УДК 519.213;630.36

Н.П. Вырко, профессор;
А.М. Волк, доцент

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ТРАНСПОРТНЫХ ПУТЕЙ

The method probable of an estimation of reliability of transport ways is considered. The algorithm of a statistical estimation of the module of elasticity of a road covering is developed. The estimation of reliability for ground of road clothes is received.

В период эксплуатации дорог под воздействием различных погодно-климатических факторов (температуры воздуха, атмосферных осадков, промерзания и оттаивания грунта земляного полотна, изменения влажности и т.д.) прочность и устойчивость их нарушается. Модуль упругости, характеризующий прочность грунтов земляного полотна, а следовательно, и общий модуль упругости дорожной одежды $E_{общ}$ изменяется в течение года, т.е. модуль упругости является случайной величиной - функцией времени $E_{общ}(t)$. Дорожная конструкция считается работоспособной, если общий модуль упругости на её поверхности $E_{общ}(t)$ находится в пределах

$$0{,}95E_{тр} < E_{общ}(t) < 1{,}05E_{тр}\ , \qquad (1)$$

где $E_{тр}$ - требуемый модуль упругости дорожной единицы, Мпа.

Если $E_{общ}(t)$ выходит за нижнюю границу параметра, то это будем классифицировать как отказ [1].

Общий модуль упругости можем считать непрерывной функцией, которая имеет ряд экстремумов (рис. 1).

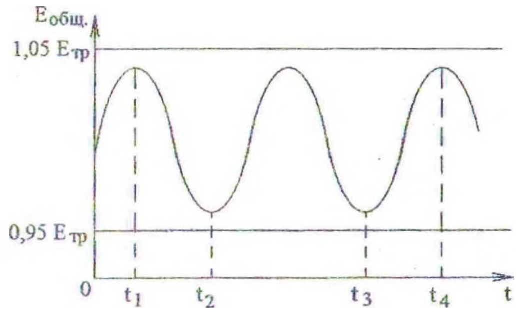


Рис. 1. Распределение экстремумов модуля упругости дорожного покрытия

Для оценки надежности дорожного покрытия рассмотрим распределение минимумов функции E(t). Дорожная конструкция будет работоспособной, если минимумы укладываются в пределы допуска при любом x, т.е. $x_{min}>x_{крит}=\alpha E_{тр}$. На достаточно большом промежутке времени $[0,+\infty]$

можно говорить о распределении и рассматривать случайную величину распределения минимумов ξ=x.

Распределение данной случайной величины опишем функцией плотности

$$f(x;\theta,p,c)=\frac{|c|}{\theta\,\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}\left(\frac{x}{\theta}\right)^{p-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{c}\right) \qquad (2)$$

при p/c>0.

Распределение (1) обобщает гамма-распределение (c=1), распределения: Релея (p=2, c=2), Вейбулла - Гнеденко (p=c), скоростей Максвелла (p=3, c=2). Данные распределения применяются в статистических методах исследования физических процессов, в теории надежности, для описания дисперсного состава частиц дробления [2,3].

Параметр θ является параметром масштаба, а p и c есть параметры формы. Выполним переход к безразмерной случайной величине $\eta=\xi/\theta$.

$$f(y;\theta,p,c)=\frac{|c|}{\theta\,\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}(y)^{p-1}\exp\left(-(y)^{c}\right). \qquad (3)$$

Функция распределения непрерывной случайной величины η

$$F(y;\theta,p,c)=\frac{|c|}{\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}\int_0^t y^{p-1}\exp\left(-y^{c}\right)dy \qquad (4)$$

заменой $y^c=z$ сводится к неполной гамма-функции [4] .

Если c>0 , то

$$F(y;\theta,p,c)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}\int_0^{y^c} z^{\frac{p}{c}-1}\exp(-z)dz=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}\gamma\left(\frac{p}{c},y^c\right),$$

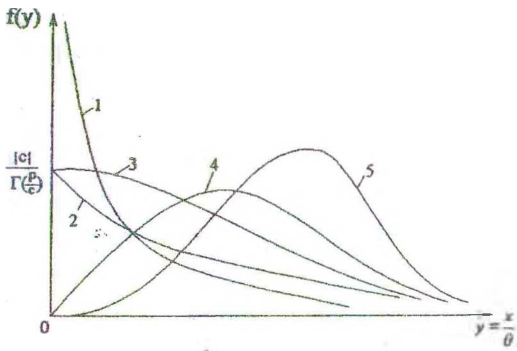
а при c<0

$$F(y;\theta,p,c)=\frac{1}{\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}\int_{+\infty}^{y^c} z^{\frac{p}{c}-1}\exp(-z)dz=1-\frac{1}{\partial\left(\frac{p}{c}\right)}\gamma\left(\frac{p}{c},y^c\right).$$

