

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# **ФИЗИКА**

## **СБОРНИК ЗАДАЧ**

**В 3-х частях**

**Часть 3. Оптика. Квантовая физика  
и строение вещества**

*Рекомендовано  
учебно-методическим объединением по химико-технологическому  
образованию в качестве учебно-методического пособия  
для студентов учреждений высшего образования  
по химико-технологическим специальностям*

Минск 2023

УДК 53(076.1)(075.8)

ББК 22.3я73

Ф50

Авторы :

*А. В. Буцень, Д. В. Кленицкий, И. В. Вершиловская, В. В. Тульев,  
О. Г. Бобрович, Н. Н. Крук, А. В. Мисевич, В. Р. Мадьяров*

Под общей редакцией *Д. В. Кленицкого*

Рецензенты :

кафедра «Техническая физика» Белорусского национального  
технического университета (кандидат физико-математических  
наук, доцент, заведующий кафедрой *И. А. Хорунжий*);  
доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор кафедры физических и математических основ  
информатики учреждения образования «Белорусская  
государственная академия связи» *Л. Л. Гладков*

*Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или  
ее части не может быть осуществлено без разрешения учреждения  
образования «Белорусский государственный технологический университет».*

**Физика. Сборник задач** : учеб.-метод. пособие для  
Ф50 студентов химико-технологических специальностей : в 3 ч. /  
А. В. Буцень [и др.] ; под общ. ред. Д. В. Кленицкого. –  
Минск : БГТУ, 2023. – Ч. 3 : Оптика. Квантовая физика и  
строение вещества. – 207 с.

ISBN 978-985-897-094-9.

Первая часть сборника задач по физике вышла в свет в 2021 г., вторая –  
в 2022 г. Третья часть пособия содержит более 600 задач по темам «Оптика»,  
«Квантовая физика и строение вещества». В издание включены краткие  
теоретические сведения, а также примеры решения задач. В конце сборника  
приведены ответы к задачам, представлена справочная информация.

Пособие предназначено для студентов химико-технологических  
специальностей учреждений высшего образования, может использоваться  
также студентами инженерно-технических специальностей.

УДК 53(076.1)(075.8)

ББК 22.3я73

ISBN 978-985-897-094-9 (Ч. 3) © УО «Белорусский государственный  
ISBN 978-985-530-922-3 технологический университет», 2023

# ПРЕДИСЛОВИЕ

---

---

При изучении физических дисциплин студентами технологических, технических и инженерных специальностей учреждений высшего образования большое значение имеет формирование компетенций по применению приобретенных знаний на практике. При этом ключевыми являются навыки решения задач.

Данное издание подготовлено согласно учебным планам нового поколения и соответствует требованиям учебных программ по дисциплинам «Физика», «Физика с основами молекулярной спектроскопии» для студентов I ступени обучения. Учебно-методическое пособие предназначено для использования на практических занятиях, выполнения контрольных работ и индивидуальных заданий, а также для самостоятельной работы студентов при изучении вышеупомянутых дисциплин. Пособие является составной частью серии учебных изданий, включающих учебник, электронные конспекты лекций по дисциплине «Физика» (по специальностям) и лабораторный практикум. При составлении сборника задач использован многолетний опыт проведения профессорско-преподавательским составом кафедры физики БГТУ практических занятий со студентами I ступени обучения.

Для удобства в каждом параграфе, посвященном одному из разделов курса, приводятся основные законы, соотношения и формулы, необходимые для решения задач, а затем рассматриваются примеры решения типовых задач. В конце сборника даются ответы к задачам. Учебно-методическое пособие включает приложение, содержащее сводку основных физических констант и справочные таблицы.

Параграфы подготовлены: ассистентом А. В. Буценом (§ 1, 2), доцентом Д. В. Кленицким (§ 3–5, приложение), доцентом И. В. Вершиловской (§ 6), доцентом В. В. Тульевым (§ 7), доцентом О. Г. Бобровичем (§ 8, приложение), профессором Н. Н. Круком (предисловие, методические указания, § 9, 10), доцентом А. В. Мисевичем (§ 11), доцентом В. Р. Мадыаровым (§ 12).

Доцент Д. В. Кленицкий осуществлял общее руководство авторским коллективом, вносил предложения и давал рекомендации по улучшению авторского оригинала.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

---

---

При решении задач рекомендуется придерживаться следующей последовательности действий:

1) прежде чем приступить к решению задачи, студент должен изучить теоретический материал по теме, что позволит установить, какие физические явления и законы положены в ее основу; необходимо выписать значения заданных в условии физических величин, а также дополнительные данные, выявленные при анализе условия задачи;

2) при необходимости следует сделать схематический рисунок или чертеж и изобразить на нем известные (в первую очередь векторные) величины; если того требует задача, выбрать систему координат, причем оси следует выбрать так, чтобы проекции векторов на них выражались наиболее простым образом;

3) составить уравнения (систему уравнений), которые выражают взаимосвязь между физическими величинами, относящимися к рассматриваемой задаче;

4) решить систему уравнений; решение получают, как правило, в общем виде, обозначая все физические величины соответствующими символами и производя с ними нужные преобразования;

5) проверить полученную формулу на соответствие размерностей: если размерности величин, стоящих в формуле слева и справа от знака равенства не сходятся, то решение является неверным;

6) перейти к подстановке числовых данных, выраженных в системе единиц СИ, причем точность вычисления искомой величины должна соответствовать точности величин, приведенных в условии; значения обязательно подставляются в основных единицах системы СИ;

7) оценить полученный ответ на правдоподобность (например, скорость тела не может оказаться больше скорости света в вакууме и т. п.); проанализировать полученный результат, так как часто в задаче требуется сделать качественный вывод на основе полученного числового значения либо выражения, определяющего функциональную зависимость.

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

---

---

## § 1. Геометрическая оптика

---

### Основные формулы и законы

#### 1. Абсолютный показатель преломления среды:

$$n = \frac{c}{v}, \quad (1.1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $v$  – фазовая скорость света в среде.

#### 2. Закон отражения света:

$$\alpha = \gamma, \quad (1.2)$$

где  $\alpha$  – угол падения;  $\gamma$  – угол отражения.

#### 3. Закон преломления света (закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.3)$$

где  $\alpha$  – угол падения;  $\beta$  – угол преломления;  $n_1$  и  $n_2$  – абсолютные показатели преломления первой и второй среды;  $n_{21}$  – относительный показатель преломления сред.

#### 4. Предельный угол $\alpha_{\text{пр}}$ полного внутреннего отражения:

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1.4)$$

где  $n_2 < n_1$ ; при  $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$  наблюдается полное внутреннее отражение.

#### 5. Правило знаков при расчете оптических систем:

1) все расстояния отсчитываются от оптической системы (линзы, сферического зеркала);

2) расстояния, отсчитываемые против хода лучей, считаются отрицательными, а по ходу лучей – положительными.

**6. Формула тонкой линзы:**

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f}, \quad (1.5)$$

где  $b$  – расстояние от линзы до изображения;  $a$  – расстояние от линзы до предмета;  $f$  – фокусное расстояние линзы.

**7. Оптическая сила тонкой линзы:**

$$D = \frac{1}{f} = \frac{n - n_0}{n_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (1.6)$$

где  $n$  – показатель преломления материала линзы;  $n_0$  – показатель преломления среды, в которой находится линза;  $R_1, R_2$  – радиусы кривизны поверхностей линзы.

**8. Формула сферического зеркала:**

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R}, \quad (1.7)$$

где  $b$  – расстояние от зеркала до изображения;  $a$  – расстояние от зеркала до предмета;  $R$  – радиус кривизны зеркала.

**9. Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вместе:**

$$D = D_1 + D_2, \quad (1.8)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – оптические силы линз.

**10. Поперечное увеличение в зеркалах и тонких линзах:**

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|b|}{|a|}, \quad (1.9)$$

где  $H$  и  $h$  – высота изображения и предмета, соответственно.

**11. Увеличение лупы:**

$$\Gamma = \frac{L}{f}, \quad (1.10)$$

где  $L$  – расстояние наилучшего зрения ( $L = 25$  см).

**12. Увеличение микроскопа:**

$$\Gamma = l D_1 D_2, \quad (1.11)$$

где  $l$  – расстояние между точками фокуса объектива и окуляра;  $D_1$  и  $D_2$  – оптические силы объектива и окуляра.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Луч света проходит через расположенную в воздухе призму с преломляющим углом  $\varphi$ , изготовленную из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ . Найдите угол отклонения луча от первоначального направления после прохождения призмы в двух случаях: 1)  $\varphi = 60^\circ$  и угол падения луча на грань призмы  $\alpha = 45^\circ$ ; 2)  $\varphi = 15'$  и угол падения луча на грань призмы является малым.

**Решение.** Ход луча через призму показан на рис. 1.1.

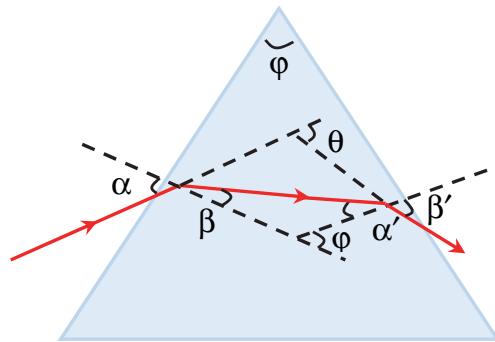


Рис. 1.1

Угол отклонения луча от первоначального направления после прохождения призмы

$$\theta = \alpha - \beta + \beta' - \alpha' = \alpha + \beta' - \varphi, \quad (1.12)$$

где учтено, что  $\varphi = \beta + \alpha'$ .

1) Угол преломления  $\beta$  на первой грани определим из закона преломления света (1.3). Так как  $n_2 = n$  и для воздуха  $n_1 = 1$ , то получим

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \approx 0,47 \Rightarrow \beta \approx 28^\circ. \quad (1.13)$$

Тогда угол падения на вторую грань

$$\alpha' = \varphi - \beta \approx 32^\circ. \quad (1.14)$$

Угол преломления  $\beta'$  на второй грани найдем из закона преломления света (1.3). В этом случае  $n_1 = n$  и  $n_2 = 1$ . Из (1.3) следует, что

$$\sin \beta' = n \sin \alpha' \approx 0,795 \Rightarrow \beta' \approx 52,6^\circ. \quad (1.15)$$

Подставляя данные из условия и (1.15) в (1.12), найдем  $\theta \approx 37,6^\circ$ .

2) Вследствие малости угла падения  $\alpha$  и преломляющего угла призмы  $\varphi$  углы  $\beta$ ,  $\alpha'$  и  $\beta'$  также будут малы. Так как синусы малых углов равны самим углам, выраженным в радианах, то законы преломления (1.3) на обеих гранях призмы будут иметь следующий вид:

$$\alpha = n\beta, \quad n\alpha' = \beta'. \quad (1.16)$$

Отсюда следует, что

$$\alpha + \beta' = n(\beta + \alpha') = n\varphi. \quad (1.17)$$

Подставляя (1.17) в (1.12), получим

$$\theta = (n - 1)\varphi = 7,5'. \quad (1.18)$$

Таким образом, в этом случае все лучи одной длины волны вне зависимости от угла падения на призму отклоняются на один и тот же угол.

**Пример 2.** С помощью сферического зеркала получено действительное изображение  $A_1B_1$  предмета  $AB$  (рис. 1.2), где прямая  $AA_1$  является оптической осью зеркала. Определите построением

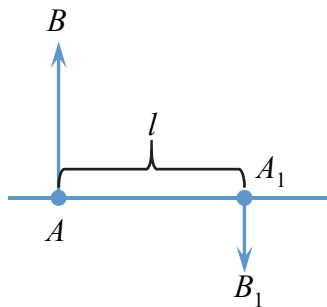


Рис. 1.2

положение и фокус зеркала. Найдите радиус кривизны и фокусное расстояние зеркала, если расстояние между предметом и изображением  $l = 20$  см, а поперечное увеличение  $\Gamma = 0,6$ . Чему равны расстояния от зеркала до предмета  $a$  и изображения  $b$ ?

**Решение.** Как видно из рис. 1.2, изображение  $A_1B_1$  предмета  $AB$  является действительным и обратным (перевернутым).

Поэтому можно утверждать, что зеркало является вогнутым, поскольку только вогнутое зеркало дает действительное изображение. Кроме того, так как изображение является уменьшенным, зеркало расположено правее изображения предмета.

Найдем положение зеркала на рис. 1.3. Воспользуемся тем, что луч, падающий на зеркало в его полюсе, после отражения идет симметрично оптической оси. Поэтому отразим точку  $B$  симметрично относительно оптической оси, получив таким образом точку  $B'$ .



Проведя прямую  $B'B_1$  до пересечения с прямой  $AA_1$ , получим точку  $P$ , которая является полюсом вогнутого сферического зеркала. Луч, распространяющийся через центр кривизны зеркала, после отражения от него пойдет обратно по тому же пути. Поэтому центр кривизны  $C$  лежит на оптической оси в точке ее пересечения с прямой  $BB_1$ . Луч, идущий через главный фокус, отражаясь от зеркала, распространяется параллельно оптической оси. Поэтому, чтобы определить положение главного фокуса, через точку  $B_1$  проведем прямую, параллельную главной оптической оси, до пересечения с зеркалом в точке  $E$ . Главный фокус  $F$  лежит на пересечении прямой  $BE$  с главной оптической осью.

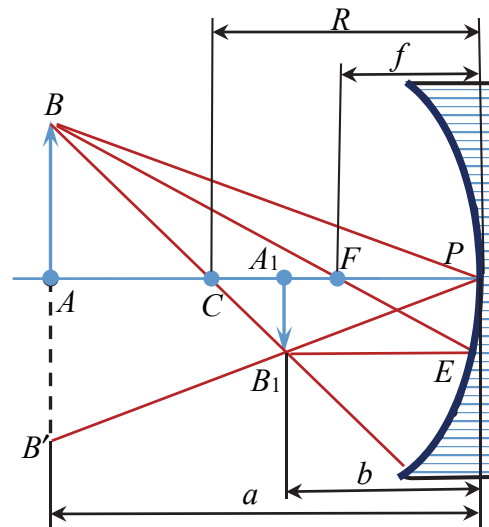


Рис. 1.3

Для нахождения радиуса кривизны зеркала воспользуемся формулой (1.7) для сферического зеркала и формулой (1.9) для поперечного увеличения. В данном случае расстояния от полюса зеркала до предмета  $a$  и изображения  $b$ , а также радиус кривизны зеркала  $R$  отсчитываются от полюса зеркала в сторону, противоположную направлению падающих на зеркало лучей. Поэтому, согласно правилу знаков, эти расстояния являются отрицательными  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $R < 0$ . Учитывая, что в этом случае расстояние между предметом и изображением  $l = b - a$ , имеем систему трех уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R}, \\ \Gamma = \frac{b}{a}, \\ l = b - a, \end{cases} \quad (1.19)$$

где во втором уравнении из-за отрицательности  $a$  и  $b$  опущены знаки модулей.

Решая совместно систему уравнений, найдем

$$R = \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 - 1} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 0,6}{0,6^2 - 1} = -37,5 \text{ см}; \quad (1.20)$$

$$a = \frac{l}{\Gamma - 1} = \frac{20}{0,6 - 1} = -50 \text{ см}; \quad (1.21)$$

$$b = \frac{\Gamma l}{\Gamma - 1} = \frac{20}{0,6 - 1} = -30 \text{ см}. \quad (1.22)$$

Фокусное расстояние зеркала  $f = R / 2 = -18,75 \text{ см}$ .

## Задачи

**1.1.** Луч света проходит через трехгранную призму с преломляющим углом  $\varphi = 60^\circ$ , находящуюся в воде. Луч падает перпендикулярно к одной из граней призмы. Определите абсолютный показатель преломления материала призмы, если на второй грани призмы луч испытывает полное внутреннее отражение. Показатель преломления воды  $n_{\text{в}} = 1,33$ .

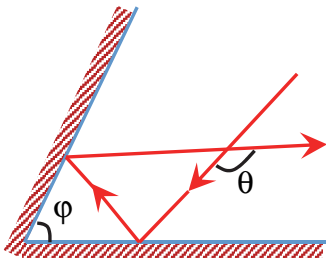


Рис. 1.4

**1.2.** Два зеркала наклонены друг к другу и образуют двугранный угол  $\varphi = 60^\circ$ . На них падает луч (рис. 1.4), лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. На какой угол  $\theta$  повернется луч после отражения от обоих зеркал?

**1.3.** На трехгранную стеклянную призму под углом падения  $\alpha = 30^\circ$  к одной из граней падает луч света. Определите угол преломления луча при выходе из призмы, если преломляющий угол призмы  $\varphi = 60^\circ$ , а показатель преломления стекла, из которого изготовлена призма,  $n = 1,5$ .

**1.4.** Лампочка настольной лампы находится на расстоянии  $h = 0,6 \text{ м}$  от поверхности стола и  $H = 1,8 \text{ м}$  от потолка. На столе лежит круглое зеркало диаметром  $d = 10 \text{ см}$ , центр которого находится под светильником. Найдите диаметр светового пятна на потолке.

**1.5.** На дне сосуда, наполненного глицерином до высоты  $h = 20 \text{ см}$ , находится точечный источник света. На поверхности глицерина плавает тонкая круглая непрозрачная пластинка так, что ее центр находится над источником света. Минимальный радиус

пластинки, при котором свет не выходит через поверхность воды,  $r = 18,5$  см. Определите показатель преломления глицерина и скорость света в нем.

**1.6.** На горизонтальном дне бассейна глубиной  $h = 1,5$  м лежит плоское зеркало. Луч света входит в воду под углом падения  $\alpha = 45^\circ$ . Определите расстояние от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала. Показатель преломления воды  $n = 1,33$ .

**1.7.** Луч света падает на плоскую границу раздела двух сред с показателями преломления  $n_1 = 1,33$  и  $n_2 = 1,5$ , частично отражается и частично преломляется. Определите угол падения, при котором отраженный луч перпендикулярен преломленному лучу.

**1.8.** На плоскопараллельную стеклянную пластинку ( $n = 1,5$ ) толщиной  $d = 5$  см падает под углом падения  $\alpha = 30^\circ$  луч света. Определите боковое смещение луча, прошедшего сквозь эту пластинку.

**1.9.** Предельный угол полного внутреннего отражения на границе стекло – жидкость  $\alpha_{\text{пр}} = 65^\circ$ . Определите показатель преломления жидкости, если показатель преломления стекла  $n_c = 1,5$ .

**1.10.** Предельный угол полного внутреннего отражения на границе стекло – вакуум  $\alpha_{\text{пр}} = 42^\circ$ . Определите скорость света в стекле.

**1.11.** На дне сосуда, наполненного водой ( $n = 1,33$ ) до высоты  $h = 25$  см, находится точечный источник света. На поверхности воды плавает непрозрачная пластинка так, что центр пластинки находится над источником света. Определите минимальный диаметр пластинки, при котором свет не пройдет сквозь поверхность воды.

**1.12.** Длинное тонкое волокно, выполненное из прозрачного материала с показателем преломления  $n = 1,35$ , образует световод. Определите максимальный угол к оси световода, под которым световой луч еще может падать на торец, чтобы пройти световод с минимальным ослаблением.

**1.13.** Расстояние от вогнутого сферического зеркала до предмета равно двум радиусам кривизны  $R$ . Определите расстояние от зеркала до изображения предмета и постройте это изображение.

**1.14.** Вогнутое сферическое зеркало дает действительное изображение, которое в три раза больше предмета. Определите фокусное расстояние зеркала, если расстояние между предметом и изображением равно  $l = 20$  см.

**1.15.** Выпуклое сферическое зеркало имеет радиус кривизны  $R = 60$  см. На расстоянии  $a = 10$  см от зеркала поставлен предмет

высотой  $h = 2$  см. Определите: 1) положение изображения; 2) высоту изображения. Постройте чертёж.

**1.16.** Необходимо изготовить плосковыпуклую линзу с оптической силой  $D = 4$  дптр. Определите радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если показатель преломления материала линзы равен  $n = 1,6$ .

**1.17.** Определите расстояние от двояковыпуклой линзы с фокусным расстоянием  $f$  до предмета, при котором расстояние от предмета до действительного изображения будет минимальным.

