него x_j, $0 \le x_j \le D$ денежных средств, т. е. известно значение функции степени осведомленности $g_j(x_j)$.

Обозначим через $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ вектор распределения денежных средств между различными составляющими КИМК. Понятно, что

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = D, \ x_j \ge 0, \ j \in (1, 2, \dots, n). \tag{1}$$

В качестве критерия эффективности (оптимальности) распределения денежных средств выбирается критерий (целевая функция) интегральной степени осведомленности потребительской аудитории о товарах и/или услугах предприятия. Математически он выражается в виде функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1 - (1 - g_1(x_1)) \cdot (1 - g_2(x_2)) \cdot \dots \cdot (1 - g_n(x_n)).$$

Математическая модель сформулирована в виде нелинейной задачи математического программирования:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) \to max \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = D, \ x_j \ge 0, \ j \in (1, 2, \dots, n). \tag{3}$$

Оптимальное распределение денежных средств между инструментариями комплекса интегрированных маркетинговых коммуникаций основано на применении метода динамического программирования. Анализ значений функции Беллмана позволяет определять рациональный объем коммуникационного бюджета, а также состав комплекса интегрированных маркетинговых коммуникаций.

Минимальное число входов для дескрипторных систем

И.К. Асмыкович, к.ф.-м.н., доцент

Белорусский государственный технологический университет

Широко распространенным примером дескрипторной системы является модель Леонтьева многосекторной динамической экономики [1]. Если в ней предположить возможность управляющих воздействий, то получим линейную систему

$$S\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), Sx(0) = Sx_0 \ , \tag{1}$$

которую будем полагать регулярной, т.е.

$$\exists \lambda_0, \textit{такое}, \textit{что} \det[\lambda_0 S \ - A] \ne 0 \tag{2}$$

Известно, что при условии (2) если система (1) имеет решение, то оно единственное. Рассмотрим для такой системы задачу о нахождении минимального числа входов для некоторых видов управляемости.

Определение 1. Система полностью управляема (C-управляема), если она может достигнуть любого конечного состояния из любого начального состояния.

Определение 2. Система называется управляемой во множестве достижимых состояний (R - управляемой), если она может достигнуть любого состояния во множестве допустимых состояний из любого совместимого начального состояния.

Если записать систему в стандартной канонической форме или [1] (EF1), т.е.

$$\dot{x}_1(t) = Lx_1(t) + B_1u(t) \tag{3}$$

$$N\dot{x}_2(t) = x_2(t) + B_2u(t), \tag{4}$$

то из критериев полной управляемости следует утверждение

Теорема 1. Минимальное число входов r^0 для обеспечения полной управляемости равно сумме числа нетривиальных инвариантных многочленов матриц L и N и $r^0 \geq n - rankS$.

Отметим, что в регулярной системе (1) можно выполнить неособое преобразование

$$y(t) = \exp(\lambda_0 t)x(t) \tag{5}$$

и привести систему (1) к виду $\tilde{S}\dot{y} = y + \tilde{B}\tilde{u}(t)$. Такая запись системы называется [1] третьей эквивалентной канонической формой (EF3).

Используя результаты работы [2], что полностью управляема система $A_0\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0$ тогда и только тогда, когда полностью управляема симметричная система $A\dot{x}(t) = A_0x(t) + Bu(t), x(0) = x_0$.

Теорема 2. Минимальное число входов r^0 для обеспечения полной управляемости равно числу нетривиальных инвариантных многочленов матрицы $(\lambda_0 S - A)^{-1}S$, где λ_0 число из условия (2) и $r^0 \geq n - rankS$.

Так как условия полной управляемости можно выразить в форме рангового критерия, то для нахождения минимального числа входов и непосредственно структуры входных устройств можно использовать алгоритм В. М. Марченко нахождения минимального числа входов.

Выбор параметра усечения в робастных процедурах оценивания

С.Н. Сталевская, к.ф.-м.н., доцент
И.А.Астровская

Белорусский государственный университет

Оценивание параметров линейной регрессии является одной из классических проблем математической статистики. Широко распространенным методом оценивания является метод наименьших квадратов, ис-