

## К ВОПРОСУ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНТЕГРАЛОВ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЙ СТУДЕНТАМ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

**Соловьева Ирина Федоровна,**  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
Белорусский государственный технологический университет,  
Минск, Беларусь.  
*ira1234568@tut.by*

В статье предложен процесс изучения неопределенных и определенных интегралов в естественно-математическом образовании в Белорусском государственном технологическом университете для студентов инженерных специальностей, показана необходимость изучения этой темы, ее целесообразность и актуальность. Рассматриваются рабочие тетради по неопределенным интегралам и «Электронный учебно-методический комплекс», содержащий все необходимые материалы, входящие в учебную программу.

**Ключевые слова:** производная функция; неопределенные и определенные интегралы; кратные и криволинейные интегралы; площадь плоской фигуры; объем тела вращения; длина дуги; масса; объем тела.

## ON THE QUESTION OF TEACHING INTEGRALS AND THEIR APPLICATIONS TO STUDENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES

**Solovjova Irina,**  
candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,  
Belarusian State Technological University,  
Minsk, Belarus

The article proposes the process of studying indefinite and definite integrals in natural and mathematical education at the Belarusian State Technological University for students of engineering specialties, shows the need to study this topic, its expediency and relevance. Workbooks on indefinite integrals and the "Electronic educational and methodological complex" containing all the necessary materials included in the curriculum are considered.

**Keywords:** erivative function; indefinite and definite integrals; multiple and curvilinear integrals; area of a flat figure; volume of a body of revolution; length of an arc; mass; volume of a body.

«Математика – это цепь понятий:  
выпадет одно зернышко – и  
не понятно будет дальнейшее.»  
/Г. Цейтен/

Выдающийся знаток греческой математики и математики эпохи Возрождения, профессор Копенгагенского университета Георг Цейтен был, конечно, прав, что в математике ничего нельзя пропускать. Ведь все темы связаны между собой. Изучая математику, мы постепенно поднимаемся, как по лестнице, вверх, не пропуская ни одной ступеньки.

Предмет «Высшая математика» в университетах всегда считался очень сложным. Начиная с темы «Пределы», освоить которую достаточно проблематично, разбираясь в бесконечно малых и бесконечно больших функциях,  $\varepsilon$  и  $\Delta$ -окрестностях и в примерах решения задач на эту тему, программа готовит следующую непростую тему, связанную с производными функциями и их приложениями. Эта тема является важной, интересной и богатой своими приложениями [1].

Тема «Производные» связана с именами великих ученых: английского ученого Исаака Ньютона, доказавшего, что расстояние и скорость связаны между собой формулой  $v(t) = s'(t)$ , и великого немецкого ученого Готфрида Вильгельма Лейбница, решившего задачу о проведении касательной к графику функции и получившего геометрический смысл производной: значение производной в точке касания есть угловой коэффициент касательной или тангенс угла наклона касательной с положительным направлением оси Ох [1].

Термин «производная» и ее обозначение  $y'$  были введены Ж. Лагранжем в XVIII веке.

Лейбниц был основателем дифференциального и интегрального исчисления. Именно он предложил принятую сегодня символику и терминологию, ввел обозначения  $dx$ ,  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\int f(x)dx$  и др., придумал термины "дифференциал", "дифференциальное исчисление", "интегральное исчисление", "дифференциальное уравнение", "функция" и т. д.

Поднимаемся на следующую ступеньку. И, конечно, тема «Производные» влечет за собой более изощренную, более сложную, но полностью зависящую от предыдущих тему «Неопределенные интегралы».

Основной задачей дифференциального исчисления является определение для заданной функции  $F(x)$  ее производной  $F'(x) = f(x)$  или ее дифференциала  $F'(x)dx = f(x)dx$ .

Обратная задача, состоящая в нахождении функции  $F(x)$  по ее известным производной  $f(x)$  или дифференциалу  $f(x)dx$ , представляет собой основную задачу интегрального исчисления.

Эта тема дает возможность повторить все предыдущие темы, особенно производные. Один из методов интегрирования, а именно поднесение функции под знак дифференциала заставляет студента вспомнить производные. Без них интеграл не возьмешь.