**1.18.** Двояковыпуклая линза с показателем преломления  $n = 1,5$  имеет одинаковые радиусы кривизны поверхностей, равные  $R = 10$  см. Полученное с помощью этой линзы действительное изображение предмета оказывается в  $k = 5$  раз увеличенным. Определите расстояние от предмета до изображения.

**1.19.** Двояковыпуклая линза из стекла ( $n = 1,5$ ) обладает оптической силой  $D = 4$  дптр. При ее погружении в жидкость ( $n_0 = 1,7$ ) линза действует как рассеивающая. Определите оптическую силу линзы в жидкости и ее фокусное расстояние.

**1.20.** Горизонтальный луч света падает на вертикально расположенное зеркало. Зеркало поворачивается на угол  $\delta = 10^\circ$  около вертикальной оси. На какой угол повернется отраженный луч?

**1.21.** Радиус кривизны вогнутого зеркала  $R = 20$  см. На расстоянии  $a = 30$  см от зеркала поставлен предмет высотой  $h = 1$  см. Найдите расстояние от зеркала до изображения предмета и высоту изображения. Сделайте чертёж.

**1.22.** На каком расстоянии от зеркала получится изображение предмета в выпуклом зеркале с радиусом кривизны  $R = 40$  см, если предмет помещен на расстоянии  $a = 30$  см от зеркала? Какова будет высота изображения, если предмет имеет высоту  $h = 2$  см?

**1.23.** Луч света падает под углом  $\alpha = 30^\circ$  на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначальному лучу. Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Какова толщина пластинки, если расстояние между лучами  $l = 1,94$  см?

**1.24.** Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча  $\alpha_{\text{пр}} = 42^\circ 23'$ . Найдите скорость распространения света в скипидаре.

**1.25.** Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы, преломляющий угол которой  $\varphi = 40^\circ$ . Показатель преломления материала призмы для этого луча  $n = 1,5$ .

Найдите угол отклонения луча, выходящего из призмы, от первоначального направления.

**1.26.** Из двух стекол с показателями преломления  $n_1 = 1,5$  и  $n_2 = 1,7$  сделаны две одинаковые двояковыпуклые линзы. Найдите отношение их фокусных расстояний.

**1.27.** Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы  $R_1 = R_2 = 50$  см. Показатель преломления материала линзы  $n = 1,5$ . Найдите оптическую силу линзы.

**1.28.** Картину площадью  $S = 2 \times 2$  м<sup>2</sup> снимают фотоаппаратом, установленным от нее на расстоянии  $a = 4,5$  м. Изображение получилось размером  $s = 5 \times 5$  см<sup>2</sup>. Найдите фокусное расстояние объектива аппарата. Расстояние от картины до объектива считать большим по сравнению с фокусным расстоянием.

**1.29.** Микроскоп состоит из объектива с фокусным расстоянием  $f_1 = 2$  мм и окуляра с фокусным расстоянием  $f_2 = 40$  мм. Расстояние между фокусами объектива и окуляра  $l = 18$  см. Найдите увеличение, даваемое микроскопом.

**1.30.** Какими должны быть радиусы кривизны поверхностей лупы, чтобы она давала увеличение для нормального глаза  $\Gamma = 10$ ? Показатель преломления стекла, из которого сделана лупа,  $n = 1,5$ .

**1.31.** В фокальной плоскости двояковыпуклой линзы расположено плоское зеркало. Предмет находится перед линзой между фокусом и двойным фокусным расстоянием. Постройте изображение предмета.

**1.32.** Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны  $R = 30$  см и показателем преломления  $n = 1,5$  дает изображение предмета с увеличением  $\Gamma = 2$ . Найдите расстояния от линзы до изображения и от линзы до предмета.

**1.33.** Для некоторой длины волны показатель преломления плоскопараллельной прозрачной пластинки толщиной  $d = 10$  мм изменяется равномерно от значения  $n_1 = 1,40$  на одной из поверхностей до  $n_2 = 1,60$  на другой. Какое время затрачивает свет на прохождение пластинки в перпендикулярном к ней направлении?

**1.34.** Собирающая линза дает на экране двукратно увеличенное изображение лампы. Если линзу подвинуть на  $l = 15$  см ближе к экрану, то она дает изображение, уменьшенное в  $k = 2$  раза. Найдите фокусное расстояние линзы.

**1.35.** Радиус кривизны выпуклого зеркала  $R = 50$  см. Предмет высотой  $h = 15$  см находится на расстоянии  $a = 1$  м от зеркала. Определите расстояние от зеркала до изображения и его высоту.

**1.36.** Узкий пучок параллельных лучей падает на экран под углом  $\alpha = 45^\circ$  и образует светлое пятно. На какое расстояние сместится пятно, если на пути лучей параллельно экрану вплотную к нему поставить стеклянную пластинку толщиной  $d = 1$  см? Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**1.37.** Луч света падает на грань стеклянной призмы ( $n = 1,5$ ) перпендикулярно к ее поверхности и выходит из противоположной грани, отклонившись на угол  $\theta = 25^\circ$  от первоначального направления. Определите преломляющий угол призмы.

**1.38.** Преломляющий угол призмы  $\varphi = 60^\circ$ . Угол наименьшего отклонения луча от первоначального направления  $\theta_{\min} = 30^\circ$ . Определите показатель преломления стекла, из которого изготовлена призма.

**1.39.** Расстояние между фокусами объектива и окуляра внутри микроскопа  $l = 16$  см, а фокусное расстояние объектива  $f_1 = 4$  мм. С каким фокусным расстоянием следует взять окуляр, чтобы получить увеличение в  $\Gamma = 500$  раз?

**1.40.** Вычислите смещение луча, прошедшего сквозь стеклянную пластинку толщиной  $d$  с показателем преломления  $n$ , если угол падения луча равен предельному углу полного внутреннего отражения для стекла, из которого изготовлена пластинка.

## § 2. Фотометрия

### Основные формулы и законы

#### 1. Поток энергии:

$$\Phi_{\circ} = \frac{dW}{dt}, \quad (2.1)$$

где  $dW$  – энергия, переносимая через поверхность за время  $dt$ .

#### 2. Световой поток:

$$\Phi = K_m V(\lambda) \Phi_{\circ}, \quad (2.2)$$

где  $K_m \approx 683$  лм/Вт;  $V(\lambda)$  – кривая относительной спектральной чувствительности (кривая видности).

**3. Сила света:**

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}, \quad (2.3)$$

где  $d\Phi$  – световой поток, излучаемый в телесном угле  $d\Omega$ .

**4. Сила света точечного изотропного источника:**

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad (2.4)$$

где  $\Phi$  – полный световой поток источника.

**5. Освещенность:**

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS}, \quad (2.5)$$

где  $d\Phi_{\text{пад}}$  – световой поток, падающий на площадь  $dS$  поверхности.

**6. Освещенность, создаваемая точечным источником:**

$$E = I \frac{\cos \alpha}{r^2}, \quad (2.6)$$

где  $I$  – сила света источника;  $\alpha$  – угол падения лучей;  $r$  – расстояние от источника до точки поверхности.

**7. Светимость:**

$$M = \frac{d\Phi_{\text{исп}}}{dS}, \quad (2.7)$$

где  $d\Phi_{\text{исп}}$  – световой поток, испускаемый площадью  $dS$  поверхности тела.

**8. Светимость освещаемого тела:**

$$M = \rho E, \quad (2.8)$$

где  $\rho$  – коэффициент отражения (рассеяния);  $E$  – освещенность поверхности.

**9. Яркость:**

$$B = \frac{dI}{dS \cos \alpha}, \quad (2.9)$$

где  $dI$  – сила света элемента поверхности  $dS$  в некотором заданном направлении;  $\alpha$  – угол между нормалью к поверхности  $dS$  и данным направлением.

**10. Связь между светимостью и яркостью ламбертовского источника, яркость которого не зависит от направления:**

$$M = \pi B. \quad (2.10)$$

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Точечный источник света  $I$  освещает горизонтальную поверхность (рис. 2.1). Как изменится освещенность в точке  $C$ , находящейся под источником, если правее источника на таком же расстоянии, как и освещаемая поверхность, поместить плоское зеркало  $З$ , отражающее горизонтальный луч света в  $C$ ? Коэффициент отражения принять равным единице.

**Решение.** Вследствие отражения от зеркала светового потока освещенность поверхности в точке  $C$  увеличивается. Установка зеркала равносильна появлению еще одного источника  $I'$ , являющегося изображением источника  $I$  в зеркале. При отсутствии поглощения зеркалом световой энергии сила света источника  $I'$  равна силе света источника  $I$ .

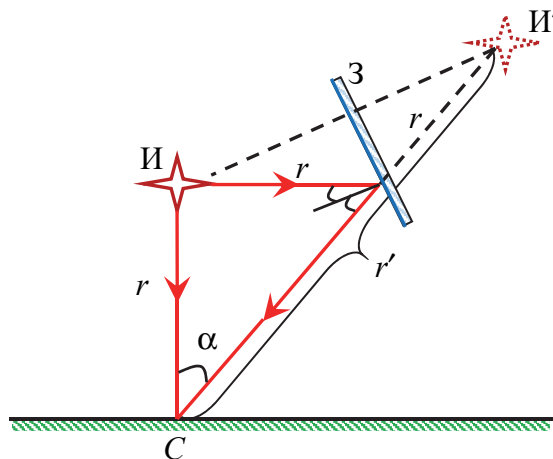


Рис. 2.1

В соответствии с формулой (2.6) освещенность  $E_0$  в точке  $C$  в отсутствие зеркала

$$E_0 = \frac{I}{r^2}, \quad (2.11)$$

а при наличии зеркала

$$E = E_0 + E' = \frac{I}{r^2} + \frac{I \cos \alpha}{r'^2}, \quad (2.12)$$

где  $E'$  – освещенность, создаваемая в точке  $C$  источником  $I'$ .

Используя вытекающие из построения равенства



$$r' = (\sqrt{2} + 1)r, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (2.13)$$

получим

$$E = \frac{I}{r^2} \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)^2} \right]. \quad (2.14)$$

Таким образом, интенсивность увеличится в  $\eta$  раз:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)^2} \approx 1,12. \quad (2.15)$$

**Пример 2.** Светильник в виде плоского горизонтального диска радиусом  $R = 4$  см имеет яркость  $B = 679$  кд/м<sup>2</sup>, не зависящую от направления. Определите освещенность под центром светильника в точке, отстоящей на расстоянии  $h = 20$  см от него.

**Решение.** Разобьем светящийся диск на кольцевые площади толщиной  $dx$  (рис. 2.2). Светящийся участок  $dS'$  на кольцевой площади можно считать точечным источником, поэтому освещенность  $dE$ , создаваемая этим участком в точке  $P$ , определяется соотношением (2.6):

$$dE = dI \frac{\cos \alpha}{r^2}, \quad (2.16)$$

где  $dI$  – сила света элемента поверхности светильника в данном направлении.

Из формулы (2.9) найдем

$$dI = B dS' \cos \alpha. \quad (2.17)$$

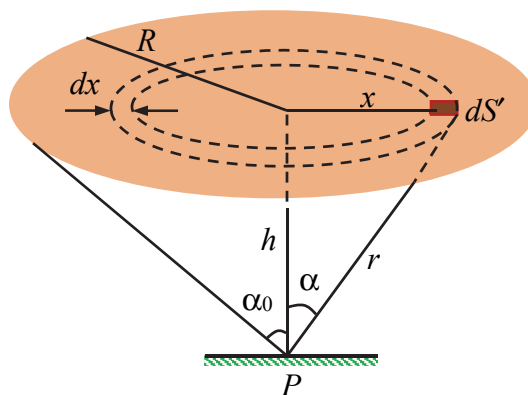


Рис. 2.2

Из (2.16) и (2.17) следует, что освещенность не зависит от места нахождения участка  $dS'$  на кольцевой площади. Учитывая это, а также то, что освещенность в точке  $P$  равна сумме освещенностей от каждого элемента  $dS'$  кольцевой площади, получим соотношение для освещенности, создаваемой кольцевой площадью, в точке  $P$ :

$$dE = B \frac{\cos^2 \alpha}{r^2} dS, \quad (2.18)$$

где  $dS = 2\pi x dx$  – площадь кольца радиуса  $x$  и толщины  $dx$ .

Учитывая, что

$$x = h \operatorname{tg} \alpha, \quad dx = \frac{h}{\cos^2 \alpha} d\alpha, \quad r = \frac{h}{\cos \alpha}, \quad (2.19)$$

получим

$$dE = 2\pi B \sin \alpha \cos \alpha d\alpha. \quad (2.20)$$

Освещенность в точке  $P$ , создаваемая светящимся диском, найдем интегрированием (2.20) по углу, который изменяется от 0 до  $\alpha_0$ :

$$E = \int dE = 2\pi B \int_0^{\alpha_0} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = \pi B \sin^2 \alpha_0. \quad (2.21)$$

Примем во внимание, что

$$\sin \alpha_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}}. \quad (2.22)$$

Подставив (2.22) в (2.21), в результате получим

$$E = \pi B \frac{R^2}{R^2 + h^2} = 3,14 \cdot 679 \cdot \frac{4^2}{4^2 + 20^2} = 82 \text{ лк}. \quad (2.23)$$

**Пример 3.** Люминесцентная цилиндрическая лампа диаметром  $d = 2,5$  см и длиной  $l = 40$  см создает освещенность  $E = 1$  лк в точке на прямой, перпендикулярной к оси лампы и проходящей через ее середину, на расстоянии  $r = 5$  м от центра лампы. Принимая лампу за ламбертовский источник, определите для указанного направления силу света, яркость, а также светимость этой лампы.

**Решение.** Длина лампы  $l$  на порядок меньше расстояния  $r$ , на котором измерена освещенность. Следовательно, для вычисления

силы света в заданном направлении можно принять лампу за точечный источник и применить формулу (2.6). При  $\alpha = 0$  найдем

$$I = \frac{Er^2}{\cos \alpha} = 25 \text{ кд.} \quad (2.24)$$

Из определения яркости (2.9) следует, что яркость в заданном направлении будет

$$B = \frac{I}{S}, \quad (2.25)$$

где  $S$  – площадь проекции источника света на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения.

Так как лампа цилиндрическая, то ее проекция имеет форму прямоугольника длиной  $l$  и шириной  $d$ . Следовательно,

$$S = ld. \quad (2.26)$$

Окончательно получим

$$B = \frac{I}{ld} = \frac{25}{0,4 \cdot 0,025} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кд/м}^2. \quad (2.27)$$

Поскольку по условию люминесцентная лампа является ламбертовским источником, то ее светимость рассчитываем по формуле (2.10):

$$M = \pi B = 3,14 \cdot 2,5 \cdot 10^3 \approx 7,9 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2. \quad (2.28)$$

## Задачи

**2.1.** Высоту  $h$  точечного источника света над центром круглого стола можно изменять. Определите радиус стола, если при  $h = 0,71$  м освещенность на краю стола стала максимальной.

**2.2.** Определите светимость однородно светящейся поверхности, яркость которой зависит от направления по закону  $B = B_0 \cos \alpha$ , где  $B_0 = 3 \cdot 10^3$  кд/м<sup>2</sup> и  $\alpha$  – угол между направлениями излучения и нормалью к поверхности.

**2.3.** Точечный изотропный источник света висит над центром круглого стола. Сила света источника  $I = 25$  кд, радиус стола  $R = 0,5$  м, высота источника над столом  $h = 1$  м. Определите поток света, падающий на стол.

**2.4.** Точечный изотропный источник света  $S$  находится на высоте  $h$  над горизонтальной поверхностью. Во сколько раз изменится освещенность в точке, находящейся под источником, если по другую сторону от источника на расстоянии, равном  $h$ , параллельно поверхности поставить плоское зеркало? Коэффициент отражения принять равным единице.

**2.5.** Над столом находится светильник, имеющий вид плоского горизонтального диска радиусом  $r = 20$  см. Расстояние от него до поверхности стола  $h = 1,4$  м. Освещенность стола под центром светильника  $E = 100$  лк. Определите светимость этого источника, считая его ламбертовским.

**2.6.** Свет от электрической лампочки с силой света  $I = 200$  кд падает под углом  $\alpha = 45^\circ$  на рабочее место, создавая освещенность  $E = 141$  лк. На каком расстоянии от рабочего места находится лампочка? На какой высоте от рабочего места она висит?

**2.7.** В центре круглого стола диаметром  $D = 1,2$  м стоит настольная лампа из одной электрической лампочки, расположенной на высоте  $h_1 = 40$  см от поверхности стола. Над центром стола на высоте  $h_2 = 2$  м от его поверхности висит люстра из четырех таких же лампочек. Найдите отношение освещенностей  $E_1 / E_2$ , создаваемых этими источниками на краю стола.

**2.8.** В центре квадратной комнаты площадью  $S = 25$  м<sup>2</sup> висит лампа. На какой высоте от пола она должна находиться, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей?

**2.9.** В некоторой точке на поверхности Земли Солнце находится в полдень под углом  $\alpha = 10^\circ$  к горизонту. Во сколько раз освещенность площадки, поставленной вертикально, будет больше освещенности горизонтально расположенной площадки?

**2.10.** Лампа, подвешенная к потолку, дает в горизонтальном направлении силу света  $I = 60$  кд. Какой световой поток  $\Phi$  падает на картину площадью  $S = 0,5$  м<sup>2</sup>, висящую вертикально на стене на расстоянии  $r = 2$  м от лампы, если на противоположной стене находится большое зеркало на расстоянии  $a = 2$  м от лампы?

**2.11.** Лист бумаги площадью  $S = 10 \times 30$  см<sup>2</sup> освещается лампой с силой света  $I = 100$  кд, причем на него падает  $\eta = 0,5\%$  всего посылаемого лампой света. Найдите освещенность листа бумаги.

**2.12.** На лист белой бумаги площадью  $S = 20 \times 30$  см<sup>2</sup> перпендикулярно к поверхности падает световой поток  $\Phi = 120$  лм. Найдите

освещенность, светимость и яркость бумажного листа, если коэффициент отражения  $\rho = 0,75$ .

**2.13.** Найдите яркость лампы, в которой светящимся телом служит раскаленный шарик диаметром  $d = 3$  мм. Сила света лампы  $I = 85$  кд.

**2.14.** Спираль электрической лампочки с силой света  $I = 100$  кд заключена в матовую сферическую колбу диаметром  $d = 5$  см. Найдите светимость и яркость лампы. Потерей света в оболочке колбы пренебречь.

**2.15.** Освещенность поверхности, покрытой слоем сажи, равна  $E = 150$  лк, яркость одинакова во всех направлениях и равна  $B = 1$  кд/м<sup>2</sup>. Определите коэффициент отражения сажи.

**2.16.** На высоте  $h = 80$  см над центром круглого стола радиусом  $R = 50$  см подвешен точечный источник света. Сила света источника зависит от угла  $\alpha$  между направлением излучения и вертикалью по закону  $I = I_0 / \cos^3 \alpha$ , где  $I_0 = 128$  кд. Найдите освещенность в центре и на краю стола. Чему равен световой поток, падающий на стол?

**2.17.** Два точечных источника силой света  $I_1 = 112$  кд и  $I_2 = 63$  кд находятся друг от друга на расстоянии  $l = 3,5$  м. Где надо поместить между ними экран, чтобы его освещенность в точках, лежащих на прямой, соединяющей источники, была одинакова с той и другой стороны?

**2.18.** Светильник, имеющий вид равномерно светящейся сферы радиусом  $R = 4$  см, подвешен на расстоянии  $h = 2,5$  м от пола. Яркость светильника  $B = 4,5 \cdot 10^4$  кд/м<sup>2</sup> и не зависит от направления. Найдите освещенность пола под светильником.

**2.19.** Определите полный световой поток, создаваемый точечным изотропным источником, если на расстоянии  $r = 1,5$  м от него освещенность  $E = 26$  лк.

**2.20.** Над горизонтальной поверхностью помещены на высоте  $h = 3$  м и на расстоянии  $l = 2$  м друг от друга два точечных изотропных источника, дающих световые потоки  $\Phi = 1500$  лм каждый. Определите освещенность на поверхности: 1) в точках под источниками света; 2) на середине расстояния между ними.

