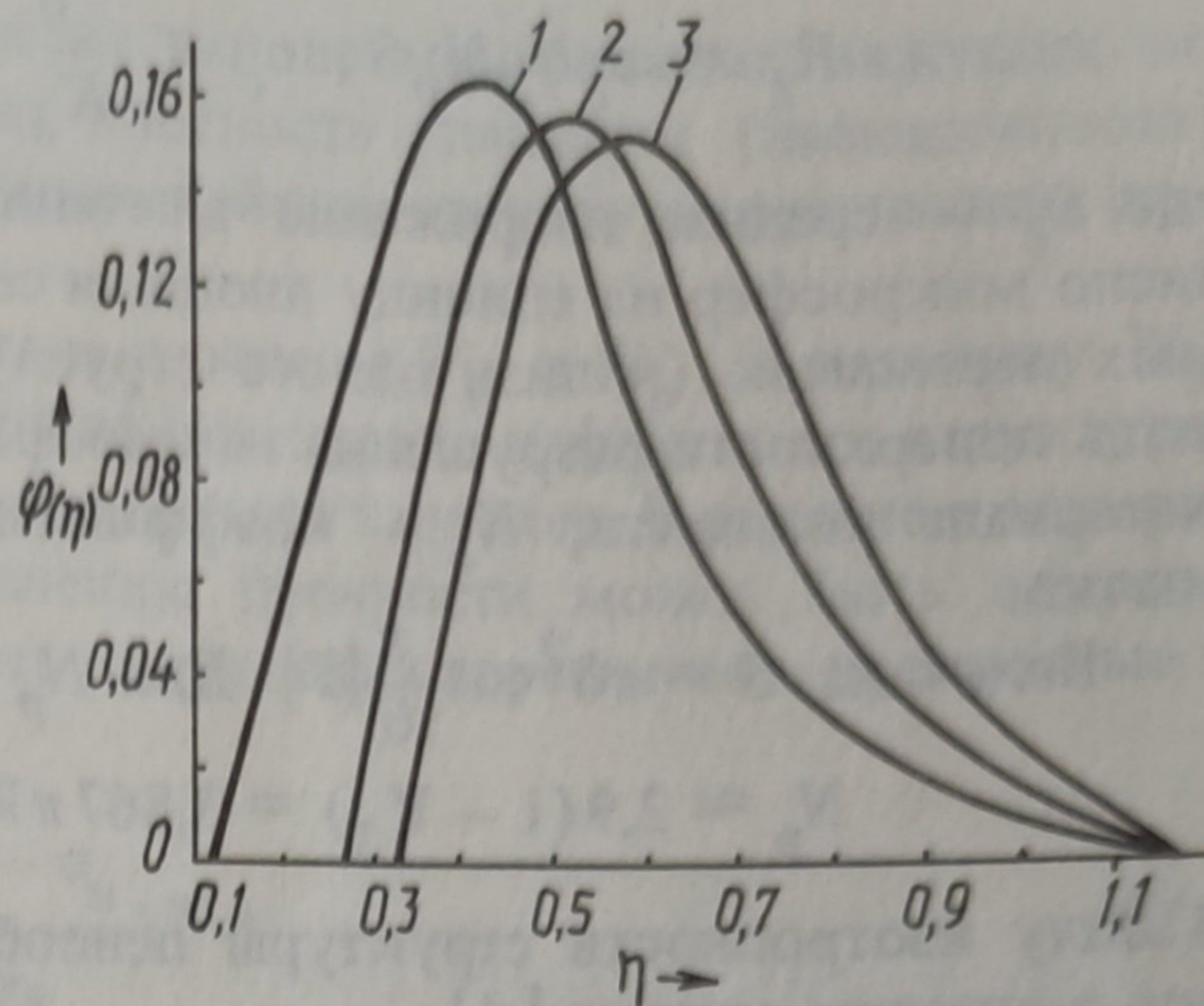


Рис. 2. Функции плотности распределения пор во вспученном обсидиане по характерному размеру:  
 1 -  $\eta_m = 0,135$ ; 2 -  $\eta_m = 0,279$ ; 3 -  $\eta_m = 0,319$ .

Легко установить, что среднее значение безразмерного радиуса поры

$$\langle \eta \rangle = \int_{\eta_m}^{\infty} \eta \varphi(\eta) d\eta = \phi_1. \quad (4)$$

Важной характеристикой микроструктуры пеностекла является средняя величина расстояния между порами  $\delta$ , измеряемая вдоль прямой, соединяющей центры двух соседних пор. Обработка экспериментальных данных показала, что величина  $\delta$  практически не зависит от текущего радиуса поры, т.е.  $\delta = \text{inv}(\eta)$ , и может считаться постоянной в пределах рассматриваемого образца материала. Величина  $\delta$  зависит от химико-минералогического состава материала межпоровых перегородок (компакта) и от режима термообработки в ходе процесса вспенивания.

