

Математические модели в курсе высшей математики технических университетов

В. В. Игнатенко, Е. А. Леонов

Рассматриваются особенности преподавания математики в технических университетах и построения математических моделей реальных производственных задач.

Ключевые слова: высшая математика в техническом университете, математические модели.

Mathematical models in the course of higher mathematics of technical universities

V. V. Ignatenko, E. A. Leonov

The features of teaching mathematics in technical universities and the construction of mathematical models of real production problems are considered.

Keywords: higher mathematics at a technical university, mathematical models.

В отличие от университетов общего профиля специфика преподавания курса высшей математики в технических вузах носит четко выраженный отраслевой уклон. Он заключается в дифференцированном изложении тех разделов математического аппарата, которые могут быть применены студентами конкретных инженерных специальностей для решения отраслевых производственных задач.

Рассматривая в качестве примера инженерные специальности «Лесная инженерия и логистическая инфраструктура лесного комплекса» и «Технология деревообрабатывающих производств» факультета лесной инженерии, материаловедения и дизайна БГТУ, отметим, что в основе курса «Высшая математика» лежит оптимизация технологических процессов или отдельных их операций, реализуемых на базе современных лесопромышленных машин и оборудования с использованием различных математических методов. Данный подход гарантирует конкурентоспособность выпускников на рынке труда, так как обеспечивает получение ими компетенций в решении производственных задач, требующих наряду с профессиональной подготовкой знаний методов обработки результатов наблюдений, планирования эксперимента, математических методов моделирования и оптимизации [1].

Покажем это на конкретном примере. Для рассматриваемых специальностей в курсе высшей математики студентами изучается раздел «Теория массового обслуживания» с целью получения ими практических навыков в построении математических моделей стохастических процессов и проведения их анализа.

В качестве объекта математического моделирования рассмотрим линию сортировки круглых лесоматериалов, граф состояний ее работы приведен на рис. 1.

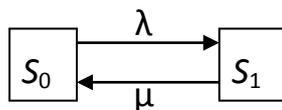


Рис. 1. Граф состояний линии сортировки круглых лесоматериалов

Рассматриваемая линия производит сортировку древесины по размерно-качественным параметрам (по длинам, диаметрам, породам и пр.) на лесопромышленном складе. Конструктивно она включает в себя разгрузочно-растаскивающее устройство для поштучной сброски лесоматериалов, работающее с интенсивностью λ сортиментов в мин, и сортировочный лесотранспортер с лесонакопителями, осуществляющий сортировку древесины с интенсивностью μ сортиментов в мин.

В процессе работы линия сортировки может находиться в следующих состояниях: S_0 – простаивать из-за временного отсутствия лесоматериалов в устройстве для поштучной выдачи бревен; S_1 – осуществлять сортировку лесоматериалов по требуемым параметрам. Из состояния S_0 в состояние S_1 сортировочный транспортер переходит с интенсивностью λ , обратно – с интенсивностью μ .

Обозначим $P_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени t линия сортировки круглых лесоматериалов находится в состоянии S_i , тогда модель функционирования рассматриваемой линии может быть представлена следующей системой дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Параметры λ и μ устанавливаются по следующим зависимостям:

$$\lambda = t_b^{-1}, \quad (2)$$

$$\mu = t_c^{-1}, \quad (3)$$

где t_b – время выдачи одного лесоматериала на сортировочный транспортер, мин; t_c – продолжительность цикла сортировки лесоматериала транспортером, мин.

В процессе установившегося режима работы лесопромышленного оборудования, т. е. длительным временным промежутком (месяц, год и т. д.), можно считать, что $P_0 = \text{const}$, $P_1 = \text{const}$ (финальные вероятности состояния). При данном допущении ошибка не превышает 8 % [1–3].

В этом случае систему дифференциальных уравнений (1) можно преобразовать в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ 0 = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Решением системы линейных алгебраических уравнений относительно вероятностей состояний P_0 и P_1 являются выражения для определения режимов работы линии сортировки круглых лесоматериалов:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad (5)$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (6)$$

Полученные выражения вероятностей состояний линии сортировки круглых лесоматериалов позволяют установить рациональные значения параметров оборудования, входящего в состав рассматриваемой технологической линии. Для этого на основании конкретных природно-производственных условий выбирается марка оборудования, например сортировочного транспортера, работа которого характеризуется интенсивностью μ сортиментов/мин. Из зависимостей (5) и (6) устанавливается рациональное значение параметра λ , по которому в дальнейшем подбирается конкретная марка устройства для поштучной выдачи бревен (рис. 2, а).