Если $\frac{p-1}{c}>0$, то распределение (1)-(3) имеет моду

$$t_{\text{mod}} = \left(\frac{p-1}{c}\right)^{\frac{1}{c}}; \quad x_{\text{mod}} = \theta\, t_{\text{mod}} = \theta\left(\frac{p-1}{c}\right)^{\frac{1}{c}}.$$

Для функции распределения мода будет точкой перегиба. На рис. 1,2 приведены графики функций плотности и распределения случайной величины η для различных значений параметров р и с .



1 - 0 < p < 1, c > 0, или p<0,c < 0

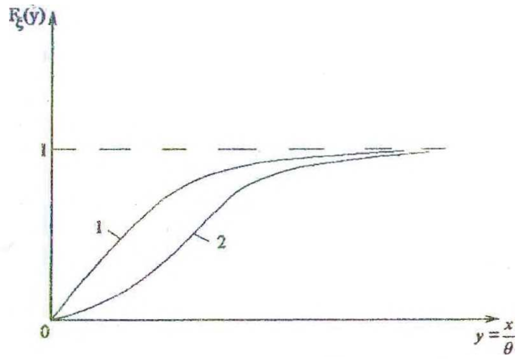
2 - p = 1, 0 < c ≤ 1

3 - p = 1, c > 1

4 - 1 < p ≤ 2, c > 0

5 - p > 2, c > 0

Рис. 2. Функция плотности распределения (2) случайной величины η



1 - 0 < p ≤ 1, c > 0, или p<0,c < 0

2 - p > 0, c > 0

Рис. 3. Функция распределения случайной величины η

Для распределения (2)-(4) определены начальные моменты порядка ν , удовлетворяющего условию p+ν>0 , причем

$$\alpha_\nu(\eta) = \frac{\Gamma\left(\frac{p+\nu}{c}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)} \qquad \alpha_\nu(\xi) = \theta^\nu \alpha_\nu(\eta) = \frac{\theta^\nu \Gamma\left(\frac{p+\nu}{c}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}.$$

Действительно:

$$\alpha_\nu(\xi) = \frac{|c|}{\theta\,\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)} \int_0^{+\infty} x^\nu \left(\frac{x}{\theta}\right)^{p-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)\right\} dx =$$

$$=\frac{|c|\theta^{\nu}}{\theta\partial\left(\frac{p}{c}\right)}\int_{0}^{+\infty}\left(\frac{x}{\theta}\right)^{p+\nu-1}\exp\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{c}\right\}dx=$$

$$=\frac{|c|\theta^{\nu}}{\partial\left(\frac{p}{c}\right)}\int_{0}^{+\infty}y^{p+\nu-1}\exp(-y^{c})dy=\theta^{\nu}\frac{\partial\left(\frac{p+\nu}{c}\right)}{\partial\left(\frac{p}{c}\right)}.$$

Выполним статистическую оценку параметров распределения (2) методом наибольшего правдоподобия [5].

Пусть имеется некоторая выборка $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ генеральной совокупности распределения (2)-(4).

Рассмотрим функцию правдоподобия

$$L=\prod_{i=1}^{n}\frac{|c|}{\theta\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{p-1}\exp\left\{-\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{c}\right\}=$$

$$=\frac{|c|}{\theta^{np}\Gamma^{n}\left(\frac{p}{c}\right)}\exp\left\{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{c}\right\}\left(\prod_{i=1}^{n}x_i\right)^{p-1}. \qquad (5)$$

Прологарифмируем данную функцию

$$LnL=\sum_{i=1}^{n}\left[\ln\frac{|c|}{\theta}-\ln\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)+(p-1)\ln\frac{x_i}{\theta}-\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{c}\right]=$$

$$=n\left[\ln\frac{|c|}{\theta}-\ln\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)+(p-1)\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{\theta}-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{c}\right].$$

Рассмотрим функцию

$$F=\frac{\ln L}{n}=\ln\frac{|c|}{\theta}-\ln\Gamma\left(\frac{p}{c}\right)+(p-1)\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{\theta}-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{c}. \qquad (6)$$