**2.21.** Светимость лампы, представляющей собою сферическую колбу с нитью накаливания внутри, равна  $M = 1,6 \cdot 10^5$  лм/м<sup>2</sup>. Радиус колбы составляет  $r = 5$  см. Определите силу света нити накаливания. Потерями в оболочке колбы пренебречь.

## § 3. Интерференция света

### Основные формулы и законы

#### 1. Оптическая длина пути световой волны:

$$L = nr, \quad (3.1)$$

где  $r$  – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления  $n$ .

#### 2. Оптическая разность хода волн:

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 r_2 - n_1 r_1, \quad (3.2)$$

где  $L_1 = n_1 r_1$  и  $L_2 = n_2 r_2$  – оптические длины путей волн;  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления сред, в которых волны распространяются;  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния от источников до точки наложения волн.

#### 3. Условие наблюдения максимумов интенсивности при интерференции:

$$\Delta = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.3)$$

где  $m$  – порядок интерференции;  $\lambda$  – длина световой волны в вакууме.

#### 4. Условие наблюдения минимумов интенсивности при интерференции:

$$\Delta = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots. \quad (3.4)$$

#### 5. Связь разности фаз волн $\delta$ с их оптической разностью хода:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta. \quad (3.5)$$

#### 6. Интенсивность результирующей волны при наложении двух когерентных волн:

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (3.6)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  – интенсивности накладываемых волн.

#### 7. Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda}{\psi}, \quad (3.7)$$

где  $l$  – расстояние от источников до экрана;  $d$  – расстояние между источниками;  $\psi$  – угол схождения лучей на экране.

### 8. Оптическая разность хода волн, отраженных от двух поверхностей тонкой пленки:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \Delta_d, \quad (3.8)$$

где  $d$  – толщина пленки;  $n$  – показатель преломления пленки;  $\alpha$  – угол падения света на пленку;  $\Delta_d$  – дополнительная оптическая разность хода ( $\Delta_d = \pm \lambda / 2$  – при отражении одной из волн от оптически более плотной среды,  $\Delta_d = 0$  – при отражении обеих волн от оптически более плотной среды).

### 9. Длина и ширина когерентности:

$$l_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad h_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\varphi}, \quad (3.9)$$

где  $\Delta\lambda$  – ширина спектрального интервала излучения;  $\varphi$  – угловой размер источника.

### 10. Максимальный порядок интерференции:

$$m_{\text{max}} \approx \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (3.10)$$

## Примеры решения задач

**Пример 1.** В интерференционной установке Юнга расстояние между щелями  $d = 2$  мм, а от щелей до экрана, на котором наблюдают интерференционную картину,  $l = 60$  см. Одну из щелей перекрывают прозрачной пластинкой толщиной  $h = 20$  мкм, изготовленной из материала с показателем преломления  $n = 1,25$ . На какое расстояние и в какую сторону сместятся при этом интерференционные полосы?

**Решение.** Первая экспериментальная установка (рис. 3.1) для демонстрации интерференции света была предложена Юнгом (опыт Юнга). В ней в качестве источника монохроматического излучения использовали ярко освещенную щель И, сделанную в экране А. Свет, прошедший через нее, падает на экран В с двумя близко расположенными параллельными узкими щелями И<sub>1</sub> и И<sub>2</sub>. Эти щели действуют как вторичные когерентные источники. Исходящие из них волны перекрываются и дают на экране Э систему интерференционных полос.

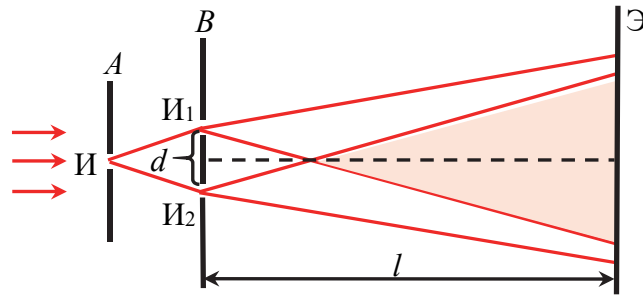


Рис. 3.1

Оптическую разность хода волн, приходящих от щелей в некоторую произвольную точку  $P$  на экране (рис. 3.2), найдем по формуле (3.2).

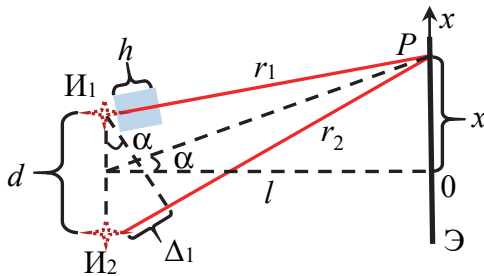


Рис. 3.2

До перекрытия щели пластинкой, учитывая, что волны распространяются в воздухе и  $n_1 = n_2 = 1$ ,

$$\Delta_1 = r_2 - r_1, \quad (3.11)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния от щелей до интересующей нас точки  $P$  на экране.

Учитывая, что интерференционная картина наблюдается на экране под углами  $\alpha \ll 1$ , оптическую разность хода (3.11) можно записать как

$$\Delta_1 = d \sin \alpha \approx d \alpha. \quad (3.12)$$

Пусть точка  $P$  имеет координату  $x$  на экране. Так как при малых углах  $\alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = x / l$ , то

$$\Delta_1 = \frac{xd}{l}. \quad (3.13)$$

После того, как одну из щелей перекроют прозрачной пластинкой, волна, идущая от этой щели часть расстояния до точки на экране, распространяется в пластине с показателем преломления  $n$ , а оставшееся расстояние – в воздухе. Поэтому из формулы (3.2) следует, что оптическая разность хода волн, приходящих в произвольную точку  $P$  на экране, в этом случае

$$\Delta_2 = r_2 - r_1 \pm h(n-1), \quad (3.14)$$

где знаки «плюс» и «минус» соответствуют перекрытию нижней и верхней щелей на рис. 3.2 соответственно.



Принимая во внимание формулы (3.11), (3.13), в (3.14) получим

$$\Delta_2 = \frac{xd}{l} \pm h(n-1). \quad (3.15)$$

Проследим за смещением на экране произвольного максимума (минимума) некоторого порядка при перекрывании одной из щелей прозрачной пластинкой. В этом случае оптические разности хода до перекрытия (3.13) и после перекрытия (3.15) должны удовлетворять одному и тому же условию максимума (3.3) (минимума (3.4)):

$$\Delta_1 = \Delta_2 = m\lambda. \quad (3.16)$$

Это возможно, если координаты максимума до и после перекрытия щели различные. Пусть до перекрытия координата максимума на экране  $x_1$ , а после перекрытия  $x_2$ . Подставив (3.13) и (3.15) в (3.16), найдем смещение максимума на экране:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \mp \frac{lh(n-1)}{d}. \quad (3.17)$$

Заметим, что соотношение (3.17) справедливо как для максимума, так и для минимума произвольного порядка. Таким образом, вся интерференционная картина смещается целиком в одном направлении. При этом ширина интерференционной полосы не изменяется. Направление смещения зависит от того, какая щель перекрыта. Знак «минус» в (3.17) соответствует перекрытию нижней щели, координаты максимумов (минимумов) при это уменьшаются. Знак «плюс» соответствует перекрытию верхней щели, координаты максимумов (минимумов) при этом увеличиваются. Таким образом, интерференционная картина смещается в сторону перекрытой щели.

Абсолютное смещение полос интерференционной картины

$$s = \frac{lh(n-1)}{d} = \frac{0,6 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot (1,25 - 1)}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \text{ мм}. \quad (3.18)$$

**Пример 2.** На рис. 3.3 показана интерференционная схема с биезеркалом Френеля. Угол между зеркалами  $Z_1$  и  $Z_2$   $\varphi = 2,5 \cdot 10^{-3}$  рад, расстояния от линии пересечения зеркал до источника монохроматического излучения И (узкой ярко освещенной щели) и экрана Э равны соответственно  $a = 0,2$  м и  $b = 1$  м. На экране наблюдается интерференционная картина с шириной полосы  $\Delta x = 0,6$  мм. Определите:

1) ширину зоны интерференции на экране и расстояние между мнимыми источниками  $I_1$  и  $I_2$ ; 2) длину волны света. Какое число интерференционных полос можно наблюдать на экране?

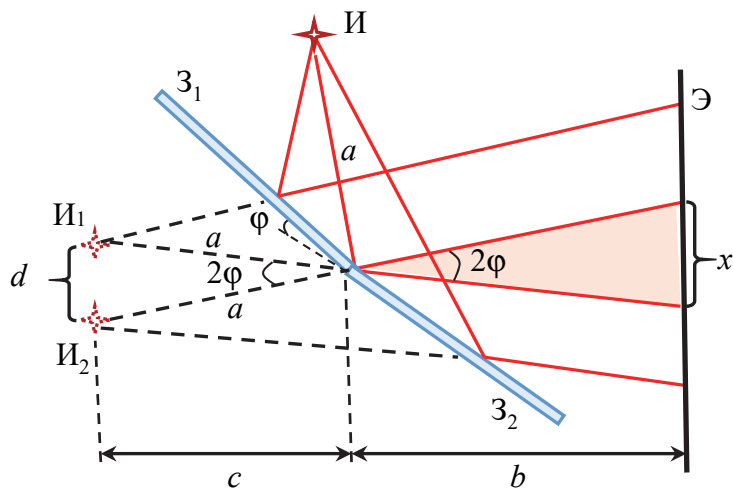


Рис. 3.3

**Решение.** В интерференционной схеме с бизеркалом Френеля в результате отражения световой волны от зеркал образуются две когерентные световые волны, которые распространяются так, как если бы они исходили из мнимых источников  $I_1$  и  $I_2$ , являющихся изображением источника  $I$  в зеркалах. В качестве источника используют узкую ярко освещенную щель, параллельную линии пересечения зеркал. В области наложения когерентных волн на экране  $\mathcal{E}$  (зоне интерференции) возникает интерференционная картина в виде полос, параллельных щели  $I$ . Зона интерференции ограничена на экране лучами, отраженными от краев зеркал, в точке их пересечения. Из закона отражения света (1.2) в точке пересечения зеркал следует, что угол между этими лучами равен  $2\varphi$ . Принимая во внимание малость угла  $\varphi$ , ширина зоны интерференции на экране

$$x = 2btg\varphi \approx 2b\varphi = 2 \cdot 1 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ мм.} \quad (3.19)$$

Так как расстояние от мнимых источников до точки пересечения зеркал  $c = a\cos\varphi \approx a$ , то расстояние между мнимыми источниками

$$d = 2ctg\varphi \approx 2a\varphi = 2 \cdot 0,2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ мм.} \quad (3.20)$$

Ширина интерференционной полосы на экране (3.7) с учетом расстояния от мнимых источников до экрана  $l = c + b \approx a + b$  и расстояния между источниками (3.20) примет вид

$$\Delta x = \frac{\lambda(a + b)}{2a\varphi}. \quad (3.21)$$

Отсюда длина волны света

$$\lambda = \frac{2a\varphi\Delta x}{a + b} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6 \cdot 10^{-3}}{0,2 + 1} = 0,5 \text{ мкм}. \quad (3.22)$$

Число возможных полос на экране определяется соотношением

$$N = \frac{x}{\Delta x} = \frac{5}{0,6} \approx 9. \quad (3.23)$$

При вычислении по формуле (3.23) принято во внимание, что на расстояние, равное ширине интерференционной полосы  $\Delta x$ , приходится два интерференционных максимума. Поэтому в (3.23) было сделано округление до большего целого значения.

**Пример 3.** На основание бипризмы БП (рис. 3.4) падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм от источника И в виде ярко освещенной щели, параллельной преломляющему ребру бипризмы. Бипризма изготовлена из стекла с показателем преломления  $n = 1,46$  и имеет преломляющий угол  $\varphi = 5,2 \cdot 10^{-3}$  рад. Расстояния от бипризмы до источника и до экрана Э, на котором наблюдают интерференционную картину, равны соответственно  $a = 40$  см и  $b = 90$  см. Найдите расстояние на экране между центром интерференционной картины и максимумом четвертого порядка. Чему равна ширина зоны интерференции на экране? Максимум какого наибольшего порядка можно при этом наблюдать?

**Решение.** Бипризма Френеля представляет собой сложенные основаниями две одинаковые треугольные прямоугольные призмы с очень малым преломляющим углом. Все лучи с малыми углами падения (меньше  $n\varphi$ ) на каждую часть бипризмы отклоняются ими к своим основаниям на одинаковый угол, который не зависит от угла падения (см. § 1, пример 1):

$$\theta = (n - 1)\varphi. \quad (3.24)$$

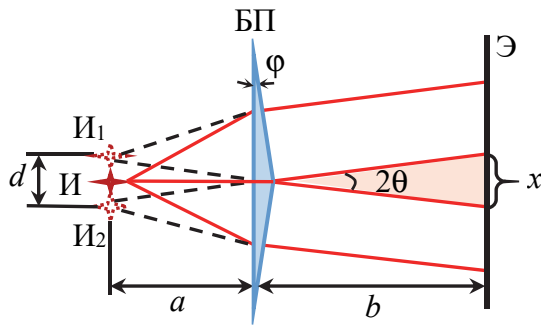


Рис. 3.4

В результате за бипризмой образуются две когерентные волны, как бы исходящие из мнимых источников  $I_1$  и  $I_2$ , лежащих в одной плоскости с источником  $I$ . На экране в области перекрытия волн образуется интерференционная картина, представляющая собой набор чередующихся

светлых и темных полос. Расстояние на экране между центром интерференционной картины и максимумом четвертого порядка  $s = 4\Delta x$ , где ширина интерференционной полосы на экране  $\Delta x$  определяется по формуле (3.7). Учитывая, что угол  $\theta$  мал и расстояние от источников до экрана  $l = a + b$ , расстояние между источниками  $d = 2atg\theta \approx 2a\theta$  и ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{\lambda(a+b)}{2a\theta} = \frac{\lambda(a+b)}{2(n-1)\varphi a}. \quad (3.25)$$

Тогда

$$s = \frac{2\lambda(a+b)}{(n-1)\varphi a} = \frac{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6} \cdot (0,4 + 0,9)}{(1,46 - 1) \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4} \approx 1,6 \text{ мм}. \quad (3.26)$$

Ширина зоны интерференции на экране  $x = 2btg\theta \approx 2b\theta$ . Принимая во внимание (3.24), получим

$$x = 2b(n-1)\varphi = 2 \cdot 0,9 \cdot (1,46 - 1) \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} \approx 4,3 \text{ мм}. \quad (3.27)$$

С учетом (3.25) и (3.27) число возможных максимумов на экране

$$N = \frac{x}{\Delta x} = \frac{4(n-1)^2 \varphi^2 ab}{\lambda(a+b)}. \quad (3.28)$$

Подставив в (3.28) данные из условия, получим

$$N = \frac{4 \cdot (1,46 - 1)^2 \cdot (5,2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,4 \cdot 0,9}{0,6 \cdot 10^{-6} \cdot (0,4 + 0,9)} \approx 11. \quad (3.29)$$

Так как на расстояние, равное ширине интерференционной полосы  $\Delta x$ , приходится два интерференционных максимума, то при

вычислении по формуле (3.29) мы сделали округление до большего целого значения. Число максимумов на экране связано с максимальным порядком интерференции по формуле  $N = 2m_{\max} + 1$ . Отсюда максимальный порядок максимума, который можно наблюдать,  $m_{\max} = 5$ .

**Пример 4.** Собирающую линзу диаметром  $D = 7$  см с фокусным расстоянием  $f = 32$  см разрезали по диаметру пополам, причем удаленным оказался слой толщиной  $h = 0,8$  мм. Затем обе половинки сдвинули до соприкосновения (рис. 3.5), получив билинзу Бийе. В фокальной плоскости билинзы БЛ и в плоскости ее симметрии поместили источник И монохроматического света в виде узкой ярко освещенной щели. Длина волны света  $\lambda = 0,62$  мкм. За билинзой на расстоянии  $l = 1,2$  м от нее расположили экран. Постройте ход лучей через билинзу. Определите ширину интерференционной полосы, ширину зоны интерференции и число возможных максимумов на экране.

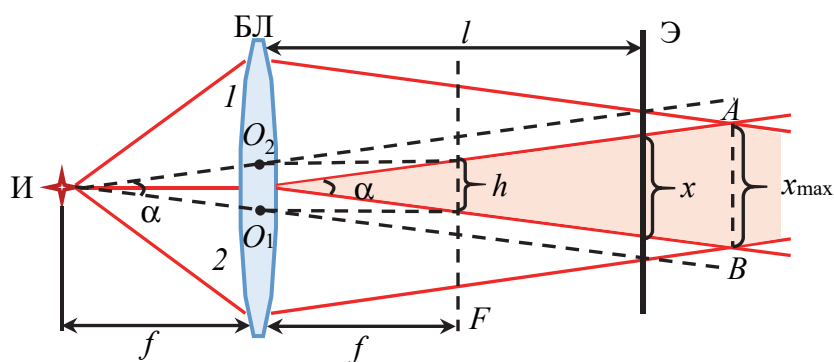


Рис. 3.5

**Решение.** При сближении двух половин билинзы оптический центр  $O_1$  верхней половинки 1 и оптический центр  $O_2$  нижней половинки 2 будут перемещаться вместе с ними. При соприкосновении частей оптические центры займут положение, показанное на рис. 3.5, и расстояние между ними станет равным толщине удаленного слоя  $h$ . Так как источник находится в фокальной плоскости, то лучи, преломленные верхней и нижней половинками билинзы, параллельны побочным оптическим осям, проходящим через источник и оптические центры обеих половинок. Таким образом, билинза расщепляет падающую на нее световую волну на две части,

которые затем перекрываются. На экране в области перекрытия (зоне интерференции) при выполнении условия когерентности волн возникает интерференционная картина. В любой точке экрана угол  $\psi$  между лучами, приходящими в данную точку, равен углу  $\alpha$  между направлениями распространения волн. Принимая во внимание малость толщины удаленного слоя, угол  $\alpha$  также будет мал. Поэтому

$$\psi = \alpha \approx 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{h}{f}. \quad (3.30)$$

Ширину интерференционной полосы найдем по формуле (3.7). С учетом (3.30) получим

$$\Delta x = \frac{\lambda f}{h} = \frac{0,62 \cdot 10^{-6} \cdot 0,32}{0,8 \cdot 10^{-3}} \approx 0,25 \text{ мм}. \quad (3.31)$$

Для нахождения ширины зоны интерференции надо учесть, что область перекрытия имеет вид вытянутого ромба, максимальная ширина  $x_{\max}$  которого равна половине диаметра  $D$  билинзы:  $x_{\max} = D / 2$ . Поэтому важно знать, в каком месте области перекрытия находится экран. Учитывая малость угла  $\alpha$ , расстояние от билинзы до отрезка  $AB$  (максимальной зоны перекрытия) будет

$$l_0 = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \alpha / 2} \approx \frac{D}{2\alpha}. \quad (3.32)$$

Подставив в (3.32) формулу (3.30), найдем

$$l_0 = \frac{Df}{2h} = \frac{7 \cdot 10^{-2} \cdot 0,32}{2 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}} = 14 \text{ м}. \quad (3.33)$$

Согласно условию расстояние  $l$  от билинзы до экрана меньше расстояния  $l_0$ ,  $l < l_0$ , поэтому экран расположен левее отрезка  $AB$ , как изображено на рис. 3.5. Ширина зоны интерференции на экране в этом случае

$$x = 2l \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \approx l\alpha. \quad (3.34)$$

Подставив в (3.34) формулу (3.30), получим

$$x = \frac{lh}{f} = \frac{1,2 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}}{0,32} = 3 \text{ мм}. \quad (3.35)$$

С учетом формул (3.31), (3.35) число возможных полос на экране

$$N = \frac{x}{\Delta x} = \frac{lh^2}{\lambda f^2} = \frac{1,2 \cdot (0,8 \cdot 10^{-3})^2}{0,62 \cdot 10^{-6} \cdot 0,32^2} \approx 13. \quad (3.36)$$

При вычислении по формуле (3.36) мы приняли во внимание, что на расстояние, равное ширине интерференционной полосы  $\Delta x$ , приходится два интерференционных максимума. Поэтому в (3.36) мы сделали округление до большего целого значения. Заметим, что максимальное число интерференционных максимумов на экране наблюдается в случае, если он расположен на расстоянии  $l_0$  от билинзы.