Теме «Неопределенные интегралы» в нашем Белорусском государственном технологическом университете уделяется достаточно много времени. Особенno это касается инженерных специальностей, таких как «Машины и оборудование лесного комплекса», «Мехатронные системы и оборудование деревоперерабатывающих производств». На этих специальностях учатся студенты, не обладающие хорошей математической школьной подготовкой. У многих из них она почти отсутствует. Поэтому на них обращается особое внимание. С ними проводим дополнительные консультации, используем рабочие тетради по каждой теме, для этих студентов разработан «Электронный учебно-методический комплекс» (ЭУМК) [2], охватывающий лекционные материалы, практические занятия с подробно разобранными примерами и задачами, примерными контрольными и самостоятельными работами, всеми математическими таблицами и тестами по каждой теме.

Большое внимание уделяется интегралам такого вида:  $\int \frac{dx}{x^2+3x-7}$ ,  $\int \frac{2x-5}{x^2+4x+7} dx$ . В

каждом из этих примеров нужно выделять в знаменателе полный квадрат. Конечно, для студентов этот момент представляет проблему. Нужно заново научить их выделять полный квадрат, а затем переходить к интегралу. Еще одна крупная проблема возникает при интегрировании тригонометрических функций.

Тригонометрию со школы студенты просто не любят, отсюда идет и незнание формул. Но ведь интегрирование – это важная ступень высшей математики. Без нее обойтись никак нельзя.

Дальше переходим на следующую ступеньку программы, т. е. к определенным интегралам вида  $\int_a^b f(x)dx$ . Кажется, что здесь после предыдущей ступени будет все хорошо.

Но нужно подставлять пределы интегрирования в полученную функцию, а здесь тоже возникает проблема.

Но самая большая проблема этой темы состоит в построении чертежа. А графики наши студенты тоже строят с большим трудом. Приходится повторять здесь прямые и параболы, гиперболы и тригонометрические функции.

Хочется вспомнить мудрые слова А. Н. Крылова: «Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит свое применение в том или ином виде».

Определенные интегралы богаты своими приложениями. С их помощью вычисляется площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения вокруг оси ОХ и оси ОY, длина дуги в декартовой и в полярной системе координат.

Но интегралы на этом не заканчиваются. Далее изучаются несобственные, криволинейные, двойные и тройные интегралы и, конечно, поверхностные. И все эти интегралы имеют многочисленные приложения, которые нашим будущим инженерам необходимо усвоить.

Наш Белорусский государственный технологический университет является университетом инженерно-технического профиля. На первых курсах высшая математика является основным и самым сложным предметом для будущих инженеров. Ведь именно она является основной составляющей их профессии.

Студентам нравится участвовать в практическом занятии в виде игры, что повышает их конкурентную способность. Поэтому по теме «Интегралы» мы всегда идем им на встречу и проводим игровое практическое занятие.

Тема «Интегралы» выбрана не случайно. Она является фундаментом к изучению следующей очень важной темы «Дифференциальные уравнения». Все это способствует развитию математического уровня, самостоятельного мышления сегодняшних наших студентов, а завтраших инженеров. Ведь именно они представляют будущее нашей страны, ее науку и культуру.

## Список литературы

1. Соловьева И. Ф. К вопросу исследования и преподавания производных и их приложений школьникам и студентам // Современные тенденции естественно-математического образования: школа – вуз: материалы X Всероссийской научно-практической конференции, 9 – 10 апреля 2021 года / Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГАОУ ВО «ПГНИУ», Т. В. Рихтер, составление. Соликамск: СГПИ; ООО «Типограф», 2021. С. 33 – 36.
2. Соловьева И. Ф., Чайковский М. В. ЭУМК по учебной дисциплине «Высшая математика» [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-36 05 01 «Машины и оборудование лесного комплекса» очной и заочной формы обучения. Белорусский государственный технологический университет. 27 МБ, формат-pdf. Минск: БГТУ, 2021. Рег. № 1006.