Максимум данной функции совпадает с максимумом функции правдоподобия (4). Находим частные производные функции F :

$$\frac{\partial F}{\partial\theta}=-\frac{p}{\theta}+\frac{c}{\theta}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^{c};$$

$$\frac{\partial F}{\partial p}=-\frac{1}{c}\psi\left(\frac{p}{c}\right)+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{\theta};$$

$$\frac{\partial F}{\partial c}=\frac{1}{c}+\frac{p}{c^2}\psi\left(\frac{p}{c}\right)-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^c\ln\frac{x_i}{\theta}.$$

Из уравнения $\partial F/\partial\theta=0$ получим оценку наибольшего правдоподобия для параметра масштаба θ, если p и c известны :

$$\theta=\left(\frac{c}{p}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,c}\right)^{\frac{1}{c}}. \qquad (7)$$

Если известны θ и c , то уравнение правдоподобия

$$\frac{1}{c}\psi\left(\frac{p}{c}\right)-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{\theta}=0 \qquad (8)$$

имеет единственное решение $p=c\psi^{-1}\left(\frac{c}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{x_i}{\theta}\right)$ относительно параметра p, так как логарифмическая производная гамма - функции монотонно возрастает, непрерывна на интервале (0,+∞) и принимает значения от - ∞ до + ∞ [4] .

Уравнение правдоподобия

$$\frac{1}{c}+\frac{p}{c^2}\psi\left(\frac{p}{c}\right)-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i}{\theta}\right)^c\ln\frac{x_i}{\theta}=0 \qquad (9)$$

разрешимо относительно параметра c при известных θ и p . Решение уравнений правдоподобия (7)-(9) дает оценки распределения (2)-(4).

Применим рассмотренное распределение к статистической оценке модуля упругости.

Для гравийной дорожной одежды получена выборка наблюдаемых значений минимумов модуля упругости:

E_{min}=(75, 95, 87, 97, 53, 104, 84, 95, 97, 105, 118, 80, 111, 104, 30, 100,35)

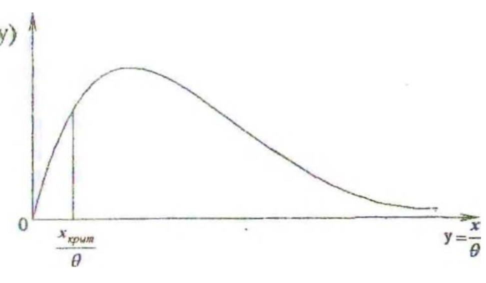


Рис. 4. Оценка вероятности выхода дорожного покрытия из рабочего состояния

По данной выборке, используя разработанный алгоритм, найдены оценки наибольшего правдоподобия распределения (2)-(4):

θ=215,45 МПа; p=2,56; c=7,76.

Для оценки надежности дорожного покрытия взято предельное допустимое значения модуля упругости: $\alpha E_{тр} = 65$ МПа.

Для $x_{крит}$=65МПа найдено значение функции распределения $F = 0,0696$. Данное значение дает оценку надежности 1-F=0,9304 гравийной дорожной одежды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вырко Н. П. Сухопутный транспорт леса: Учебн. для студентов вузов. Мн.: Вышэйш. шк., 1987.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения.В 2-х томах. Т.2. Пер. с англ.- М.:Мир,1984.
3. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьёв А.Д. Математические методы в теории надежности.-М.,1965.
4. Янке Е. , Эмдэ Ф. , Леш Ф. Специальные функции: Формулы , графики, таблицы. -М. : Наука , 1977.
5. Справочник по прикладной статистике в 2 -х т. Пер.с англ. / Под.ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю. Н. Тюрина. - М.: Финансы и статистика , 1989 - 1990.- Т. 1-2.

УДК 625.630

И.И. Тумашик, мл. н. с.;
С.В. Ярмолик, аспирант

ПОВЫШЕНИЕ ПРОЕЗЖАЕМОСТИ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПУТЕЙ ПРЕДПРИЯТИЙ ЛЕСНОГО КОМПЛЕКСА

In this article a given increase more passage transport-technological ways undertaking of forest industry.

Современное состояние лесозаготовительного производства в республике привело к необходимости более рационально и продуманно подходить к решению дорожно-транспортных задач, и в первую очередь это касается повышения несущей способности оснований транспортно-технологических путей и, как следствие, их проезжаемости.

Несмотря на то, что в последние годы значительно расширилась опорная сеть дорог, обеспечивающих круглогодовую вывозку древесины, существует проблема проезда тяжеловесных лесовозных автопоездов по временным дорогам (усам и подъездным путям). Чаще всего их приходится сооружать в самых неблагоприятных условиях, основными особенностями которых являются: легкий механический состав грунтов и, как следствие, их низкая несущая способность; значительная высота капиллярного