УДК 66.048

В.П.Грибкова, Л.В.Новосельская,
И.М.Плехов, В.А.Марков

ОЦЕНКА НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОДИНАМИКИ КОЛЬЦЕВОГО ДВУХФАЗНОГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

В число основных гидродинамических параметров, определяющих структуру двухфазного закрученного течения, входят касательные напряжения на стенке кольцевого канала и на границе раздела фаз.

Так как экспериментальное изучение распределения касательных напряжений на границе раздела фаз связано со значительными трудностями, необходимо искать пути приближенного вычисления такого распределения на основании математической модели течения.

Для двухфазного закрученного потока, где газ движется по центральной части поперечного сечения канала, а пленка жидкости под действием касательного напряжения со стороны газа перемещается в виде тонкого кольцевого слоя по стенке контактного элемента, математическая модель гидродинамики описывается дифференциальными уравнениями Навье – Стокса.

Рассмотрим решение их в приближении пограничного слоя [1] с учетом следующих допущений: принимаем течение безволновым; поскольку толщина пленки δ мала по сравнению с радиусом элемента R, задачу рассматриваем на плоской вертикальной поверхности. В таком случае система уравнений осесимметричного движения ламинарной пленки жидкости и турбулентного потока газа примет следующий вид:

для турбулентного потока газа

$$\bar{u}_г \frac{\partial \bar{u}_г}{\partial x} + \bar{v}_г \frac{\partial \bar{u}_г}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_г} \frac{\partial P}{\partial x} \sin\alpha + \frac{\partial}{\partial y}\left[(\nu_м + \nu_т)\right] \frac{\partial \bar{u}_г}{\partial y},$$

$$\frac{\partial(\rho_г \bar{u}_г)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_г \bar{v}_г)}{\partial y} = 0; \qquad (1)$$

для ламинарной пленки жидкости

$$\bar{u}_ж \frac{\partial \bar{u}_ж}{\partial x} + \bar{v}_ж \frac{\partial \bar{u}_ж}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_ж} \frac{\partial P}{\partial x} \sin\alpha + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_ж^т \frac{\partial \bar{u}_ж}{\partial y}\right) g \sin\alpha;$$

$$\frac{\partial(\rho_ж \bar{u}_ж)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_ж \bar{v}_ж)}{\partial v} = 0, \qquad (2)$$

где u, v – осевая и радиальная составляющие скорости; x, y – продольная и поперечная координаты; ρ – плотность, кг/м^3; ν – коэффициент кинематической вязкости, м^2/с; ε – коэффициент турбулентного обмена, м^2/ с; μ – коэффициент динамической вязкости, н.с./м^2.

Граничные условия:

прилипания на стенке при $y = 0$

$$\bar{u}_ж = \bar{v}_ж = 0; \qquad (3)$$

на границе раздела фаз при $y = \delta(x)$

$$\bar{u}_ж = \bar{u}_г; \quad \bar{u}_ж \frac{d\delta}{dx} - \bar{v}_ж = 0,$$

$$(\mu_г + \varepsilon_г) \frac{\partial \bar{u}_г}{\partial y} = \mu_ж \cdot \frac{\partial \bar{u}_ж}{\partial y}; \qquad (4)$$

в объеме при $y \to \infty$ $\quad \bar{u}_г = \bar{u}_{г\infty} = \text{const}.$

Толщина пленки определяется из условия постоянства расхода в каждом сечении:

$$G_ж = \rho_ж \int_0^\delta \bar{u}_ж dy. \qquad (5)$$

На основании эксперимента [2] значения коэффициента турбулентной вязкости считались по формуле $\nu = 6 \cdot 10^{-3} u_\infty Re$. Система уравнений в частных производных (1) - (2) вырождается в начале координат, поэтому получить ее решение способами, существующими для задач в частных производных, не представляется возможным. В связи с этим для исходной системы уравнений с помощью подобного преобразования был осуществлен переход к системе уравнений в обыкновенных производных. В качестве безразмерной координаты выбрана переменная $\eta = \frac{y}{\sqrt{x}} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu}}$.