**Пример 5.** Плоская монохроматическая волна с длиной  $\lambda = 0,56$  мкм падает нормально на поверхность тонкого клина, сделанного из стекла с показателем преломления  $n = 1,45$ . Плоскость падения волны перпендикулярна ребру клина (рис. 3.6), а угол между гранями клина  $\varphi \ll 1$ . Определите угол  $\varphi$ , если в отраженном свете на протяжении  $l = 1$  см поверхности клина наблюдается  $N = 25$  светлых интерференционных полос.

**Решение.** В результате отражений на обеих поверхностях клина исходная волна расщепится на две когерентные волны 1 и 2, которые из-за малости угла  $\varphi$  имеют практически одинаковое направление. Отраженные волны интерферируют между собой, образуя вблизи поверхности клина светлые полосы, которые называют полосами равной толщины. Они представляют собой геометрическое место точек, соответствующих одинаковой толщине клина. Эти полосы располагаются параллельно ребру клина перпендикулярно плоскости чертежа.

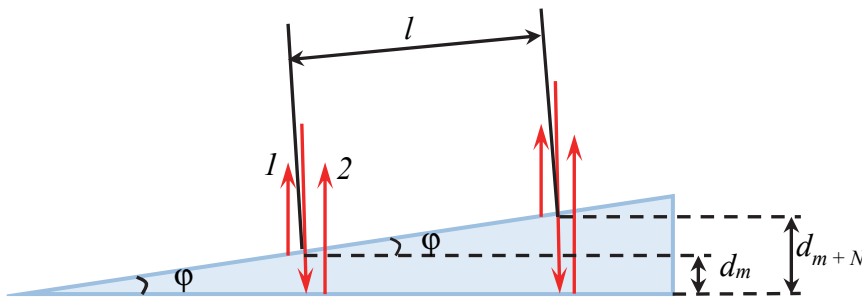


Рис. 3.6

Оптическая разность хода (3.2) отраженных от клина волн

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2}, \quad (3.37)$$

где  $d$  – толщина клина в месте падения;  $\lambda / 2$  – добавочная разность хода, возникающая вследствие отражения волны  $l$  от оптически более плотной среды (стекла).

Минимумы интерференции возникают в тех местах, где оптическая разность хода удовлетворяет условию (3.4):

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda. \quad (3.38)$$

Отсюда толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, будет

$$d_m = \frac{m\lambda}{2n}, \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (3.39)$$

Так как  $N$  светлых интерференционных полос наблюдаются между двумя минимумами, порядок которых отличается на  $N$ , и учитывая, что  $N$  полос укладывается на расстоянии  $l$ , найдем (см. рис. 3.6)

$$\sin \varphi = \frac{d_{m+N} - d_m}{l}. \quad (3.40)$$

Подставляя (3.39) в (3.40) и принимая во внимание, что  $\sin \varphi \approx \varphi$  из-за малости угла  $\varphi$ , получаем

$$\varphi = \frac{(m+N)\lambda - m\lambda}{2nl} = \frac{N\lambda}{2nl}. \quad (3.41)$$

Подставив в (3.41) значения физических величин из условия, выполним вычисления:

$$\varphi = \frac{25 \cdot 0,56 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,45 \cdot 10^{-2}} \approx 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 1'40''. \quad (3.42)$$

**Пример 6.** На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой линзы Л (рис. 3.7) имеется сошлифованный плоский участок радиусом  $r_0 = 0,5$  мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой П. Радиус кривизны сферической поверхности  $R = 1,4$  м.



Найдите радиус пятого светлого кольца Ньютона в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм. Рассмотрите случаи, когда пространство между линзой и пластинкой заполнено: 1) воздухом; 2) жидкостью с показателем преломления  $n = 1,6$ . Показатели преломления линзы и пластинки равны соответственно  $n_1 = 1,5$  и  $n_2 = 1,7$ .

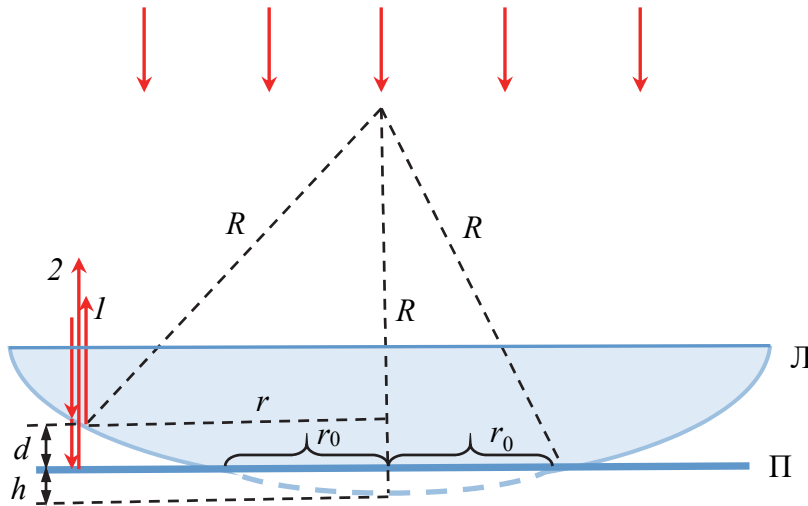


Рис. 3.7

**Решение.** Кольца Ньютона – это кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые при отражении света от поверхностей зазора между стеклянной пластинкой и плосковыпуклой линзой. При нормальном падении света кольца в отраженном свете имеют вид концентрических окружностей с центром в точке соприкосновения линзы с пластинкой.

В случае воздушного зазора с показателем преломления  $n = 1$  оптическая разность хода (3.2) волн 1 и 2, отраженных от обеих поверхностей зазора, будет

$$\Delta_1 = 2d + \frac{\lambda}{2}, \quad (3.43)$$

где  $d$  – толщина зазора в месте падения;  $\lambda / 2$  – добавочная разность хода, возникающая вследствие отражения волны 2 от оптически более плотной среды с большим показателем преломления.

Во втором случае оптическая разность хода этих же волн

$$\Delta_2 = 2dn, \quad (3.44)$$

где принято во внимание, что дополнительная разность хода, равная половине длины волны, не возникает, поскольку обе волны отражаются от оптически более плотных сред.

Светлые кольца возникают там, где оптическая разность удовлетворяет условию максимумов (3.3):

$$\Delta_1 = 2d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda; \quad (3.45)$$

$$\Delta_2 = 2dn = m\lambda, \quad (3.46)$$

где порядок интерференционного максимума  $m = 1, 2, 3, \dots$ .

Из (3.45) и (3.46) найдем толщину зазора в тех местах, где наблюдаются светлые кольца в обоих случаях

$$d_{1m} = \frac{(m - 1/2)\lambda}{2}; \quad (3.47)$$

$$d_{2m} = \frac{m\lambda}{2n}. \quad (3.48)$$

Радиус  $r$  светлого кольца найдем по теореме Пифагора:  $r^2 = R^2 - (R - d - h)^2$ . С учетом того что  $d + h \ll R$ ,

$$r = \sqrt{2R(d + h)}. \quad (3.49)$$

Из теоремы Пифагора также следует, что  $r_0^2 = R^2 - (R - h)^2 \approx 2Rh$ . Принимая это во внимание в формуле (3.49), найдем

$$r = \sqrt{2Rd + r_0^2}. \quad (3.50)$$

Подставив в (3.50) формулы (3.47) и (3.48), получим выражения для радиусов светлых колец в обоих случаях:

$$r_1 = \sqrt{(m - 1/2)R\lambda + r_0^2}; \quad (3.51)$$

$$r_2 = \sqrt{mR\lambda / n + r_0^2}. \quad (3.52)$$

Используя данные из условия и полагая, что  $m = 5$ , выполняем вычисления по формулам (3.51), (3.52) радиуса пятого светлого кольца:

$$r_1 = \sqrt{(5 - 1/2) \cdot 1,4 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} + (0,5 \cdot 10^{-3})^2} \approx 2,1 \text{ мм}; \quad (3.53)$$

$$r_2 = \sqrt{5 \cdot 1,4 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} / 1,6 + (0,5 \cdot 10^{-3})^2} \approx 1,8 \text{ мм.} \quad (3.54)$$

**Пример 7.** В плечо интерферометра Майкельсона с неподвижным зеркалом поместили заполненную парами ртути трубку длиной  $l = 8$  см, закрытую с обоих концов плоскопараллельными прозрачными пластинками. При этом интерференционная картина сместилась на  $N = 174$  полосы. Чему равен показатель преломления паров ртути, если длина волны света, используемого в интерферометре,  $\lambda = 589$  нм, а показатель преломления воздуха  $n_{\text{в}} = 1,000292$ ? На какое расстояние при этом надо сместить зеркало во втором плече интерферометра, чтобы интерференционная картина не изменилась?

**Решение.** Интерферометр – измерительный прибор, действие которого основано на явлении интерференции волн. В нем исходную волну с помощью того или иного устройства пространственно разделяют на две или более когерентные волны, а затем подходящим способом накладывают их на экране, создавая интерференционную картину, которая зависит от оптической разности хода волн и способа разделения исходной волны.

В интерферометре Майкельсона (рис. 3.8) свет от источника И падает на светоделительную стеклянную пластинку П, которая разделяет исходный световой пучок на два взаимно перпендикулярных пучка 1 и 2 одинаковой интенсивности, распространяющихся в разных плечах интерферометра.

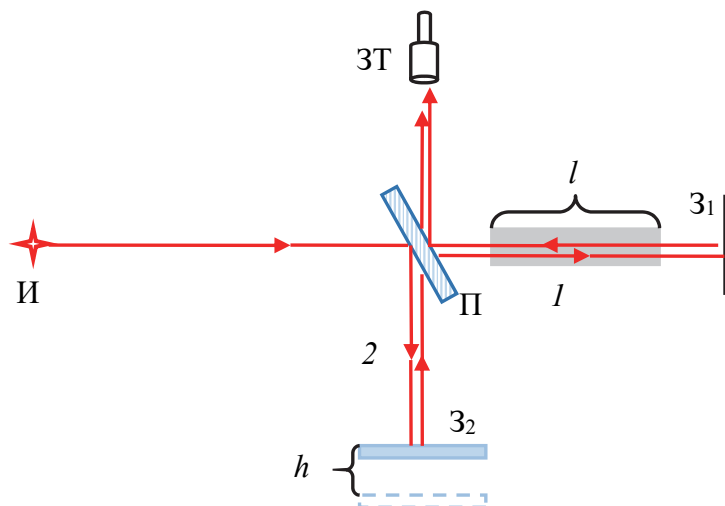


Рис. 3.8

Пучок 1 отражается от неподвижного зеркала  $Z_1$ , а пучок 2 – от зеркала  $Z_2$ , которое может перемещаться. Возвращаясь к пластинке, часть энергии световой волны 1 отражается от нее, а часть энергии волны 2 проходит через нее в сторону зрительной трубы ЗТ. Интерференционную картину наблюдают при наложении волн в фокальной плоскости объектива зрительной трубы. Вид картины зависит от юстировки зеркал и расходимости пучка света, падающего на светоделительную пластинку. Обычно это полосы равной толщины или равного наклона.

До внесения трубки с парами ртути в плечо интерферометра оптическая разность хода волн (3.2), складываемых в зрительной трубе,

$$\Delta_1 = 2n_b(l_2 - l_1), \quad (3.55)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  – длины плеч интерферометра.

После внесения трубки с парами ртути в плечо с неподвижным зеркалом оптическая разность хода волн

$$\Delta_2 = 2n_b l_2 - 2(n_b(l_1 - l) + nl) = \Delta_1 - 2l(n - n_b), \quad (3.56)$$

где  $n$  – показатель преломления паров ртути.

Пусть в некотором месте интерференционной картины до внесения трубки с парами ртути наблюдается максимум некоторого порядка. Следовательно, для этого места оптическая разность хода интерферирующих волн удовлетворяет условию максимумов (3.3):

$$\Delta_1 = m\lambda. \quad (3.57)$$

Смещение интерференционной картины на  $N$  полос после внесения трубки с парами ртути означает, что в этом месте будет наблюдаться максимум порядка  $m - N$  (так как  $\Delta_2 < \Delta_1$ ). Следовательно,

$$\Delta_2 = (m - N)\lambda. \quad (3.58)$$

Подставив (3.57), (3.58) в (3.56), найдем показатель преломления паров ртути:

$$n = n_b + \frac{N\lambda}{2l}. \quad (3.59)$$

Подставив в (3.59) данные из условия, получим

$$n = 1,000292 + \frac{174 \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,08} \approx 1,000933. \quad (3.60)$$

Чтобы интерференционная картина не смещалась, надо увеличить второе плечо на  $h$ , отодвинув второе зеркало. В этом случае

$$\Delta_2 = 2n_B(l_2 + h) - 2(n_B(l_1 - l) + nl) = \Delta_1 + 2n_B h - 2l(n - n_B). \quad (3.61)$$

Так как картина не смещается, то  $\Delta_1 = \Delta_2$  и из (3.61) с учетом (3.59) найдем

$$h = \frac{l(n - n_B)}{n_B} = \frac{N\lambda}{2n_B} = \frac{174 \cdot 0,589 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,000292} \approx 51 \text{ мкм}. \quad (3.62)$$

## Задачи

**3.1.** Свет прошел путь, равный  $s_1 = 15$  см, в воде. Какой путь пройдет свет за то же время в анилине? Чему равняется оптическая длина пути света в воде и анилине? Показатель преломления воды  $n_1 = 1,33$ ; показатель преломления анилина  $n_2 = 1,59$ .

**3.2.** Световая волна падает на плоскопараллельную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$  и толщиной  $d = 5$  мм. Угол падения  $\alpha = 30^\circ$ . Найдите оптическую длину пути луча в пластинке, который, преломившись на верхней поверхности пластинки, прошел в нее, а затем, отразившись от нижней поверхности, вышел обратно в первую среду.

**3.3.** На пути одного из параллельных световых лучей, распространяющихся в воздухе, поместили нормально ему неоднородный слой, состоящий из двух стеклянных пластин толщиной  $d = 2$  мм, расположенных на расстоянии  $h = 3$  мм друг от друга. Пространство между пластинами заполнено сероуглеродом. Какую оптическую разность хода лучей вносит этот слой? Показатели преломления стекла и сероуглерода равны соответственно  $n_1 = 1,5$ ;  $n_2 = 1,63$ .

**3.4.** Два световых пучка, распространяющихся в воздухе от когерентных источников, накладываются в некоторой точке на экране. На пути одного из пучков перпендикулярно ему поместили прозрачную пластинку толщиной  $h = 2$  мкм с показателем преломления  $n = 1,4$ . На сколько при этом изменится разность фаз между световыми волнами в точке наложения пучков на экране, если длина волны света в вакууме  $\lambda = 0,6$  мкм?

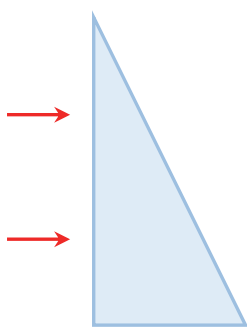


Рис. 3.9

**3.5.** Два параллельных пучка монохроматической световой волны падают нормально на однородную прямоугольную призму (рис. 3.9). Докажите, что после прохождения призмы оптическая разность хода волн не изменится.

**3.6.** На рис. 3.10 показана интерференционная схема Ллойда. Световая волна от источника монохроматического излучения И (узкой ярко освещенной щели) отражается от поверхности плоского зеркала З под небольшим углом и интерферирует на экране Э со световой волной, идущей непосредственно от источника. В результате на экране образуется система интерференционных полос. Определите длину волны света, если ширина интерференционной полосы  $\Delta x = 0,18$  мм, а расстояния от источника до зеркала  $h = 1,2$  мм и от источника до экрана  $l = 80$  см.

**3.7.** В опыте Ллойда (рис. 3.10) при некотором положении источника И ширина интерференционной полосы на экране Э  $\Delta x = 0,2$  мм. После того, как источник приблизили к зеркалу З на  $\Delta h = 0,5$  мм, ширина полосы увеличилась в  $\eta = 1,5$  раза. Чему равно расстояние от источника до экрана, если длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм?

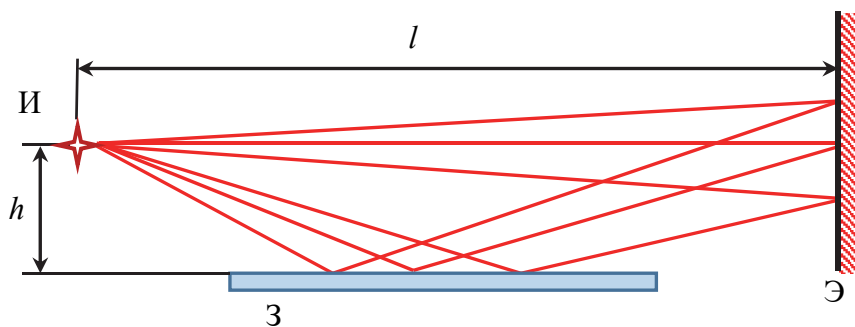


Рис. 3.10

**3.8.** В интерференционной схеме Ллойда (рис. 3.10) источник И находится на расстоянии  $h = 1,6$  мм от зеркала З. Источник отодвинули от зеркала на расстояние  $\Delta h = 0,4$  мм. Определите, во сколько раз при этом надо изменить расстояние от источника до экрана Э, чтобы ширина интерференционной полосы не изменилась.

**3.9.** В интерференционной схеме на рис. 3.11 отражающие зеркала  $Z_1$  и  $Z_2$  расположены симметрично относительно источника монохроматического излучения И и экрана Э, на котором наблюдается интерференционная картина. Непрозрачная пластинка П препятствует попаданию на экран света непосредственно от источника. Расстояния от источника до экрана  $l = 2,5$  м, между зеркалами  $h = 2$  см, ширина зеркал  $a = 25$  см. Длина волны света  $\lambda = 0,56$  мкм. Определите: 1) ширину интерференционной полосы; 2) ширину зоны интерференции на экране; 3) наибольший порядок интерференционного максимума и число возможных максимумов на экране.

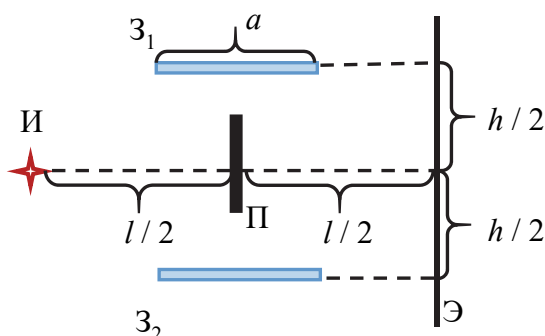


Рис. 3.11

**3.10.** Два когерентных световых пучка одинаковой интенсивности с длиной волны  $\lambda = 0,64$  мкм проходят через стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$ , падая на ее поверхность нормально (рис. 3.12). Толщина пластинки скачком меняется на величину  $d$  порядка длины волны вдоль прямой, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости рисунка. Прошедшие через пластинку пучки собираются линзой в ее фокусе. Найдите минимальное значение величины уступа  $d$ , при котором интенсивность света в фокусе будет в два раза меньше интенсивности света в том же фокусе в случае отсутствия уступа на пластинке.

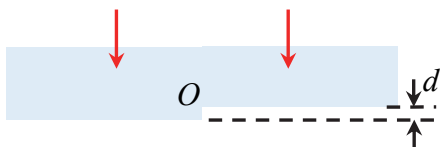


Рис. 3.12

**3.11.** Два когерентных световых пучка одинаковой интенсивности падают нормально (рис. 3.12) на большую стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$ , имеющую скачкообразный уступ величиной  $d = 4\lambda / 3$ , где  $\lambda$  – длина волны света. Прошедшая через пластинку волна собирается линзой в ее фокусе. Найдите интенсивность света в фокусе линзы, если интенсивность света в нем при отсутствии уступа равна  $I_0$ .