Используя метод структурного статистического моделирования [4], получаем оценку

$$\delta = \frac{\phi_3}{\phi_2} \left[ \frac{\pi}{18} \frac{1-\Pi}{\Pi} - \frac{6-\pi}{18} \right] \approx \frac{\phi_3}{\phi_2} (0,175 \frac{1-\Pi}{\Pi} - 0,159). \quad (5)$$

Выражение (5) соответствует экспериментально установленному факту  $\delta = \text{inv}(\eta)$ . Из него следует вывод о том, что средняя толщина межпоровой перегородки в пеностекле прямо пропорциональна величинам отношения объема комплекта (твердой фазы) к объему пор в образце материала и отношения третьего ко второму начальному моменту функции плотности распределения пор по характерному размеру.

Для материала, который геометрически можно представить в виде статистического ансамбля из контактирующих между собой микросфер, предельное значение прочности при сжатии можно определить по формуле [5]

$$R_c = \sigma_c N_S N_p S, \quad \sigma_c = \frac{\sigma_0}{K_\sigma}, \quad (6)$$

где  $\delta_c$  — среднее напряжение в сечении перемычек между порами;  $N_S$  — число микросфер на единицу площади сечения;  $N_p$  — среднее число разрушаемых перемычек (вблизи одного структурного элемента);  $S$  — средняя площадь поверхности разрушения микросферы;  $\sigma_0$  — сопротивление разрушению материала компакта;  $K_\sigma$  — коэффициент концентрации напряжений в перемычке.

Величина  $S = \pi \delta^2 \cos \frac{\pi}{6}$  [5]. Для  $N_p$  нетрудно получить оценку

$$N_p \approx 2,9(1 - V_3) = 3,867 \pi W_p [\phi_3 + 3\delta^2 \phi_1 + 3\delta \phi_2 + \delta^3]. \quad (7)$$

В силу изотропности структуры пенообсидиана можно положить, что число пор в единице сечения [4]:

$$N_S = N_0^{2/3} = \frac{\Pi^{2/3}}{\phi_3^{2/3} r_m^2} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \approx 0,385 \frac{1}{r_m^2} \left(\frac{\Pi}{\phi_3}\right)^{2/3}. \quad (8)$$

Тогда после ряда преобразований из (6)–(8) находим

$$R_c = 0,07 w_p^{5/3} \frac{\sigma_0}{K_\sigma} [\delta^5 + 3\phi_1 \delta^4 + 3\phi_2 \delta^3 + \phi_3 \delta^2], \quad (9)$$

$$W_p = N_0 \left(\frac{r_m}{L}\right)^3.$$

Если обозначить  $\kappa = \delta / \langle \eta \rangle = \delta / \phi_1$ , то аналогично [5] для величины  $K_\sigma$  нетрудно получить оценку

$$K_\sigma = \frac{(1,3\kappa^2 - 2\kappa + 4) \sqrt{\kappa^2 - 2\kappa + 4} - 1,6\kappa^2 + 3,2\kappa}{0,6\kappa^2 \sqrt{\kappa^2 - 2\kappa + 4} + 2\kappa^3 - 2\kappa^2 + 4\kappa}. \quad (10)$$

Коэффициент  $K_\sigma$  является монотонно убывающей функцией  $\kappa$ . В диапазоне реальных для пенообсидиана значений  $\kappa$  значения величины  $K_\sigma$  есть интервал [0,15; 0,27]. В настоящей статье экспериментальные исследования проводились для пеностекла из обсидиана различных месторождений Азербайджанской ССР.

Зависимость (9) с учетом (10) можно представить в виде

$$R_c = \alpha W_p^{5/3} \sigma_0 Q[\delta; \phi_1; \phi_2; \phi_3], \quad (11)$$

где  $\alpha$  — константа, величина которой связана с формой образца материала и выбором геометрической аппроксимации формы пор;  $Q$  — рациональная функция. В силу (9), (10) нетрудно убедиться, что зависимость  $Q$  монотонна по всем переменным в реальном диапазоне их изменения.