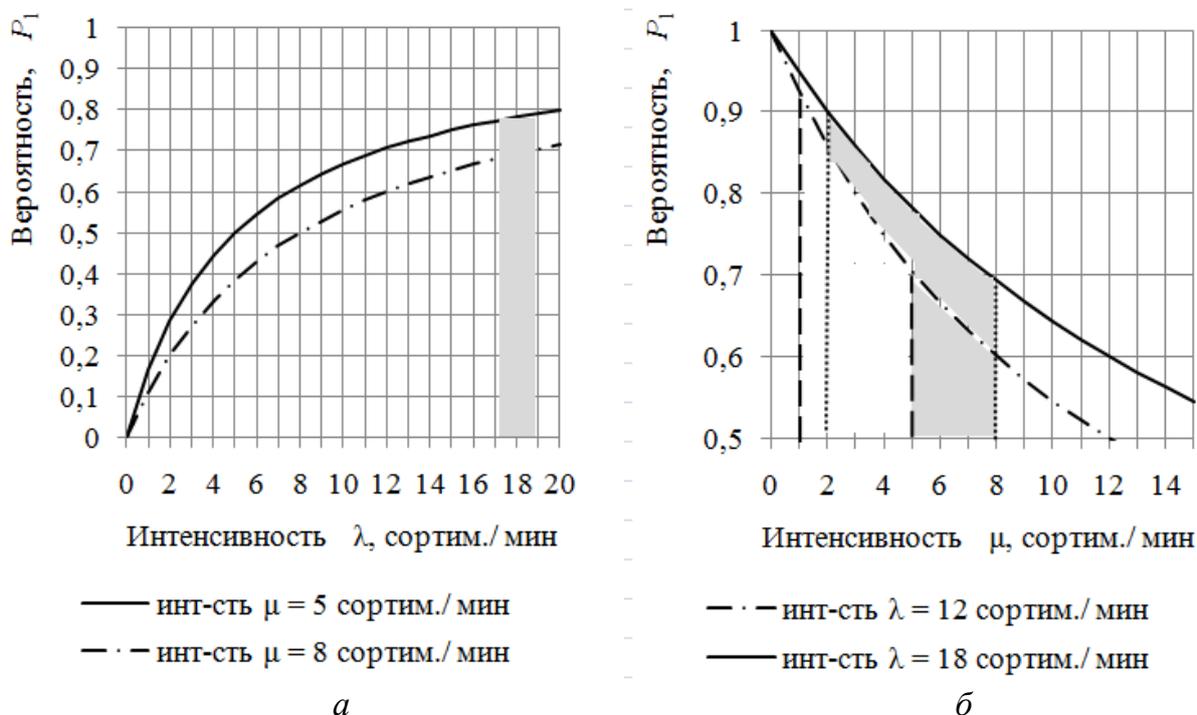


Рис. 2. Зависимости вероятностей состояний линии сортировки круглых лесоматериалов: а – при установлении рациональной интенсивности поштучной выдачи круглых лесоматериалов (λ^*); б – при установлении рациональной интенсивности сортировки круглых лесоматериалов (μ^*)

Принятый на основании рис. 2, *a* оптимальный диапазон значений λ^* позволяет осуществить выбор конкретной марки устройства для поштучной выдачи круглых лесоматериалов, обеспечивающего рациональную загрузку применяемого сортировочного транспортера, т. к. в данном случае будет обеспечиваться оптимальная величина вероятности его работы P_1^* .

Рассматриваемая методика позволяет решать и обратную задачу – на основании требуемой интенсивности выдачи круглых лесоматериалов λ осуществлять выбор конкретной марки сортировочного транспортера или режима его работы μ (рис. 2, *б*).

Пример. На деревообрабатывающем предприятии планируется установка сортировочного транспортера ЛТ-86Б, который может осуществлять сортировку круглых лесоматериалов с интенсивностью $\mu = 5$ сортиментов/мин. К нему необходимо подобрать установку для поштучной выдачи лесоматериалов из ряда серийно выпускаемых, например РБ-15 и КСП-10, которые могут осуществлять поштучную выдачу бревен с интенсивностью λ , равную 12 и 18 сортиментов/мин соответственно.

С учетом зависимостей (5) и (6) и построенного на их основе графика рис. 3, *a* определяется оптимальная интенсивность работы устройства для поштучной выдачи бревен (заштрихованная зона), которая составляет $\lambda^* \geq 16$ сортиментов/мин. Данную оптимальную интенсивность поштучной выдачи бревен обеспечивает установка КСП-10. В этом случае вероятность работы технологической линии сортировки круглых лесоматериалов составляет $P_1^* \approx 0,8$.

Данная особенность построения курса по дисциплине «Высшая математика», во-первых, позволяет повысить у студентов заинтересованность в изучении предмета, так как изучаемая методика легко применяется на практика, а во-вторых, заранее подготовить их к дальнейшему изучению специальных дисциплин, включающих технологию лесопромышленных производств и применяемое оборудование.

Библиографический список

1. *Игнатенко, В. В.* Использование математических моделей при подготовке инженера // Фізико-математична освіта: науковий журнал / В. В. Игнатенко, Е. А. Леонов ; Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка, Фізико-математичний факультет редкол.: О.В. Семеніхіна (гол. ред.) [та ін.]. – Суми : [СумДПУ ім. А.С. Макаренка], 2019. – С. 55–58.
2. *Игнатенко, В. В.* Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок / В. В. Игнатенко, И. В. Турлай, А. С. Федоренчик. – Минск : БГТУ, 2004. – 178 с.
3. *Игнатенко, В. В.* Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности / В. В. Игнатенко, Е. А. Леонов // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – Т. 3, № 5–4. – С. 291–295.

Сведения об авторах

Василий Васильевич Игнатенко, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Белорусский государственный технологический университет (Республика Беларусь, г. Минск), ihnatsenko@tut.by

Евгений Анатольевич Леонов, кандидат технических наук, доцент кафедры лесных машин, дорог и технологий, Белорусский государственный технологический университет (Республика Беларусь, г. Минск), debuger13@rambler.ru