**3.12.** В опыте Юнга расстояние на экране между симметричными светлыми полосами четвертого порядка  $s = 2,2$  мм. Найдите

длину волны монохроматического излучения, если расстояние между щелями  $d = 1,5$  мм, а расстояние от щелей до экрана  $l = 70$  см. Чему равна ширина интерференционной полосы?

**3.13.** В опыте Юнга расстояние между щелями  $d = 1$  мм, а расстояние от щелей до экрана  $l = 2$  м. Определите число светлых интерференционных полос, приходящихся на длину  $s = 1$  см экрана, если длина волны света  $\lambda = 0,5$  мкм.

**3.14.** Найдите зависимость интенсивности света на экране в опыте Юнга от расстояния  $x$  до центра интерференционной картины, предположив, что световые волны от каждой щели в точке наложения имеют практически одинаковые интенсивности  $I_0$ . Во сколько раз интенсивность в максимумах больше интенсивности накладываемых волн? Расстояние между щелями  $d = 2$  мм, от щелей до экрана  $l = 80$  см, длина световой волны  $\lambda = 0,65$  мкм.

**3.15.** В опыте Юнга расстояния между щелями  $d = 2,5$  мм, а от щелей до экрана, на котором наблюдают интерференционную картину,  $l = 80$  см. На какое расстояние и в какую сторону сместится интерференционная картина на экране, если одну из щелей перекрыть прозрачной пластинкой толщиной  $h = 15$  мкм, изготовленной из материала с показателем преломления  $n_1 = 1,4$ , а другую – прозрачной пластинкой той же толщины, имеющей показатель преломления  $n_2 = 1,65$ ?

**3.16.** В интерференционной установке Юнга одну из щелей перекрывают прозрачной пластинкой толщиной  $h_1 = 16$  мкм, изготовленной из материала с показателем преломления  $n = 1,45$ , а другую прозрачной пластинкой толщиной  $h_2 = 22$  мкм, изготовленной из того же материала, что и первая. На какое расстояние и в какую сторону сместятся интерференционные полосы на экране, если расстояние между щелями  $d = 1,5$  мм, а от щелей до экрана, на котором наблюдают интерференционную картину,  $l = 100$  см?

**3.17.** Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,6$  мкм падает нормально на диафрагму с двумя близко расположенными узкими щелями. На экране, находящемся за диафрагмой, образуется система интерференционных полос. Когда одну из щелей перекрыли стеклянной пластинкой толщиной  $h = 5$  мкм, центральная светлая полоса сместилась в положение, первоначально занятое светлой полосой четвертого порядка. Чему равен показатель преломления пластинки?



**3.18.** На экране наблюдают интерференционную картину от двух когерентных источников с длиной волны  $\lambda = 0,56$  мкм. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили тонкую прозрачную пластинку с показателем преломления  $n = 1,4$ , в местах на экране, где наблюдались максимумы интерференции, стали наблюдаться минимумы. При какой наименьшей толщине пластинки это возможно?

**3.19.** В опыте Юнга одну из щелей перекрыли прозрачной кюветой толщиной  $h = 2$  см. Когда кювета наполнена воздухом, на экране наблюдают интерференционную картину от монохроматического источника света с длиной волны  $\lambda = 0,59$  мкм. При замене воздуха на хлор интерференционная картина смещается на  $N = 20$  полос. Определите показатель преломления хлора, если показатель преломления воздуха  $n = 1,000277$ . В какую сторону смещаются полосы интерференции?

**3.20.** Световая волна от источника в опыте Юнга проходит через светофильтр, пропускающий свет с длиной волн от  $\lambda_1 = 0,56$  мкм до  $\lambda_2 = 0,64$  мкм. Сколько примерно интерференционных полос можно наблюдать при этом на экране? Оцените длину и время когерентности световой волны.

**3.21.** При каком расстоянии между щелями в опыте Юнга на экране могут наблюдаться интерференционные полосы, если в качестве источника света использовать непосредственно лучи от Солнца. Считать, что Солнце излучает на длине волны  $\lambda \approx 0,5$  мкм и имеет диаметр  $D \approx 1,4$  млн км. Расстояние от Земли до Солнца  $l \approx 150$  млн км.

**3.22.** Источник света диаметром  $D = 15$  см находится от места наблюдения на расстоянии  $l = 250$  м. В излучении источника содержатся длины волн в интервале от  $\lambda_1 = 0,64$  мкм до  $\lambda_2 = 0,66$  мкм. Оцените длину и ширину когерентности, а также время когерентности для этого излучения.

**3.23.** В интерференционной схеме с бизеркалом Френеля (рис. 3.13) ширина интерференционной полосы на экране  $\Delta x = 0,7$  мм, а расстояния от линии пересечения зеркал до источника монохроматического излучения И

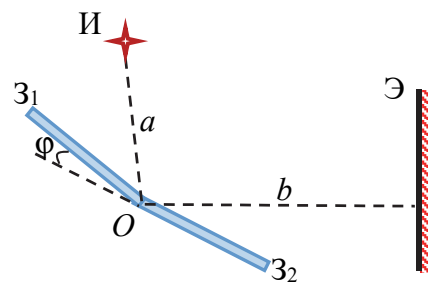


Рис. 3.13

(узкой ярко освещенной щели) и экрана Э равны соответственно  $a = 0,2$  м и  $b = 1$  м. Длина световой волны  $\lambda = 0,56$  мкм. Определите: 1) угол между зеркалами  $Z_1$  и  $Z_2$ ; 2) расстояние между мнимыми источниками, являющимися изображениями источника И в зеркалах, и ширину зоны интерференции на экране. Какое максимальное число полос можно наблюдать на экране?

**3.24.** На бизеркало Френеля (рис. 3.13) падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 0,66$  мкм. Угол между зеркалами  $\varphi = 2,5'$ , расстояние от линии пересечения зеркал до экрана  $b = 2$  м. Найдите ширину интерференционной полосы на экране и число возможных максимумов.

**3.25.** В установке с бизеркалом Френеля (рис. 3.13) расстояние  $b$  от линии пересечения зеркал до экрана в  $\eta_1 = 5$  раз больше расстояния  $a$  от источника до линии пересечения зеркал. Не изменяя положения источника, экран отодвинули от зеркал так, что расстояние  $b$  увеличилось  $\eta_2 = 1,5$  раза. Определите, во сколько раз при этом надо изменить угол между зеркалами, чтобы ширина интерференционной полосы на экране не изменилась. Как изменится ширина зоны интерференции на экране?

**3.26.** На рис. 3.14 показано распределение интенсивности на

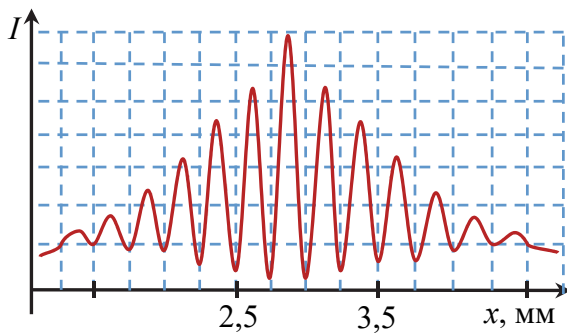


Рис. 3.14

экране в опыте с бизеркалом Френеля. Плоская световая волна, падающая на бизеркало, имеет длину волны  $\lambda = 0,64$  мкм. Определите расстояние на экране между симметричными максимумами третьего порядка и максимальный порядок интерференционных максимумов. Чему равен угол между зеркалами?

**3.27.** Угол между зеркалами Френеля  $Z_1$  и  $Z_2$  (рис. 3.13)  $\varphi = 8'$ , расстояния от линии пересечения зеркал до источника монохроматического излучения И (узкой ярко освещенной щели) и экрана Э равны соответственно  $a = 25$  см и  $b = 150$  см. На экране наблюдается интерференционная картина. Расстояние между двумя симметричными темными полосами третьего порядка равно  $s = 5,6$  мм. Определите: 1) ширину интерференционной полосы на экране;

2) расстояние между мнимыми источниками, являющимися изображениями источника И в зеркалах, и ширину зоны интерференции на экране; 3) длину волны света.

**3.28.** Плоская монохроматическая световая волна падает на биезеркало Френеля. Угол между зеркалами  $\varphi = 3'$ . Ширина интерференционных полос на экране  $\Delta x = 0,3$  мм. Определите длину волны света. Чему равна ширина зоны интерференции на экране, если расстояние от линии пересечения зеркал до экрана равно  $b = 1,5$  м? Какое максимальное число полос можно наблюдать на экране?

**3.29.** Бипризма Френеля с преломляющим углом  $\varphi = 20'$  изготовлена из стекла с показателем преломления  $n = 1,55$ . На основание бипризмы падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,54$  мкм от источника в виде ярко освещенной щели, параллельной преломляющему ребру бипризмы. Расстояние от источника до бипризмы  $a = 25$  см. Определите ширину интерференционной полосы на экране, расположенном за бипризмой на расстоянии  $b = 75$  см от нее. Чему равна ширина зоны интерференции и максимальное число полос интерференции на экране?

**3.30.** На основание бипризмы Френеля падает нормально плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,64$  мкм. Бипризма изготовлена из стекла с показателем преломления  $n = 1,47$ . Определите преломляющий угол бипризмы, если на экране, расположенном за бипризмой на расстоянии  $b = 1,5$  м от нее, наблюдается интерференционная картина с шириной полосы  $\Delta x = 0,34$  мм. Чему равно число возможных максимумов на экране?

**3.31.** Расстояния от бипризмы Френеля до источника монохроматического излучения в виде ярко освещенной щели и экрана равны соответственно  $a = 0,5$  м и  $b = 1$  м. Бипризма имеет преломляющий угол  $\varphi = 15'$  и изготовлена из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ . Найдите расстояние на экране между симметричными максимумами третьего порядка, если длина световой волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Чему равна ширина зоны интерференции на экране? Максимум какого наибольшего порядка можно при этом наблюдать?

**3.32.** Световая волна от источника монохроматического излучения в виде ярко освещенной щели падает на основание бипризмы с преломляющим углом  $\varphi = 0,4^\circ$ , изготовленной из стекла с показателем преломления  $n = 1,53$ . Расстояние от источника до бипризмы

$a = 35$  см. Найдите длину волны света, если на экране, расположенном за бипризмой на расстоянии  $b = 115$  см от нее, наблюдается интерференционная картина с шириной полосы  $\Delta x = 0,3$  мм. Чему равны ширина зоны интерференции и число возможных максимумов на экране?

**3.33.** В интерференционной схеме с бипризмой Френеля источник монохроматического излучения с длиной волны  $\lambda_1 = 0,52$  мкм, расположенный на расстоянии  $a_1 = 30$  см от бипризмы, заменили на источник с длиной волны  $\lambda_2 = 0,65$  мкм. На каком расстоянии от бипризмы надо разместить источник, чтобы ширина интерференционной полосы на экране, находящемся на расстоянии  $b = 90$  см от бипризмы, не изменилась?

**3.34.** Плоская световая волна с  $\lambda = 0,65$  мкм падает нормально на основание бипризмы (рис. 3.15), сделанной из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ , с преломляющим углом  $\varphi = 0,2^\circ$  и шириной  $H = 2,5$  см. На каком расстоянии от бипризмы надо расположить экран, чтобы на нем можно было наблюдать максимально возможное число интерференционных полос? Чему равны ширина интерференционной полосы и ширина зоны интерференции на экране, а также число возможных максимумов?

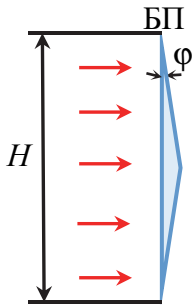


Рис. 3.15

**3.35.** В интерференционной установке с бипризмой Френеля источник света и экран находятся на одинаковом расстоянии от бипризмы. Источник освещает основание бипризмы светом с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм и шириной  $\Delta\lambda = 0,05$  мкм. Оцените число полос на экране и найдите ширину интерференционной полосы. На каком расстоянии от центра интерференционной картины полосы размываются? Бипризма имеет преломляющий угол  $\varphi = 15'$  и изготовлена из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ .

**3.36.** Собирательную линзу с фокусным расстоянием  $f = 20$  см разрезали по диаметру пополам и обе половинки раздвинули на расстояние  $h = 0,4$  мм (рис. 3.16). Промежуток между частями линзы закрыли непрозрачной перегородкой. Источник И монохроматического излучения в виде ярко освещенной щели расположен

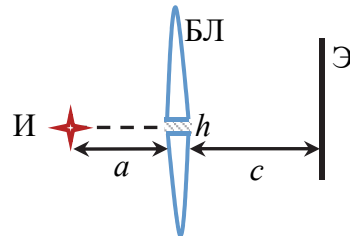


Рис. 3.16

в плоскости симметрии полученной таким образом билинзы БЛ на расстоянии  $a = 2f$  от нее. Длина световой волны  $\lambda = 0,56$  мкм. Постройте ход лучей через билинзу и определите ширину интерференционной полосы на экране Э, расположенном на расстоянии  $c = 80$  см от билинзы.

**3.37.** Собирающую линзу с фокусным расстоянием  $f = 15$  см разрезали по диаметру пополам, причем удаленным оказался слой толщиной  $h = 1,5$  мм. Затем обе половинки сдвинули до соприкосновения и на расстоянии  $a = 0,4f$  от полученной таким образом билинзы в плоскости ее симметрии поместили узкую щель, параллельную удаленному слою и пропускающую монохроматический свет. За билинзой расположили экран на расстоянии  $c = 70$  см от нее. Постройте ход лучей через билинзу и определите длину световой волны, если ширина интерференционной полосы на экране  $\Delta x = 0,4$  мм.

**3.38.** Собирающую линзу диаметром  $D = 5$  см и с фокусным расстоянием  $f = 25$  см разрезали по диаметру пополам, причем удаленным оказался слой толщиной  $h = 1$  мм. Затем обе половинки сдвинули до соприкосновения и в фокальной плоскости полученной таким образом билинзы в плоскости ее симметрии поместили источник монохроматического света в виде узкой ярко освещенной щели. Длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм. Постройте ход лучей через билинзу и определите, на каком расстоянии от нее надо поместить экран, чтобы число интерференционных полос на нем было максимально возможным. Чему равны ширина интерференционной полосы и число возможных максимумов на экране?

**3.39.** На пленку из глицерина ( $n = 1,47$ ) толщиной  $d = 0,45$  мкм, расположенную на поверхности стекла с показателем преломления  $n_c = 1,5$ , падает параллельный пучок белого света. Каким будет казаться цвет пленки в отраженном свете, если угол падения лучей  $\alpha = 45^\circ$ ?

**3.40.** На мыльную пленку с показателем преломления  $n = 1,33$  падает параллельный пучок белого света. Угол падения  $\alpha = 60^\circ$ . При какой наименьшей толщине пленки она будет казаться зеленой ( $\lambda = 0,56$  мкм) в отраженном свете?

**3.41.** Найдите минимальную толщину мыльной пленки с показателем преломления  $n = 1,33$ , при которой нормально падающий

на нее свет с длиной волны  $\lambda_1 = 0,5$  мкм не отражается совсем, а с длиной волны  $\lambda_2 = 0,6$  мкм испытывает максимальное отражение.

**3.42.** На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,33$  падает нормально белый свет. В отраженном свете наблюдаются интерференционный максимум на волне длиной  $\lambda_1 = 0,65$  мкм и минимум на волне  $\lambda_2 = 0,47$  мкм. Причем порядки интерференционных максимума и минимума совпадают. Чему равна толщина пленки?

**3.43.** На поверхность стекла с показателем преломления  $n_1 = 1,5$  нанесена прозрачная тонкая пленка с показателем преломления  $n_2 = 1,25$ . На стекло нормально к поверхности падает плоская световая волна с  $\lambda = 0,65$  мкм. При какой толщине пленки отраженный от стекла свет будет максимально ослаблен?

**3.44.** На поверхности стекла находится тонкая пленка воды ( $n = 1,33$ ), толщина которой из-за испарения уменьшается со скоростью  $v = 1,4$  мкм/ч. Монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,53$  мкм падает на пленку под углом  $\alpha = 45^\circ$  к нормали. Через какой минимальный промежуток времени интенсивность отраженного света будет принимать максимальные значения?

**3.45.** Рассеянный монохроматический свет с  $\lambda = 0,68$  мкм падает на тонкую плоскопараллельную пленку вещества с показателем преломления  $n = 1,48$ . В отраженном от пленки свете с помощью зрительной трубы наблюдают интерференционные полосы. При этом угол наблюдения зрительной трубы к пленке может изменяться от  $0$  до  $90^\circ$ . Чему равна толщина пленки, если разность между максимальным  $m_{\max}$  и минимальным  $m_{\min}$  порядками интерференции  $\Delta m = 350$ ?

**3.46.** Плоская монохроматическая волна с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм падает нормально на поверхность стеклянного клина, изготовленного из стекла с показателем преломления  $n = 1,48$ . Угол между гранями клина  $\varphi = 3'$ . Определите расстояние между соседними максимумами интерференции, наблюдаемыми в отраженном свете. Сколько максимумов наблюдается на длине  $l = 1$  см поверхности клина?

**3.47.** Свет от удаленного точечного источника с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм падает на поверхность стеклянного клина с показателем преломления  $n = 1,5$ . Угол между гранями клина  $\varphi \ll 1$ , плоскость

падения света перпендикулярна ребру клина, а угол падения на грань  $\alpha = 60^\circ$ . Чему равен угол  $\varphi$ , если на экране, расположенном перпендикулярно отраженному свету, наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых  $\Delta x = 0,2$  мм?

**3.48.** Плоская монохроматическая волна падает нормально на поверхность стеклянного клина, изготовленного из стекла с показателем преломления  $n = 1,45$ . Найдите длину волны света, если в отраженном свете на протяжении  $l = 1$  см поверхности клина наблюдается  $N = 35$  светлых интерференционных полос. Угол между гранями клина  $\varphi = 2,5'$ .

**3.49.** Плоская квазимонохроматическая световая волна с  $\lambda = 546$  нм и шириной  $\Delta\lambda = 0,2$  нм падает нормально на поверхность клина, сделанного из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$  и имеющего угол при вершине  $\varphi = 2,5'$ . В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос. Найдите: 1) ширину интерференционной полосы на поверхности клина; 2) максимальное число полос, которые можно было бы увидеть, если бы размеры клина не были ограничены; 3) расстояние от вершины клина до последней наблюдаемой полосы и толщину клина в этом месте.

**3.50.** Плоская квазимонохроматическая волна с  $\lambda = 0,56$  мкм падает нормально на поверхность стеклянного клина, имеющего показатель преломления  $n = 1,5$ . В отраженном свете ширина интерференционных полос  $\Delta x = 0,32$  мм. Оцените интервал  $\Delta\lambda$  длин волн света в падающем излучении, если интерференционные полосы исчезают на расстоянии  $s = 1,7$  см от вершины клина. Чему равен угол между гранями клина?

**3.51.** В установке для наблюдения колец Ньютона плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны сферической поверхности  $R = 37$  см соприкасается со стеклянной пластинкой. Определите длину волны света, если диаметры некоторых светлых колец в отраженном свете, между которыми расположены шесть темных колец, равны  $D_1 = 2,8$  мм и  $D_2 = 1,9$  мм. Пространство между линзой и пластинкой заполнено водой, имеющей показатель преломления  $n = 1,33$ .

**3.52.** При наблюдении колец Ньютона в отраженном свете с помощью плоско-выпуклой линзы, лежащей на плоской стеклянной

пластинке, расстояние между четвертым и пятым светлыми кольцами равно  $\Delta l_0 = 1,2$  мм. Чему равно расстояние между пятнадцатым и шестнадцатым светлыми кольцами? Показатели преломления линзы и пластинки одинаковы.

**3.53.** Кольца Ньютона наблюдаются в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,64$  мкм, падающем нормально на плоско-выпуклую стеклянную линзу, лежащую на стеклянной пластинке. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом. Радиусы двух темных колец равны  $r_1 = 1,6$  мм и  $r_2 = 2,2$  мм. Между ними расположено девять светлых колец. Найдите радиус кривизны сферической поверхности линзы.

