УДК 66.063.8

И.И.Бортников

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ШАРНИРНО ЗАКРЕПЛЕННОГО ВАЛА РЕАКТОРА

Шарнирно закрепленные валы применяются в конструкциях реакторов с быстроходными перемешивающими устройствами [1, 2]. Вычисление собственных частот поперечных колебаний валов таких реакторов представляет значительный интерес при определении безопасных значений рабочих угловых скоростей вращения вала.

Дифференциальное уравнение равновесия вращающегося вала постоянного поперечного сечения, согласно [3], будет

$$EI\,\frac{d^4 y}{dx_1^4} - m\omega^2 y = 0, \qquad (1)$$

где E – модуль упругости материала вала, н/м^2; I – момент инерции сечения вала, м^4; y – прогиб вала, м; x_1 – текущая координата вала, м; m – масса единицы длины вала, кг/м; ω – угловая скорость вращения вала, рад/с.

Применяя обозначения $x = \frac{x_1}{L}$

$$\text{и} \quad \alpha^4 = \frac{L^4\, m\omega^2}{EI}, \qquad (2)$$

где L – длина шарнирно закрепленной части вала, м.

Перепишем уравнение (1) в виде [3]

$$y(x) = AS'(\alpha x) + BT(\alpha x) + CU(\alpha x) + DV(\alpha x), \qquad (3)$$

где A,B,C, D – произвольные постоянные интегрирования; $S(\alpha x)$, $T(\alpha x)$, $U(\alpha x)$, $V(\alpha x)$ – функции академика А.Н. Крылова, табулированные в работе [4].

Граничные условия при $x = 0$ будут

$$y^{II}(0) = 0;$$
$$y^{III}(0) = \alpha^4 K y(0), \qquad (4)$$

где $K = \frac{M}{mL}$; M – масса диска, кг.

Подстановка (4) и (3) дает

$$C = 0; \; D = \alpha K A. \qquad (5)$$

Граничные условия при $x = 1$ будут

$$y(1) = 0; \; y^{II}(1) = 0, \qquad (6)$$

что дает при подстановке в (3) с учетом (5)

$$y(1) = 0 = AS(\alpha) + BT(\alpha) + \alpha KAV(\alpha);$$
$$y''(1) = 0 = AU(\alpha) + BV(\alpha) + \alpha KAT(\alpha)$$

или

$$A[S(\alpha) + \alpha KV(\alpha)] + BT(\alpha) = 0;$$
$$A[U(\alpha) + \alpha KT(\alpha)] + BV(\alpha) = 0. \qquad (7)$$

Из системы уравнений (7) следует [3] , что если определитель, составленный из коэффициентов при произвольных постоянных, не равен нулю, то $A = B = 0$, и в таком случае вал будет сохранять при вращении прямолинейную форму. Если же величина угловой скорости ω такова, что при соответствующем ей значении α определитель системы (7) равен нулю, то значения произвольных постоянных могут быть отличны от нуля, что дает $y \neq 0$, и вал теряет устойчивость прямолинейной формы. Такие угловые скорости называются критическими и определяются по формуле

$$\omega_0 = \frac{\alpha^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} . \quad [4] \qquad (8)$$

Величину α найдем из условия

Scanned by TapScanner

$$\Delta = \begin{vmatrix} [S'(\alpha) + \alpha K V(\alpha), T(\alpha)] \\ [U(\alpha) + \alpha K T(\alpha), V(\alpha)] \end{vmatrix} = 0, \qquad (9)$$

что дает

$$S(\alpha)V(\alpha) + \alpha K V^2(\alpha) - T(\alpha)U(\alpha) - \alpha K T^2(\alpha) = 0$$

или $$K = \frac{1}{\alpha}\ \frac{S(\alpha)V(\alpha) - T(\alpha)U(\alpha)}{T^2(\alpha) - V^2(\alpha)}. \qquad (10)$$

Трансцендентное частотное уравнение (10) для ускорения вычислений его корней α представлено на рис. 1 в виде графика $\alpha = f(K)$.

Экспериментальное определение собственных частот поперечных колебаний вала производили на специальном стенде с длиной вала $L = 1{,}54$ м, диаметром 12 мм и массой диска 6,2 кг. На вал наклеивали тензометрические датчики, которые подключались через ртутный токосъемник к тензостанции, включающий усилитель 8АНЧ-7М и осциллограф Н-700.

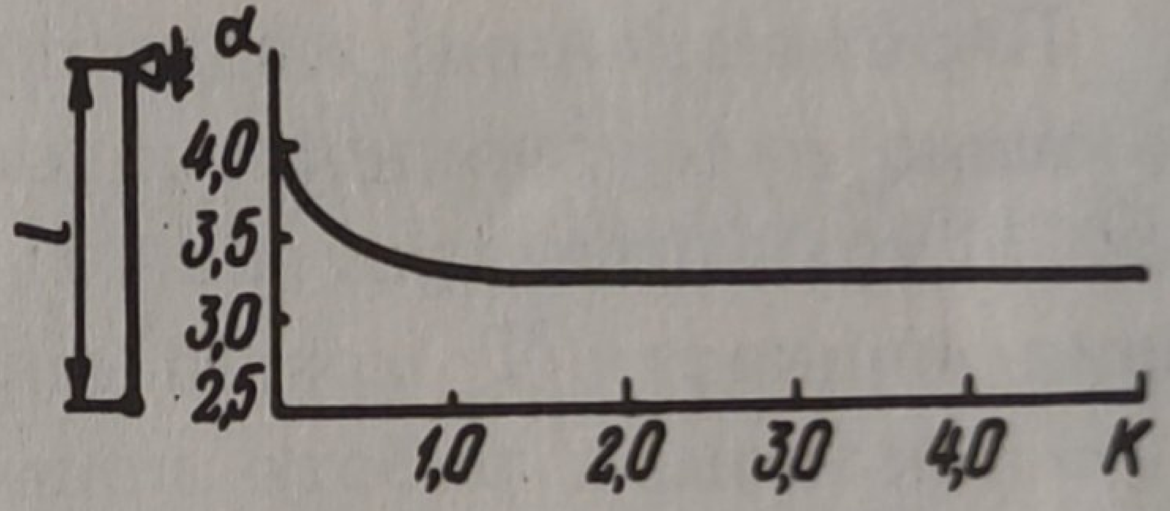

Рис. 1. Зависимость корня частотного уравнения α от $K = \frac{M}{mL}$.

Эксперименты показали высокую точность расчетных формул. Расхождение опытных и расчетных значений частот поперечных колебаний, вычисленных по формуле (8), не превышает 3 - 5%.

Полученные зависимости позволяют определить режимы безопасности работы шарнирно закрепленного быстроходного вала реактора.

Литература

1. Бортников И.И. Исследование работы аппарата с с прецессонным движением мешалки. Канд. дис. - Ленинград, 1970. 2. Таганов Н.И. и др. Авт. свид. №197513, кл.12е 4/01. - Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки, №13, с.18. 3. Крылов А.Н. Сборник трудов. - М., 1948, т.Х. 4. Ананьев И.В., Тимофеев П.Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. - М., 1965.