Исходные уравнения (1) - (2) и краевые условия (3)-(4) преобразуются с помощью новой переменной. Уравнения движения и неразрывности сводятся к уравнению для функции тока третьего порядка:

для газа $$F''' + \frac{1}{2} FF'' - \frac{xg}{u_\infty^2 \rho} \sin\alpha \frac{dP}{dx} = 0; \qquad (6)$$

для жидкости $$f''' + \frac{1}{2} ff'' + \frac{xg}{u_\infty^2 \rho} \left(\frac{dP}{dx} + g \right) \sin\alpha = 0. \qquad (7)$$

Краевые условия при этом приводятся к виду:
на стенке

при $y = 0$ $f'(0) = 0$ и $f(0) = 0$;

на границе раздела фаз

при $y = \delta(x)$ $f'(\eta_\delta) = F'(0)$ и $f''(\eta_\delta) = F''(0) \frac{\mu_г + \varepsilon_г}{\mu_ж} \sqrt{\frac{\nu_ж}{\nu_г}}$; (8)

в объеме

при $y \to \infty$, $F'(\infty) = 1$.

Безразмерная координата $\eta_ж = y\sqrt{\frac{u_ж}{\nu_ж x}}$ изменяется в жидкости в пределах $0 \leq \eta_ж \leq \eta_\delta$; в газе $0 \leq \eta < \infty$.

Преобразование уравнения (5) приводит к равенству

$$G_ж = \rho_ж \sqrt{u_\infty \nu_ж x}\; f(\eta_\delta). \tag{9}$$

Решение уравнений гидродинамики не является автомодельным, так как толщину пленки определяют уравнения (7) и (9), в которые в качестве параметра входит величина x. Расчеты с помощью разложения в бесконечный ряд показали, что при значениях безразмерной толщины пленки $\eta_\delta \leq 3$ в уравнении (7) можно пренебречь конвективным членом и членом, учитывающим силу тяжести. При этом наибольшая ошибка при определения профиля скоростей в жидкости не превышает 2–3%. При определении толщины пленки ошибка составляет десятые доли процента. Поэтому безразмерное уравнение гидродинамики в жидкости принимает вид

$$f''(\eta) = 0. \tag{10}$$

Решением его с учетом краевых условий (8) являются функции:

$$f''(\eta) = D; \quad f'(\eta) = D\eta; \quad f(\eta) = D\frac{\eta^2}{2}. \tag{11}$$

Константа D зависит от координаты x, и ее вычисление производится методом "пристрела" таким образом, чтобы система дифференциальных уравнений (6) и (7) удовлетворяла условию на бесконечности (8). Тогда получим уравнения профилей скорости в жидкости:

$$u = u_\infty D\eta; \quad v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{u_ж u_\infty}{x}}\, D\frac{\eta^2}{2}.$$

Учитывая, что $u_ж \frac{d\delta}{dx} - v_ж = 0$ на границе раздела фаз, можно выразить производную

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{v(\delta)}{u(\delta)} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\nu_ж}{x u_\infty}} \cdot \eta_\delta. \tag{12}$$

Условие (5) дает возможность определить

$$\eta_\delta = \sqrt{\frac{2G_ж}{D\rho_ж\sqrt{u_ж \nu_ж}}}. \qquad (13)$$

Подстановка (12) и (13) в интегрирование приводит к выражению безразмерной толщины пленки

$$\eta_\delta = x^{1/4}\sqrt{\frac{2G}{D\rho_ж\sqrt{u_\infty \nu_ж}}};$$

толщины пленки

$$\delta = x^{1/4}\sqrt{\frac{2G_ж}{D\rho_ж}\sqrt{\frac{\nu_ж}{u_\infty^3}}};$$

профиля общей скорости в жидкости

$$u_ж = u_\infty Dy\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu_ж x}};$$

тангенциального напряжения на границе раздела фаз

$$\tau_\delta = Du_\infty^{3/2}\sqrt{\frac{\mu_ж \rho_ж}{gx}}.$$

Как видно из решения (10), тангенциальное напряжение на границе раздела фаз с точностью, достаточной для инженерных расчетов, равно тангенциальному напряжению на стенке τ_0. Более точные расчеты с учетом силы тяжести показали, что тангенциальное напряжение τ_δ превосходит τ_0 не более чем на 3 - 4%.

Разложение в ряд Тейлора решения уравнения (7) с учетом конвективных членов и силы тяжести подтвердило, что погрешность в рассматриваемом диапазоне параметров не превосходит указанных ранее пределов погрешности.

Выводы. Данный метод расчета позволил оценить величину основных гидродинамических параметров кольцевого двухфазного закрученного потока, экспериментальное определение которых черезвычайно сложно. Метод может быть использован при расчете прямоточных контактных устройств в массообменных аппаратах.

Литература

1. Крылов В.С., Воротилин В.П., Левич В.Г. К теории волнового движения тонких пленок жидкости. - ТОХТ, 1969, 3, № 4, с. 499. 2. Гостинцев Ю.А., Зайцев В.М. О кинематическом подобии турбулентного закрученного потока в трубе. - ИФЖ, 1971, 20, № 3, с. 434.