**3.54.** Кольца Ньютона наблюдаются в отраженном синем свете с длиной волны  $\lambda_c = 0,47$  мкм, падающем нормально на плоско-выпуклую стеклянную линзу, лежащую на стеклянной пластинке. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом. При этом радиус пятого светлого кольца равен  $r_5 = 1,3$  мм. После замены синего светофильтра на красный радиус восьмого светлого кольца оказался равным  $r_8 = 2$  мм. Определите длину волны красного света и радиус кривизны линзы.

**3.55.** Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается светом с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Пространство между линзой и стеклянной пластиной заполнено водой ( $n = 1,33$ ). Найдите толщину слоя воды между линзой и пластиной в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо.

**3.56.** Кольца Ньютона наблюдаются в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм, падающем нормально на плоско-выпуклую стеклянную линзу, лежащую на стеклянной пластинке. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом. Чему равно фокусное расстояние линзы, если радиус восьмого светлого кольца  $r = 1,4$  мм? Показатель преломления линзы и стекла  $n = 1,5$ .

**3.57.** В установке для наблюдения колец Ньютона плоско-выпуклая стеклянная линза с показателем преломления  $n_1 = 1,5$  соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой, имеющей показатель преломления  $n_2 = 1,7$ . Пространство между линзой и пластикой заполнено сероуглеродом с показателем преломления  $n = 1,63$ . В отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм



радиус восьмого темного кольца равен  $r = 1,1$  мм. Чему равен радиус кривизны сферической поверхности линзы?

**3.58.** Плоско-выпуклая стеклянная линза лежит выпуклой поверхностью на стеклянной пластинке. Из-за попадания пылинки между вершиной выпуклой поверхности линзы и пластинкой нет контакта. Найдите радиус кривизны сферической поверхности линзы, если радиусы двенадцатого и шестнадцатого светлых колец Ньютона в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм равны соответственно  $r_1 = 0,75$  мм и  $r_2 = 1$  мм. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом.

**3.59.** В установке для наблюдения колец Ньютона плоско-выпуклая линза сделана подвижной и может перемещаться в направлении, перпендикулярном пластинке. При соприкосновении линзы и пластинки диаметр некоторого кольца в отраженном свете  $D_1 = 4,5$  мм. При удалении линзы от пластинки диаметр этого кольца стал  $D_2 = 2,5$  мм. Найдите, на какое расстояние отодвинули линзу, если ее радиус кривизны  $R = 25$  см.

**3.60.** На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса  $r_0$ , которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. При наблюдении колец Ньютона в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм радиус десятого темного кольца  $r = 4$  мм. Найдите радиус сошлифованного участка  $r_0$ , если радиус кривизны линзы  $R = 1,5$  м. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом.

**3.61.** В установке для наблюдения колец Ньютона две одинаковые плоско-выпуклые линзы соприкасаются вершинами своих сферических поверхностей. Радиус кривизны сферических поверхностей линз  $R = 50$  см. Определите радиус десятого светлого кольца в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,62$  мкм. Как изменится радиус этого кольца, если пространство между линзами заполнить водой с показателем преломления  $n = 1,33$ ?

**3.62.** Тонкая стеклянная пластинка лежит на одной из поверхностей двояковыпуклой тонкой линзы. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом, а показатель преломления стекла, из которого изготовлена линза,  $n = 1,5$ . В отраженном от этой системы свете с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм наблюдают кольца

Ньютона. При этом радиус пятнадцатого светлого кольца равен  $r_1 = 1,8$  мм. Когда линзу перевернули и пластинка была положена на другую ее поверхность, радиус светлого кольца того же порядка стал равным  $r_2 = 2,4$  мм. Чему равно фокусное расстояние линзы?

**3.63.** Кольца Ньютона наблюдают при отражении монохроматического света от воздушного зазора между стеклянной пластинкой, лежащей на поверхности двояковыпуклой линзы с радиусом кривизны  $R_1 = 45$  см, и самой линзой. При этом радиус темного кольца некоторого порядка  $r_1 = 2,2$  мм. Чему равен радиус этого же кольца в случае, если пластинка лежит на другой поверхности линзы, имеющей радиус кривизны  $R_2 = 67,5$  см?

**3.64.** Двояковыпуклая тонкая симметричная линза лежит на двояковогнутой тонкой симметричной линзе. Причем радиус кривизны сферической поверхности двояковогнутой линзы больше радиуса кривизны сферической поверхности двояковыпуклой линзы. Оптическая сила системы линз равна  $D = 2,5$  дптр. Линзы изготовлены из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ . Вблизи точки соприкосновения линз в отраженном от воздушного промежутка между линзами свете с  $\lambda = 0,54$  мкм наблюдают кольца Ньютона. Найдите радиус восьмого светлого кольца.

**3.65.** Плосковыпуклая линза с радиусом кривизны сферической поверхности  $R = 50$  см соприкасается со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено воздухом. Оцените радиус наблюдаемой в отраженном свете интерференционной картины, если свет с длиной волны  $\lambda = 0,56$  мкм и спектральным интервалом  $\Delta\lambda = 0,04$  мкм падает на линзу практически нормально. Как изменится радиус, если пространство между линзой и пластинкой заполнить сероуглеродом с показателем преломления  $n = 1,63$ .

**3.66.** В оба пучка света интерферометра Жамена были помещены цилиндрические трубки длиной  $l = 8,5$  см, закрытые с обоих концов плоскопараллельными прозрачными пластинками (рис. 3.17). При этом наблюдалась интерференционная картина в виде светлых и темных полос. Когда воздух в одной из трубок заменили криптоном, интерференционная картина сместилась на  $N = 26$  полос. Определите показатель преломления криптона, если показатель преломления воздуха  $n_{\text{в}} = 1,000292$ . Длина волны света  $\lambda = 589$  нм.

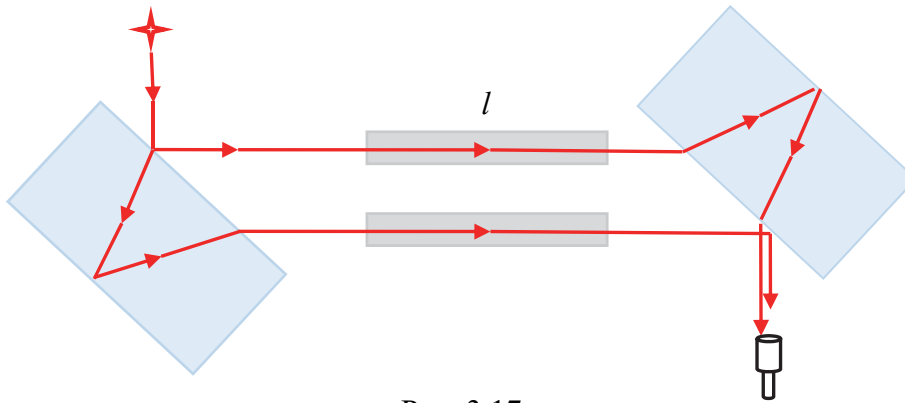


Рис. 3.17

**3.67.** В оба пучка света интерферометра Жамена были помещены цилиндрические трубки длиной  $l = 10$  см, закрытые с обоих концов плоскопараллельными прозрачными пластинками (рис. 3.17). Воздух из трубок был откачан. При этом наблюдалась интерференционная картина в виде светлых и темных полос. Когда в одну из трубок был впущен иодоводород ( $\text{HI}$ ), интерференционная картина сместилась на  $N_1 = 151$  полосу. Затем в другую трубку впустили хлороводород ( $\text{HCl}$ ). При этом интерференционная картина сместилась на  $N_2 = 74$  полосы. Определите разность показателей преломления иодоводорода и хлороводорода. Длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм.

**3.68.** Звездный интерферометр Майкельсона представляет собой аналог интерференционной схемы Юнга, в которой расстояние между отверстиями можно изменять. В этот интерферометр попадает свет от звезды Бетельгейзе, излучающей на длине волны  $\lambda = 0,6$  мкм. При увеличении расстояния между отверстиями видимость интерференционной картины уменьшается и при расстоянии  $d = 2,7$  м она исчезает. Оцените диаметр звезды Бетельгейзе, если ее расстояние до Земли составляет  $l \approx 550$  св. лет. Полученный результат сравните со средними диаметрами орбит Земли и Марса вокруг Солнца.

**3.69.** На входе интерферометра Майкельсона перед источником света стоит светофильтр, который пропускает свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм. При этом в поле зрения отчетливо наблюдается  $N = 115$  полос интерференции. Оцените спектральный интервал пропускания светофильтра.

**3.70.** При сдвиге подвижного зеркала интерферометра Майкельсона на  $h = 36$  мкм интерференционная картина сместилась на

$N = 120$  интерференционных полос. Чему равна длина волны света, используемая в интерферометре?

**3.71.** При помещении в одно из плеч интерферометра Майкельсона стеклянной пластинки толщиной  $d = 5$  мм интерференционная картина исчезла. Для восстановления интерференционной картины пришлось увеличить длину второго плеча интерферометра на величину  $h = 2,8$  мм. Найдите показатель преломления стеклянной пластинки.

## § 4. Дифракция света

### Основные формулы и законы

#### 1. Радиус внешней границы $m$ -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}, \quad (4.1)$$

где  $\lambda$  – длина волны света;  $a$  и  $b$  – расстояния от вершины волновой поверхности до источника и точки наблюдения, для которой построены зоны Френеля.

#### 2. Радиус внешней границы $m$ -й зоны Френеля в случае плоской волны:

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}. \quad (4.2)$$

#### 3. Условие минимумов при дифракции Фраунгофера на щели:

$$a(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (4.3)$$

где  $a$  – ширина щели;  $\varphi$  – угол дифракции;  $\varphi_0$  – угол падения света к нормали щели.

#### 4. Распределение интенсивности по направлениям при дифракции Фраунгофера на щели:

$$I_1 = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2}, \quad (4.4)$$

где  $I_0$  – интенсивность в направлении падающей на щель волны;  $\delta = 2\pi a \sin \varphi / \lambda$ .

**5. Условие главных максимумов при дифракции на решетки:**

$$d(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.5)$$

где  $d$  – период дифракционной решетки;  $\varphi$  – угол дифракции;  $\varphi_0$  – угол падения света к нормали решетки.

**6. Условие добавочных минимумов при дифракции на решетки:**

$$d(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = \pm \frac{m'}{N} \lambda, \quad (4.6)$$

где  $m' = 1, 2, \dots$ , кроме  $0, N, 2N, \dots$ ;  $N$  – число щелей (штрихов) решетки.

**7. Распределение интенсивности по направлениям при дифракции на решетке:**

$$I = I_1 \frac{\sin^2(N\beta / 2)}{\sin^2(\beta / 2)}, \quad (4.7)$$

где  $I_1$  – распределение интенсивности от каждой щели (4.4);  $\beta = 2\pi d \sin \varphi / \lambda$ .

**8. Угловая дисперсия дифракционной решетки:**

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (4.8)$$

**9. Разрешающая способность дифракционной решетки:**

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN, \quad (4.9)$$

где  $\delta\lambda$  – наименьшая разность длин волн спектральных линий, при которой эти линии еще воспринимаются отдельно.

**10. Разрешающая способность объектива:**

$$R = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda}, \quad (4.10)$$

где  $\delta\varphi$  – наименьшее угловое расстояние, разрешаемое объективом;  $D$  – диаметр объектива.

**11. Условие дифракционных максимумов при дифракции рентгеновских лучей на пространственной решетке (формула Брэгга – Вульфа):**

$$2d \sin \alpha = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (4.11)$$

где  $d$  – расстояние между атомными плоскостями кристалла;  $\alpha$  – угол скольжения лучей к атомной плоскости.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Между точечным источником света И и экраном Э (рис. 4.1) поместили непрозрачный экран с круглым отверстием ЭКО. Радиус отверстия  $R = 0,75$  мм, расстояния от источника до отверстия  $a = 2$  м и от отверстия до экрана  $b = 1,2$  м. Чему равна интенсивность света в центре дифракционной картины на экране, если в отсутствии экрана с отверстием интенсивность света в данной точке равна  $I_0$ ? Длина волны излучения источника  $\lambda = 0,5$  мкм.

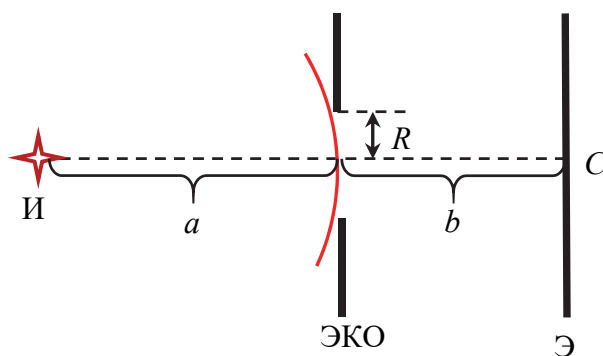


Рис. 4.1

**Решение.** Дифракционная картина на экране от круглого отверстия представляет собой чередующиеся светлые и темные кольца, плавно переходящие друг в друга. Центр дифракционной картины находится в точке пересечения  $C$  оси отверстия с экраном. Для нахождения интенсивности света в центре дифракционной картины воспользуемся методом зон Френеля. Согласно этому методу волновую поверхность световой волны в том месте, где расположено отверстие, разбивают на кольцевые зоны с центром на оси отверстия. Эти зоны выбирают так, чтобы расстояния от краев каждой зоны до точки  $C$  отличались друг от друга на половину длины волны  $\lambda / 2$ . В этом случае фазы колебаний, возбуждаемых от краев зон в точке  $C$ , отличаются на  $\delta = \pi$ . По принципу Гюйгенса – Френеля для определения амплитуды колебаний в точке  $C$  необходимо сложить амплитуды колебаний, возбуждаемых в этой точке всеми зонами Френеля с учетом их модулей и фаз. При этом удобно использовать графический метод сложения колебаний. В этом методе каждую зону Френеля дополнительно мысленно разбивают на узкие кольцевые зоны. Амплитуду колебаний, создаваемую каждой

из таких зон, изображают вектором  $d\vec{A}$ . Вследствие увеличения расстояния от зон до точки  $C$  амплитуда колебаний, создаваемых каждой следующей кольцевой зоной, будет убывать по модулю и отставать по фазе от колебаний, создаваемых предыдущей зоной. Изобразив отставание по фазе поворотом каждого вектора  $d\vec{A}$  против часовой стрелки на соответствующий угол, получим цепочку векторов, векторная сумма которых и есть результирующая амплитуда в точке  $C$ . На рис. 4.2, *a* показана амплитуда колебаний  $\vec{A}_1$  в точке  $C$  от первой зоны Френеля. При этом векторы  $d\vec{A}$ , прилегающие к краям зоны в начале и конце результирующего вектора, взаимно противоположны по направлению. Продолжив построение, получим векторную диаграмму для результирующей амплитуды колебаний  $\vec{A}_2$  в точке  $C$  от действия двух зон Френеля (рис. 4.2, *б*), затем  $\vec{A}_3$  от первых трех зон Френеля (рис. 4.2, *в*) и т. д.

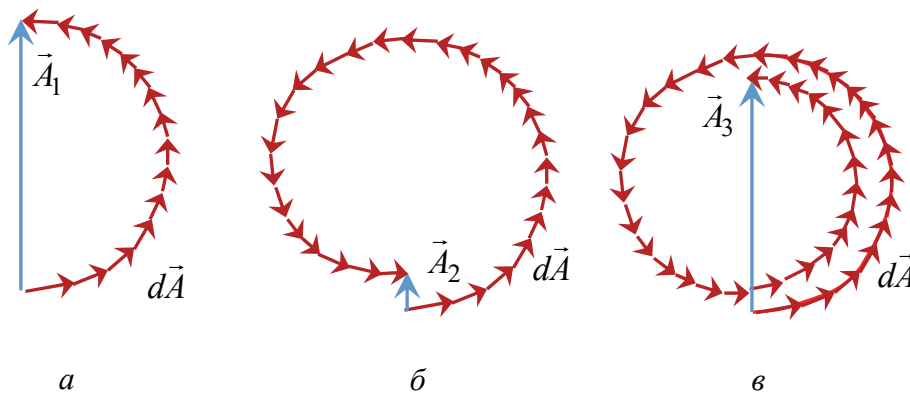


Рис. 4.2

Цепочка векторов  $d\vec{A}$  по мере увеличения числа кольцевых зон будет «закручиваться» в спираль, и в результате амплитуда от действия всех зон (всей волновой поверхности) изобразится вектором  $\vec{A}_0$ , проведенным из начала спирали к ее полюсу (рис. 4.3). Эту спираль называют спиралью Френеля.

Таким образом, амплитуда колебаний в точке  $C$  зависит от числа зон, которые укладываются в отверстие. Например, при четном числе зон в отверстии в точке  $C$  наблюдаются минимумы, так как  $A_2 < A_4 < \dots < A_0$ . Если в отверстие укладывается

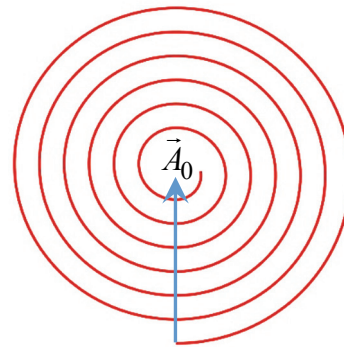


Рис. 4.3

нечетное число зон Френеля, то в точке  $C$  наблюдаются максимумы, при этом  $A_3 > A_5 > \dots > A_0$ . Чтобы узнать, сколько зон Френеля укладывается в отверстие, приравняем радиус отверстия к радиусу  $m$ -й зоны Френеля (4.1)  $R = r_m$  и найдем число  $m$ , численно равное числу зон в отверстии. Получим

$$m = \frac{R^2(a+b)}{ab\lambda} = \frac{(0,75 \cdot 10^{-3})^2(2+1,2)}{2 \cdot 1,2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 1,5. \quad (4.12)$$

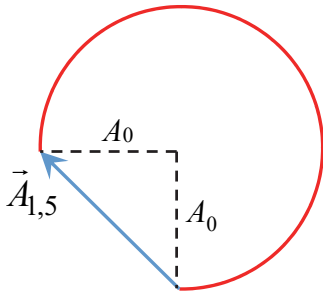


Рис. 4.4

Таким образом, в отверстие укладывается полторы зоны Френеля. На спирали Френеля амплитуда  $\vec{A}_{1,5}$  колебаний в точке  $C$ , соответствующая этому значению  $m$ , показана на рис. 4.4, где приведена «действующая» часть первого витка спирали. Приняв во внимание, что первый виток спирали Френеля близок к окружности радиуса  $A_0$ , получим

$$A_{1,5} \approx \sqrt{A_0^2 + A_0^2} = \sqrt{2}A_0. \quad (4.13)$$

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды  $I = kA^2$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности, то интенсивности света в точке  $C$  в отсутствие экрана с отверстием  $I_0$  и при прохождении света через отверстие  $I$  равны

$$I_0 = kA_0^2, \quad I = kA_{1,5}^2. \quad (4.14)$$

Из (4.14) с учетом (4.13) найдем, что  $I \approx 2I_0$ . Таким образом, интенсивность света в точке  $C$  в два раза больше интенсивности света в этой же точке в отсутствие экрана с отверстием.

**Пример 2.** На поверхность непрозрачного экрана (рис. 4.5) падает нормально плоская монохроматическая волна интенсивности  $I_0$ . Определите интенсивность света в точке  $C$ , расположенной за экраном, если закругленный край экрана совпадает с границей первой зоны Френеля для этой точки.

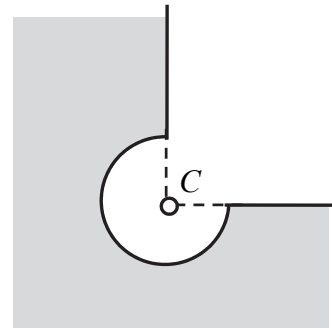


Рис. 4.5



**Решение.** В отсутствие экрана с отверстием колебания в точку  $C$  приходят как от первой зоны Френеля, так и от оставшейся части волновой поверхности. При этом амплитуда колебаний в точке  $C$  равна амплитуде  $A_0$ , соответствующей полностью открытой волновой поверхности. На спирали Френеля полностью открытой волновой поверхности соответствует вектор  $\vec{A}_0$  (рис. 4.3). Представим его в виде суммы двух слагаемых:

$$\vec{A}_0 = \vec{A}_1 + \vec{A}_{\text{ост}}, \quad (4.15)$$

где  $\vec{A}_1$  – вектор, представляющий колебания в точке  $C$  от первой зоны Френеля (рис. 4.2,  $a$ );  $\vec{A}_{\text{ост}}$  – вектор, представляющий колебания в точке  $C$  от оставшейся части волновой поверхности.