Прочностная структура пеностекла характеризуется безразмерным комплексом  $W_p$  (9), а также комплексом  $W_R = \sigma_0 K_\sigma^{-1} \times (r_m/L)^3/E$ , где  $E$  — модуль Юнга материала компакта. Структура комплекса  $W_R$  следует из (10). Аналогичные комплексы были введены впервые в работе [3] для описания

структуры строительных материалов на основе минеральных вяжущих веществ. Комплекс  $W_R$  характеризует плотность упаковки (насыщенность) структуры материала,  $W_R$  — прочностные свойства структуры при данном способе ее геометрической организации.

Прочность пеностекла увеличивается с ростом  $W_R$  и  $W_p$ . В величину  $W_R$  входит сомножитель  $\sigma_0$ , который носит вследствие дефектности структуры самих перемычек между порами статистический характер. В реальном материале распределение перемычек по значению прочности может быть описано функцией Вейбулла  $P(\sigma)$ ; вероятность разрушения перемычек с прочностью в интервале от  $\sigma_u$  до  $\sigma$  есть

$$P(\sigma) = 1 - \exp \left[ -V \left( \frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_*} \right)^m \right], \quad (12)$$

где  $\sigma_u$  — минимальная прочность перемычки;  $V$  — объем перемычек;  $m$ ,  $\sigma_*$  — параметры распределения. Величины  $\sigma_0$  и  $W_R$  возрастают с увеличением однородности материала компакта (с ростом параметра  $m$ ) и с уменьшением объема перемычек, т.е. при приблизительно постоянном  $\delta$  с уменьшением среднего значения характерного размера  $\langle \eta \rangle$ .

Прочность  $R_c$  увеличивается с возрастанием  $W_p$ . Рост  $W_p$  может быть достигнут двумя способами: за счет увеличения  $\langle \eta^p \rangle$  (т.е. вследствие увеличения радиусов пор) либо за счет роста числа  $N_0$ . Но анализ зависимости  $R_c(W_R)$  показал, что для повышения прочности материала следует искать способы уменьшения размеров структурных элементов. Следовательно, для повышения прочности пеностекла следует добиваться увеличения насыщенности объема материала элементами структуры: следует искать технологические условия структурообразования, при которых уменьшается средний радиус поры при одновременном увеличении числа их центров в единице объема. Подобный эффект может быть достигнут, например, максимально равномерным прогревом стекол при их термообработке на стадии вспенивания.

Как правило, требования к строительным материалам и изделиям носят комплексный характер. Используя структурный подход к моделированию свойств материалов, мы можем ставить и решать задачи оптимизации структуры подобного рода. Например, используя методы дробления адиабатическими или изотермическими плоскостями [6], аналогично зависимостям (9), (11) мы можем построить формулу взаимосвязи теплопроводности пеностекла  $\lambda$  и особенностей организации структуры в форме  $\lambda = \lambda(\Pi, W_p, \delta, \eta_m, \phi_j)$ . Тогда решение нелинейной задачи оптимального управления

$$\begin{cases} \lambda \rightarrow \min \\ R_c \geq R_c^0 \end{cases} \quad (13)$$

позволит нам определить характеристики организации структуры  $\Pi_*$ ,  $W_{p*}$ ,  $\delta_*$ ,  $\varphi_*(\eta)$ . При этом обеспечивается максимум теплоизолирующих свойств материала при прочности не ниже некоторого требуемого уровня  $R_c^0$ .

Структурный подход позволяет также построить корректную модель процесса вспенивания, используя значение зависимостей  $\lambda[\Pi; \varphi(\eta)]$ ;  $V[\Pi; \varphi(\eta)]$  и закона увеличения объема материала в ходе процесса. При этом, опираясь на решение задачи (13), т.е. зная, какими свойствами должна обладать

конечная структура материала, можно, используя известные методы решения обратных задач теплопереноса, определять количественно такие температурные режимы обработки сырья с данными свойствами и составом, чтобы в конце процесса получить материал с оптимальными характеристиками.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Системные исследования и изопараметрическая оптимизация структуры ячеистых силикатных композитов/Е.М.Чернышев, В.Я.Керис, С.П.Новиков и др. Доклады III Национальной конференции. "Механика и технология композиционных материалов." София, 1982, с. 661–664.
2. Демидович Б.К. Пеностекло. – Минск, 1975. – 248 с.
3. Волченко В.Ф. Статистическая модель структуры капиллярно-пористого тела. – В кн.: Тепло- и массоперенос: Физические основы и методы исследований. Минск, 1980, с. 43–45.
4. Волченко В.Ф., Змачинский А.Э. Моделирование структуры дисперсного твердого тела. – Минск, 1981. – 53 с.
5. Пористая конструкционная керамика/Под ред. Ю.Л.Красулина. – М., 1980. – 100 с.
6. Дутьнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. – Л., 1974. – 264 с.