Векторы  $\vec{A}_0$  и  $\vec{A}_1$  имеют одинаковое направление, поэтому из (4.15) следует, что вектор  $\vec{A}_{\text{ост}}$  должен быть направлен в противоположную сторону (рис. 4.6). Так как первый виток спирали Френеля близок к окружности радиусом  $A_0$ , то  $A_1 \approx 2A_0$  и амплитуда колебаний в точке  $C$  от оставшейся части волновой поверхности  $A_{\text{ост}} \approx A_0$ .

В случае, когда на пути света стоит экран, колебания в точке  $C$  представим вектором

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}'_{\text{ост}}, \quad (4.16)$$

где учтено, что от первой зоны Френеля колебания доходят без изменений, а от оставшейся части волновой поверхности будет действовать только  $1/4$  ее части. При этом направление векторов на рис. 4.6 не изменится.

Учитывая, что  $A_1 \approx 2A_0$  и  $A'_{\text{ост}} \approx A_{\text{ост}}/4 = A_0/4$ , амплитуда колебаний в точке  $C$  в этом случае будет

$$A = A_1 - A'_{\text{ост}} \approx 2A_0 - \frac{A_0}{4} = \frac{7A_0}{4}. \quad (4.17)$$

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды  $I = kA^2$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности, а интенсивность падающего на экран света  $I_0 = kA_0^2$ , из (4.17) найдем интенсивность света в точке  $C$ :

$$I \approx \frac{49I_0}{16} \approx 3,1I_0. \quad (4.18)$$

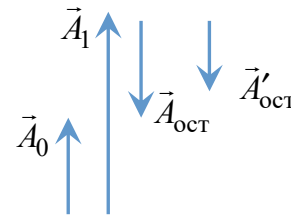


Рис. 4.6

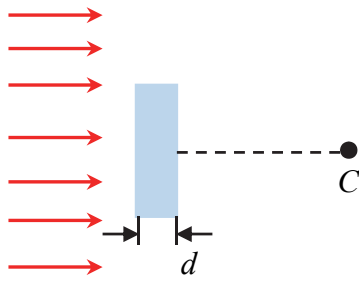


Рис. 4.7

**Пример 3.** Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм падает нормально на стеклянный диск с показателем преломления  $n = 1,5$  (рис. 4.7). Для точки наблюдения  $C$  диск представляет собой первые полторы зоны Френеля. При какой толщине диска интенсивность света в точке наблюдения будет минимальной? Чему равна минимальная интенсивность,

если интенсивность падающей на диск волны равна  $I_0$ ?

**Решение.** В отсутствие диска разобьем колебания, приходящие в точку  $C$  от волновой поверхности, на колебания, приходящие от первых полутора зон Френеля и от оставшейся части волновой поверхности. При этом амплитуда колебаний в точке  $C$  равна амплитуде  $A_0$ , соответствующей полностью открытой волновой поверхности. На спирали Френеля полностью открытой волновой поверхности соответствует вектор  $\vec{A}_0$  (рис. 4.3). Представим его в виде суммы двух слагаемых:

$$\vec{A}_0 = \vec{A}_{1,5} + \vec{A}_{\text{ост}}, \quad (4.19)$$

где  $\vec{A}_{1,5}$  – вектор, представляющий колебания в точке  $C$  от первых полутора зон Френеля (рис. 4.4);  $\vec{A}_{\text{ост}}$  – вектор, представляющий колебания в точке  $C$  от оставшейся части волновой поверхности. На рис. 4.8 показаны данные вектора на первом витке спирали Френеля.

В случае, когда на пути света стоит стеклянный диск, колебания в точке  $C$  представим вектором

$$\vec{A} = \vec{A}'_{1,5} + \vec{A}_{\text{ост}}, \quad (4.20)$$

где учтено, что от оставшейся части волновой поверхности колебания в точку  $C$  приходят без изменений.

Оптический путь волн, проходящих через стеклянный диск, увеличится на величину

$$\Delta = d(n - 1). \quad (4.21)$$

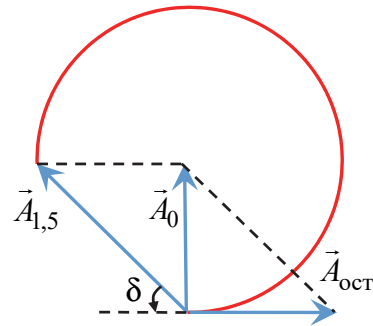


Рис. 4.8

Как следствие, колебания в точке  $C$  от полутора зон Френеля дополнительно начнут отставать по фазе от колебаний, приходящих в точку  $C$  от оставшейся части волновой поверхности на величину

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n-1). \quad (4.22)$$

Дополнительное отставание по фазе на  $\delta$  соответствует повороту вектора  $\vec{A}_{1,5}$  против часовой стрелки, модуль его при этом изменяться не будет. Этот повернутый на угол  $\delta$  вектор  $\vec{A}_{1,5}$  и будет представлять собой вектор  $\vec{A}'_{1,5}$  в формуле (4.20). Для получения минимума интенсивности надо, чтобы вектор  $\vec{A}_{1,5}$  оказался противоположно направлен вектору  $\vec{A}_{\text{ост}}$  (рис. 4.8). Для этого его надо повернуть на угол

$$\delta = \frac{\pi}{4} + 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.23)$$

Приравняв (4.22) и (4.23), найдем толщину диска, при которой это возможно:

$$d = \frac{\lambda}{n-1} \left( \frac{1}{8} + m \right), \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.24)$$

Минимальная толщина диска соответствует  $m = 0$ :

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{8(n-1)} = \frac{0,65}{8 \cdot (1,5-1)} \approx 0,16 \text{ мкм}. \quad (4.25)$$

Учитывая, что  $A_{\text{ост}} \approx A_0$  и  $A_{1,5}$  определяется по формуле (4.13), амплитуда колебаний в точке  $C$  равна

$$A = A'_{1,5} - A_{\text{ост}} \approx \sqrt{2}A_0 - A_0 = (\sqrt{2} - 1)A_0. \quad (4.26)$$

Интенсивность света найдем по формуле  $I = kA^2$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности. Учитывая, что интенсивность падающего на экран света  $I_0 = kA_0^2$ ,

$$I \approx (\sqrt{2} - 1)^2 I_0 \approx 0,17 I_0. \quad (4.27)$$

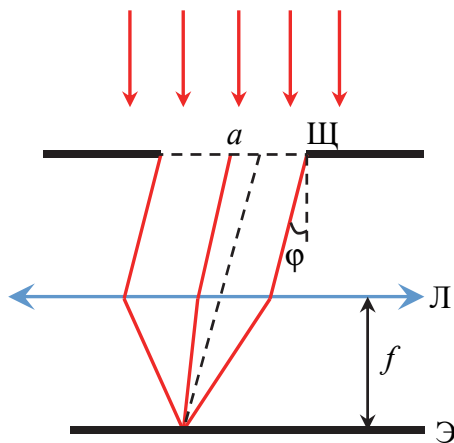


Рис. 4.9

**Пример 4.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,6$  мкм падает нормально на экран с узкой щелью Щ шириной  $a = 15$  мкм (рис. 4.9). Найдите углы, под которыми наблюдаются максимумы на экране Э, расположенном за щелью в фокальной плоскости тонкой линзы Л. Определите ширину дифракционных максимумов. Фокусное расстояние линзы  $f = 20$  см.

**Решение.** Воспользуемся формулой (4.4) для распределения интенсивности световой волны при дифракции на щели в зависимости от угла дифракции. Запишем ее в виде

$$I_1 = I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2}, \quad (4.28)$$

где  $x$  связана с углом дифракции  $\varphi$  соотношением

$$x = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}. \quad (4.29)$$

Исследуем функцию (4.28) на максимумы. Для этого продифференцируем ее по  $x$  и приравняем производную к нулю:

$$\frac{dI_1}{dx} = 2I_0 \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{(x \cos x - \sin x)}{x^2} = 0. \quad (4.30)$$

Одним из решений данного уравнения является  $x = 0$ . Из (4.29) следует, что этому решению соответствует угол дифракции  $\varphi = 0$ . Под этим углом наблюдается центральный дифракционный максимум.

Уравнение (4.30) также удовлетворяется, когда  $x \neq 0$ , но  $\sin x = 0$ . В этом случае  $x = \pm m\pi$ , где  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Подставив эти решения в (4.29), найдем, что углы дифракции  $\varphi$ , соответствующие им, удовлетворяют уравнению

$$a \sin \varphi = \pm m\lambda. \quad (4.31)$$

Формула (4.31) совпадает с условием минимумов интенсивности (4.3) при дифракции на щели при нормальном падении волны на нее, когда  $\varphi_0 = 0$ . Таким образом, соотношение (4.31) определяет

углы, под которыми наблюдаются минимумы в дифракционном спектре.

И наконец, соотношение (4.30) удовлетворяется, когда  $x \neq 0$  и  $x \cos x - \sin x = 0$ , что эквивалентно

$$\operatorname{tg} x = x. \quad (4.32)$$

Решения трансцендентного уравнения (4.32) могут быть найдены графически. Первые три решения этого уравнения имеют вид

$$x_1 = \pm 1,43\pi, \quad x_2 = \pm 2,46\pi, \quad x_3 = \pm 3,47\pi. \quad (4.33)$$

Углы дифракции  $\varphi$ , соответствующие этим решениям, найдем из формулы (4.29). Они удовлетворяют уравнениям

$$a \sin \varphi = \pm 1,43\lambda; \quad (4.34)$$

$$a \sin \varphi = \pm 2,46\lambda; \quad (4.35)$$

$$a \sin \varphi = \pm 3,47\lambda. \quad (4.36)$$

Формулы (4.34)–(4.36) определяют углы, под которыми наблюдаются максимумы первого, второго и третьего порядков. Приближенно эти соотношения можно записать в виде

$$a \sin \varphi \approx \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.37)$$

Знаки «плюс» и «минус» в (4.37) учитывают симметричные максимумы, расположенные по обе стороны центрального дифракционного максимума. На рис. 4.10 показан график зависимости интенсивности от синуса угла дифракции. При  $\varphi = 0$  наблюдается центральный дифракционный максимум, а симметрично по обе стороны от него максимумы первого, второго и последующего порядков, интенсивности которых значительно меньше центрального дифракционного максимума. Используя данные условия, из формулы (4.37) найдем углы, под которыми наблюдаются максимумы первого  $m = 1$  и второго  $m = 2$  порядков:

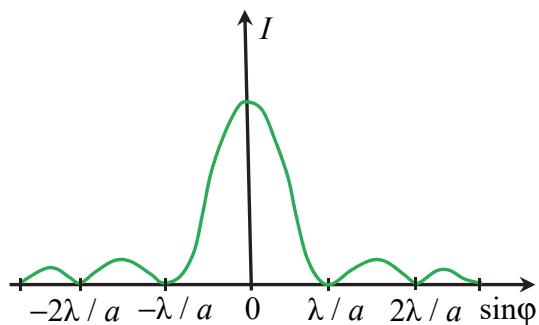


Рис. 4.10

$$\sin \varphi_1^{\max} \approx \frac{3\lambda}{2a} = \frac{3 \cdot 0,6}{2 \cdot 15} = 0,06 \Rightarrow \varphi_1 \approx 3,4^\circ. \quad (4.38)$$

$$\sin \varphi_2^{\max} \approx \frac{5\lambda}{2a} = \frac{5 \cdot 0,6}{2 \cdot 15} = 0,1 \Rightarrow \varphi_2 \approx 5,7^\circ. \quad (4.39)$$

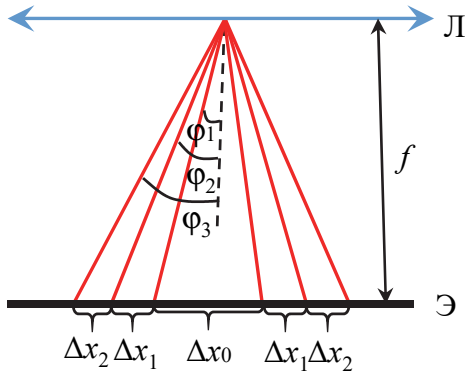


Рис. 4.11

Найдем ширину дифракционных максимумов на экране. Ширина центрального максимума  $\Delta x_0$  равна расстоянию на экране между двумя симметричными минимумами первого порядка (рис. 4.11), ширина максимума первого порядка  $\Delta x_1$  – расстоянию на экране между минимумами первого и второго порядков, а ширина максимума второго порядка  $\Delta x_2$  – расстоянию на экране между минимумами второго и третьего порядков. Эти величины определяются соотношениями

$$\Delta x_0 = 2f \operatorname{tg} \varphi_1; \quad (4.40)$$

$$\Delta x_1 = f(\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1); \quad (4.41)$$

$$\Delta x_2 = f(\operatorname{tg} \varphi_3 - \operatorname{tg} \varphi_2), \quad (4.42)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – углы, под которыми наблюдаются минимумы первого, второго и третьего порядков соответственно.

Из условия минимумов (4.31) при  $m = 1, m = 2$  и  $m = 3$  следует, что

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \varphi_1 \approx \frac{\lambda}{a}; \quad (4.43)$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{2\lambda}{a} \Rightarrow \varphi_2 \approx \frac{2\lambda}{a}; \quad (4.44)$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{3\lambda}{a} \Rightarrow \varphi_3 \approx \frac{3\lambda}{a}, \quad (4.45)$$

где учтено, что для малых углов  $\sin \varphi \approx \varphi$ .

Подставив углы (4.43)–(4.45) в (4.40)–(4.42) и приняв во внимание, что для малых углов  $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ , найдем

$$\Delta x_0 = \frac{2f\lambda}{a} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 0,6}{15} = 1,6 \text{ см}; \quad (4.46)$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \frac{f\lambda}{a} = \frac{20 \cdot 0,6}{15} = 0,8 \text{ см}. \quad (4.47)$$

**Пример 5.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,7$  мкм падает на дифракционную решетку ДР под углом  $\varphi_0 = 25^\circ$  к ее нормали (рис. 4.12). Решетка содержит  $n = 300$  штрихов на миллиметр. Сколько главных максимумов содержится в дифракционном спектре решетки и под какими углами к нормали решетки они наблюдаются?

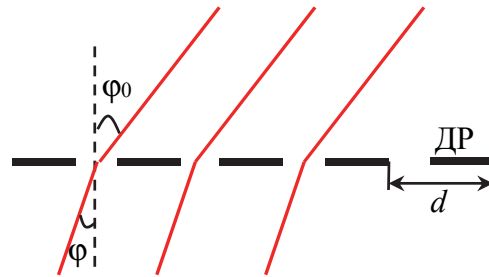


Рис. 4.12

**Решение.** Из условия главных максимумов (4.5) при дифракции на решетке следует, что углы, под которыми наблюдаются максимумы, определяются соотношением

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 \pm \frac{m\lambda}{d}, \quad (4.48)$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Учтем в (4.48), что период дифракционной решетки  $d$  равен отношению ширины решетки  $l$  к числу штрихов (щелей)  $N$ , а как следствие

$$d = \frac{l}{N} = \frac{1}{n}, \quad (4.49)$$

где  $n = l / N$  – число штрихов на единицу ширины решетки.

Тогда формула (4.49) примет вид

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 \pm m\lambda n. \quad (4.50)$$

Подставив в (4.50) данные из условия, получим

$$\sin \varphi \approx 0,423 \pm 0,21m. \quad (4.51)$$

При  $m = 0$  из (4.51) следует, что главный максимум нулевого порядка наблюдается под углом

$$\varphi_0 = 25^\circ. \quad (4.52)$$

При  $m = 1$  найдем, что  $\sin\varphi_1 \approx 0,633$  и  $\sin\varphi'_1 \approx 0,213$ . Отсюда следует, что максимумы первого порядка наблюдаются под углами

$$\varphi_1 \approx 39^\circ, \varphi'_1 \approx 12^\circ. \quad (4.53)$$

При  $m = 2$   $\sin\varphi_2 \approx 0,843$  и  $\sin\varphi'_2 \approx 0,003$ . Следовательно, максимумы второго порядка наблюдаются под углами

$$\varphi_2 \approx 57,5^\circ, \varphi'_2 \approx 0,17^\circ. \quad (4.54)$$

При  $m = 3$   $\sin\varphi_3 \approx 1,053$  и  $\sin\varphi'_3 \approx -0,207$ . Так как синус любого угла меньше единицы, то наблюдается только один максимум третьего порядка под углом

$$\varphi'_3 \approx -11,9^\circ. \quad (4.55)$$

Аналогичная ситуация имеет место при оставшихся порядках. При  $m = 4$   $\sin\varphi_4 \approx 1,263$  и  $\sin\varphi'_4 \approx -0,417$ . Отсюда угол, под которым наблюдается максимум четвертого порядка, будет

$$\varphi'_4 \approx -24,6^\circ. \quad (4.56)$$

При  $m = 5$   $\sin\varphi_5 \approx 1,473$  и  $\sin\varphi'_5 \approx -0,627$ . Следовательно, максимум пятого порядка наблюдается под углом

$$\varphi'_5 \approx -38,8^\circ. \quad (4.57)$$

При  $m = 6$   $\sin\varphi_6 \approx 1,683$  и  $\sin\varphi'_6 \approx -0,837$ . Максимум шестого порядка наблюдается под углом

$$\varphi'_6 \approx -56,8^\circ. \quad (4.58)$$

При  $m = 7$   $\sin\varphi_7 \approx 1,893$  и  $\sin\varphi'_7 \approx -1,047$ , следовательно, максимумы седьмого и более высокого порядков наблюдаться не будут.

Таким образом, максимальный порядок наблюдаемых максимумов равен шести  $m_{\max} = 6$ , а их общее количество  $M = 9$ . Знак «минус» у значений углов показывает, что данные углы отсчитываются от нормали в противоположную сторону, показанную на рис. 4.12.

**Пример 6.** Монохроматический пучок рентгеновского излучения (рис. 4.13) проходит через образец материала ОМ, растертого в порошок. Дифрагированные от кристалликов образца волны образуют на фотопленке ФП, расположенной на расстоянии  $l = 20$  см от него, систему концентрических дифракционных колец. Определите длину волны рентгеновского излучения если радиус светлого кольца,



соответствующего второму порядку отражения от системы плоскостей с межплоскостным расстоянием  $d = 310$  пм, равен  $r = 5$  см.

**Решение.** Порошок состоит из очень мелких кристалликов, хаотически ориентированных в пространстве. При зеркальном отражении от атомных плоскостей микрокристаллов, ориентированных под определенным углом к падающему лучу, на фотопленке возникают дифракционные максимумы в виде колец. Радиус колец

$$r = l \operatorname{tg} 2\alpha. \quad (4.59)$$

Отсюда угол скольжения рентгеновских лучей к атомным плоскостям

$$\alpha = \frac{\operatorname{arctg}(r / l)}{2} = \frac{\operatorname{arctg}(5 / 20)}{2} \approx 7^\circ. \quad (4.60)$$

Из формулы Брэгга – Вульфа (4.11) при  $m = 2$  найдем длину волны излучения:

$$\lambda = d \sin \alpha = 310 \cdot \sin 7 \approx 37,8 \text{ пм}. \quad (4.61)$$

## Задачи

**4.1.** Точечный источник света с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм находится на оси круглого отверстия радиусом  $R = 1,2$  мм, сделанного в непрозрачном экране, на расстоянии  $a = 160$  см от него. Найдите число зон Френеля в отверстии для точки, расположенной на оси за отверстием на расстоянии  $b = 160$  см от него. Максимум или минимум интенсивности будет наблюдаться в этой точке, если в этом месте поместить экран?

**4.2.** На круглое отверстие радиусом  $R = 0,8$  мм в непрозрачном экране падает нормально плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,64$  мкм. Определите число зон Френеля, которое укладывается в этом отверстии для точки наблюдения, расположенной на оси отверстия и отстоящей от него на расстоянии  $b = 2$  м. Чему равна интенсивность в этой точке, если интенсивность падающей волны  $I_0$ ?

**4.3.** Внешний радиус пятой зоны Френеля волновой поверхности для некоторой точки наблюдения равен  $r_5 = 1,9$  мм. Найдите

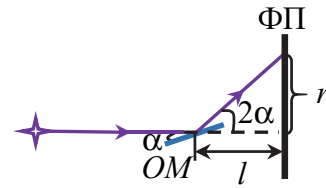


Рис. 4.13

внешний радиус второй зоны Френеля для той же точки наблюдения. Чему равны площади пятой и второй зон Френеля, а также суммарная площадь первых трех зон?

**4.4.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на поверхность непрозрачного экрана с круглым отверстием, имеющим диаметр  $d = 1,8$  мм. Найдите расстояния от экрана до трех наиболее удаленных от отверстия точек, лежащих на оси отверстия за ним, в которых наблюдаются максимумы интенсивности света. Длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм.

**4.5.** Точечный монохроматический источник света и точка наблюдения находятся на одинаковых расстояниях  $a$  по разные стороны от непрозрачного экрана с круглым отверстием. Как изменится число зон Френеля, открытых в отверстии, если экран передвинуть к источнику на расстояние, равное  $a / 2$ ?

**4.6.** Точечный источник монохроматического света находится на оси круглого отверстия в непрозрачном экране, радиус которого можно изменять. На экране, находящемся за отверстием, наблюдается дифракционная картина, центр которой имеет максимально возможную интенсивность. Как надо изменить радиус отверстия, чтобы в центре дифракционной картины наблюдался: 1) самый темный минимум; 2) второй по интенсивности максимум?

**4.7.** Между точечным источником света и точкой наблюдения расположен экран с круглым отверстием, открывающим для точки наблюдения первую зону Френеля. Во сколько раз нужно уменьшить радиус отверстия, чтобы интенсивность света в точке наблюдения уменьшилась в четыре раза?

**4.8.** На диафрагму с диаметром отверстия  $D = 2,5$  мм падает нормально свет от удаленного монохроматического источника с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм. На каком наибольшем расстоянии от диафрагмы надо расположить экран перпендикулярно оси отверстия, чтобы в центре дифракционной картины на экране наблюдалось темное пятно?

**4.9.** Непрозрачный экран с отверстием диаметром  $d = 1$  мм освещается монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм от удаленного точечного источника. Определите расстояние до точки наблюдения, лежащей на оси отверстия за ним, в которой интенсивность света будет наибольшей. Чему она равна, если интенсивность падающей на экран волны равна  $I_0$ ?

**4.10.** Диффрагма с круглым отверстием радиусом  $r = 0,6$  мм находится между точечным источником света с длиной волны  $\lambda = 0,58$  мкм и экраном, на котором наблюдают дифракционную картину. Источник находится на оси отверстия, а расстояние между ним и центром дифракционной картины на экране  $l = 250$  см. Диффрагму перемещают вдоль оси отверстия из точки, отстоящей на расстоянии  $a_1 = 20$  см от источника, в точку, отстоящую от источника на  $a_2 = 220$  см. Сколько раз при этом в центре дифракционной картины будет наблюдаться затемнение? Чему равны расстояния от диффрагмы до источника при затемнении?

**4.11.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на поверхность непрозрачного экрана с круглым отверстием некоторого радиуса. На экране за отверстием наблюдают дифракционную картину. Как изменится интенсивность света в центре дифракционной картины, если половину площади отверстия закрыть до его диаметра?

**4.12.** На поверхность непрозрачного экрана с круглым отверстием падает нормально плоская световая волна. Радиус отверстия равен радиусу первой зоны Френеля для точки наблюдения, расположенной на оси отверстия за экраном. Во сколько раз изменится интенсивность света в точке наблюдения, если радиус отверстия уменьшить в  $\sqrt{2}$  раза?

**4.13.** Между точечным источником света и экраном поместили диффрагму с круглым отверстием радиусом  $R = 1$  мм. Определите длину волны излучения источника, если при приближении экрана к диффрагме вдоль оси отверстия максимум интенсивности в центре дифракционной картины наблюдается, когда расстояние от экрана до диффрагмы  $b_1 = 127$  см, а следующий максимум при  $b_2 = 53,6$  см.

**4.14.** Диффрагма с круглым отверстием находится между точечным источником монохроматического света и экраном, на котором наблюдают дифракционную картину. При смещении источника в сторону диффрагмы вдоль оси отверстия в центре дифракционной картины интенсивность достигает минимума, когда расстояние от источника до экрана  $a_1 = 68,6$  см, а следующий минимум при  $a_2 = 28$  см. Определите радиус отверстия, если длина волны излучения источника  $\lambda = 0,68$  мкм.

**4.15.** Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,52$  мкм падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием, радиус

которого  $R$  можно менять. На экране, расположенном за отверстием, наблюдают дифракционную картину. Определите расстояние от отверстия до экрана, если минимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при  $R_1 = 1,29$  мм и следующий минимум при  $R_2 = 1,58$  мм.

**4.16.** Между точечным источником света с длиной волны  $\lambda = 0,68$  мкм и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны  $a = 100$  см и  $b = 120$  см. Каким должен быть минимальный радиус отверстия, чтобы интенсивность в центре дифракционной картины на экране была такой же, как и в отсутствие диафрагмы?

**4.17.** Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм и интенсивностью  $I_0$  падает нормально на круглое отверстие радиусом  $R = 1,1$  мм. Определите интенсивность  $I$  в центре дифракционной картины на экране, отстоящем на расстоянии  $b = 2,2$  м от отверстия.

**4.18.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса  $R = 1,2$  мм. Чему равна интенсивность света в центре дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии  $b = 1,5$  м от него? Длина волны излучения  $\lambda = 0,64$  мкм.

**4.19.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачный экран с отверстием, радиус которого можно изменять. При увеличении радиуса отверстия от нулевого значения до  $R_0 = 0,9$  мм интенсивность света в точке наблюдения, расположенной на оси отверстия за ним, возрастает до значения  $I_0$ , равного интенсивности падающего излучения в отсутствие препятствия. Найдите следующее значение радиуса отверстия, при котором интенсивность в точке наблюдения опять станет равной  $I_0$ .

**4.20.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на поверхность непрозрачного диска, диаметр которого равен диаметру первой зоны Френеля для точки наблюдения, находящейся на оси диска за ним. Определите интенсивность света в точке наблюдения, если интенсивность падающей волны равна  $I_0$ . Как изменится интенсивность света, если удалить половину диска до его диаметра?

**4.21.** Посередине между точечным источником монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм и экраном расположен непрозрачный диск диаметром  $D = 2$  мм. Найдите расстояние

между источником и точкой наблюдения на экране, если диск закрывает только первую зону Френеля для этой точки. Чему равна интенсивность света в точке наблюдения, если в отсутствие преграды интенсивность в этой точке равна  $I_0$ ?

**4.22.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачные экраны, закрывающие часть волновой поверхности (рис. 4.14). Чему равна интенсивность света в точке  $C$ , расположенной за экранами.

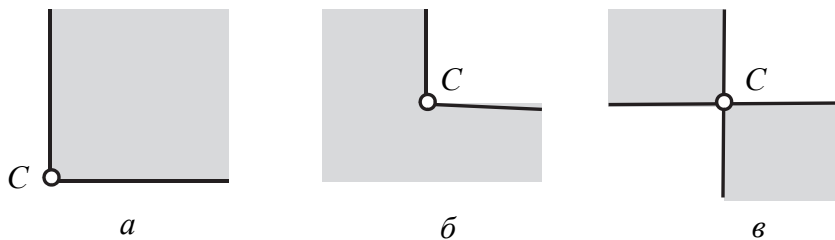


Рис. 4.14

**4.23.** Плоская монохроматическая волна интенсивности  $I_0$  падает нормально на поверхность экрана, показанного на рис. 4.15. Угол  $\varphi = 60^\circ$ . Определите интенсивность света в точке  $C$ , расположенной за экраном.

**4.24.** На поверхность непрозрачного экрана, показанного на рис. 4.16, падает нормально плоская монохроматическая волна с интенсивностью  $I_0$ . Закругленный край экрана совпадает с границей первой зоны Френеля для точки  $C$ , расположенной за экраном, а угол  $\varphi = 45^\circ$ . Чему равна интенсивность света в этой точке?

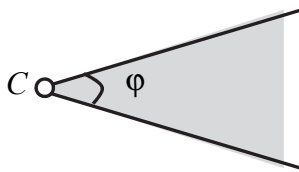


Рис. 4.15

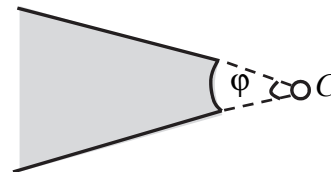


Рис. 4.16

**4.25.** На поверхность непрозрачных экранов, показанных на рис. 4.17, падает нормально плоская монохроматическая волна интенсивности  $I_0$ . Определите интенсивность света в точке  $C$ , расположенной за экранами, если закругленные края экранов совпадают с границей первой зоны Френеля для этой точки.

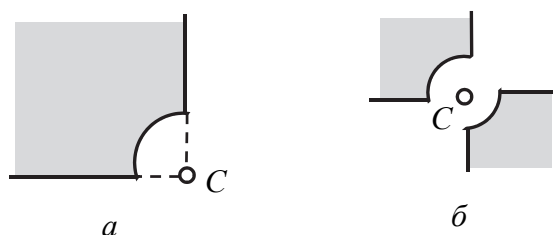


Рис. 4.17

**4.26.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхность экрана, показанного на рис. 4.18. Определите интенсивность света в точке  $C$ , расположенной за экраном, если закругленный край экрана совпадает с границей внутренней половины первой зоны Френеля для этой точки.

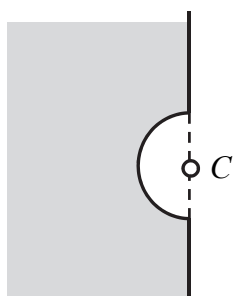


Рис. 4.18

**4.27.** На пути плоской монохроматической световой волны поставили непрозрачный диск, у которого отсутствуют один или два сектора (рис. 4.19). Радиус внутренней окружности равен радиусу первой зоны Френеля, а внешней – внешнему радиусу второй зоны Френеля для точки наблюдения, лежащей на оси диска за ним. Определите интенсивность света в точке наблюдения, если в отсутствие диска она равна  $I_0$ .

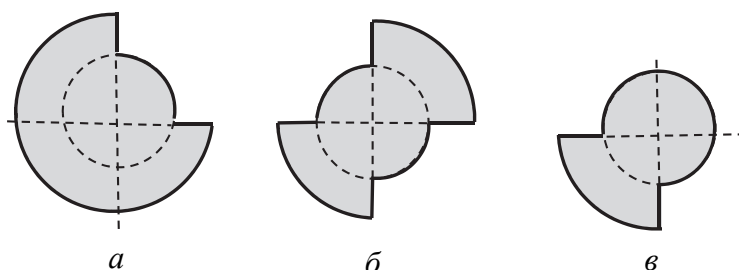


Рис. 4.19

**4.28.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на экран с отверстием, форма которого показана на рис. 4.20. Характерные радиусы отверстия соответственно равны  $R_1 = r_1/\sqrt{2}$ ,  $R_2 = \sqrt{3}r_2/2$ ,  $R_3 = r_2$ , где  $r_1$  и  $r_2$  – внешние радиусы первой и второй зон Френеля, соответствующие центру дифракционной картины на экране за

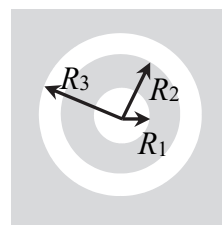


Рис. 4.20

отверстием. Чему равна интенсивность света в центре дифракционной картины?

**4.29.** Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,64$  мкм и интенсивностью  $I_0$  падает нормально на большую стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$ , на противоположной стороне которой имеется круглая выемка глубиной  $h$  (рис. 4.21). Для точки наблюдения  $C$  выемка представляет собой внутреннюю половину первой зоны Френеля. При какой минимальной глубине выемки интенсивность света в точке наблюдения будет максимальной? Чему равна максимальная интенсивность? Поглощением света следует пренебречь.

**4.30.** Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,72$  мкм и интенсивностью  $I_0$  падает нормально на большую стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$ , на противоположной стороне которой имеется круглая выемка глубиной  $h$  (рис. 4.21). Для точки наблюдения  $C$  выемка представляет собой первые полторы зоны Френеля. При какой минимальной глубине выемки интенсивность света в точке наблюдения будет минимальной? Чему равна минимальная интенсивность? Поглощением света следует пренебречь.

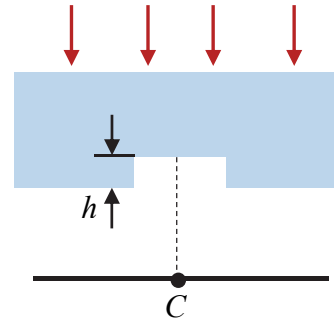


Рис. 4.21

**4.31.** Плоская световая волна с  $\lambda = 0,56$  мкм падает нормально на стеклянный диск с показателем преломления  $n = 1,5$ . По размерам диск совпадает с внутренней половиной первой зоны Френеля для точки наблюдения, лежащей за диском на его оси. При какой минимальной толщине диска интенсивность света в точке наблюдения будет максимальной?

**4.32.** Монохроматическая плоская световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхность кольца (рис. 4.22), внешний край которого совпадает с краем первой зоны Френеля для точки наблюдения  $C$ , лежащей на оси кольца за ним. Площадь кольца равна половине площади первой зоны Френеля. Левая половина кольца сделана из непрозрачного материала, а правая — из материала, вносящего дополнительную разность

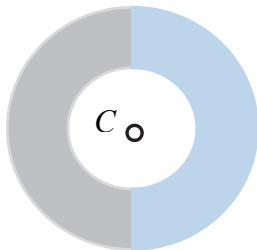


Рис. 4.22

хода, равную  $\lambda / 2$ . Чему равна интенсивность света в точке наблюдения?

**4.33.** Плоская монохроматическая волна с длиной волны  $\lambda$  и интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхность диска, который закрывает первую зону Френеля для точки наблюдения, лежащей на оси диска за ним. Половина до диаметра диска сделана из непрозрачного материала, а другая половина – из прозрачного с показателем преломления  $n$ . Толщина прозрачной части диска  $d = \lambda m / 2(n - 1)$ , где  $m$  – целое число. Чему равна интенсивность света в точке наблюдения при четном и нечетном  $m$ ?

**4.34.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,54$  мкм падает нормально на длинную прямоугольную щель. Дифракционную картину наблюдают на экране, расположенном за щелью в фокальной плоскости тонкой линзы, находящейся между щелью и экраном. Фокусное расстояние линзы  $f = 25$  см. Найдите ширину щели, если расстояние между двумя симметричными минимумами второго порядка на экране равно  $s = 30$  мм.

**4.35.** На длинную прямоугольную щель под углом  $\varphi_0 = 45^\circ$  к ее нормали падает плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,64$  мкм. Найдите углы, под которыми будут наблюдаться минимумы второго порядка, расположенные по обе стороны центрального дифракционного максимума. Ширина щели  $a = 8$  мкм.

**4.36.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на длинную прямоугольную щель ширины  $a = 8$  мкм. Найдите длину волны света, если угол между направлениями на минимумы первого и второго порядков, лежащие по одну сторону от центрального максимума, равен  $\Delta\varphi = 4^\circ$ .

**4.37.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,6$  мкм падает нормально на длинную прямоугольную щель шириной  $a = 12$  мкм. За щелью находится тонкая линза с фокусным расстоянием  $f = 30$  см, в фокальной плоскости которой расположен экран. Найдите расстояние на экране между минимумами первого и второго порядков, расположенных по одну сторону от центрального дифракционного максимума.

**4.38.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,64$  мкм падает нормально на экран с узкой щелью шириной  $a = 32$  мкм. Найдите угловую ширину центрального дифракционного максимума, а также его линейную ширину на экране, который находится



в фокальной плоскости тонкой линзы с фокусным расстоянием  $f = 15$  см, расположенной за экраном.

**4.39.** На экран с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,65$  мкм. Дифракционную картину наблюдают на экране, который расположен за щелью в фокальной плоскости тонкой линзы с фокусным расстоянием  $f = 2$  см. Ширина центрального дифракционного максимума на экране  $\Delta x = 3$  см. Чему равна ширина щели?

**4.40.** На экран с узкой щелью падает под прямым углом плоская монохроматическая волна. Дифракционную картину наблюдают на экране, расположенном в фокальной плоскости тонкой линзы. Расстояние между центральным дифракционным максимумом и максимумом первого порядка равно  $s_1 = 2,5$  мм. Считая, что углы дифракции малы, оцените расстояние между максимумами первого и второго порядков.

**4.41.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на экран с узкой щелью шириной  $a = 2,2$  мкм. Чему равна длина волны падающего света, если угол между дифракционными минимумами второго порядка  $\alpha = 60^\circ$ .

**4.42.** Найдите отношение интенсивностей света в максимумах первого и второго порядков к интенсивности центрального дифракционного максимума при дифракции плоской волны на узкой щели.

**4.43.** При нормальном падении на дифракционную решетку света с длиной волны  $\lambda_1 = 0,5$  мкм угол дифракции, соответствующий максимуму третьего порядка, равен  $\varphi_1 = 30^\circ$ . Найдите угол дифракции для световой волны с  $\lambda_2 = 0,6$  мкм, соответствующий максимуму первого порядка. Чему равен период дифракционной решетки?

**4.44.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,56$  мкм падает нормально на дифракционную решетку. Наибольший порядок дифракционного спектра  $m_{\max} = 6$ , а одному из максимумов соответствует угол дифракции  $\varphi = 36^\circ$ . Найдите период дифракционной решетки. Под каким углом к нормали наблюдается максимум наибольшего порядка?

**4.45.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,66$  мкм падает нормально на дифракционную решетку. Определите период решетки, если угол между направлениями на дифракционные максимумы второго и четвертого порядков равен  $\Delta\varphi = 35,5^\circ$ .

**4.46.** На дифракционную решетку под углом  $\varphi_0 = 30^\circ$  к ее нормали падает плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,5$  мкм. Период дифракционной решетки  $d = 2,5$  мкм. Найдите наибольший порядок максимума в дифракционном спектре, а также угол, под которым он наблюдается. Чему равно общее число главных дифракционных максимумов?

**4.47.** Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,6$  мкм падает на дифракционную решетку под углом  $\varphi_0 = 60^\circ$  к ее нормали. Период дифракционной решетки  $d = 3$  мкм. Сколько главных максимумов наблюдается в дифракционном спектре? Найдите углы, под которыми видны максимумы третьего порядка.

**4.48.** На дифракционную решетку, имеющую  $n = 250$  штрихов на миллиметр, падает нормально пучок белого света. Найдите угол между направлениями на максимумы для красного ( $\lambda_{кр} = 0,76$  мкм) и фиолетового ( $\lambda_{ф} = 0,4$  мкм) света в первом порядке дифракционного спектра.

**4.49.** Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,56$  мкм падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 2,2$  мкм и шириной щелей  $a = d / 6$ . Определите общее число главных максимумов в дифракционном спектре и найдите отношение интенсивностей максимумов к интенсивности максимума нулевого порядка.

**4.50.** Дифракционная решетка с отношением ширины щелей к ее периоду  $a / d = 0,15$  освещается нормально падающей плоской монохроматической волной. Чему равно отношение интенсивностей в главных максимумах первого и четвертого порядков, полученных с помощью этой решетки?

**4.51.** Дифракционная решетка освещается нормально падающей плоской монохроматической волной. Главные максимумы каких порядков будут отсутствовать в дифракционном спектре этой решетки, если период решетки связан с шириной ее щелей соотношением 1)  $d = 3a$ ; 2)  $d = 4a$ ?

**4.52.** Плоская монохроматическая волна падает нормально на дифракционную решетку, период которой в два раза больше ширины ее щелей. Найдите отношение интенсивностей главных максимумов в дифракционном спектре решетки к интенсивности максимума нулевого порядка.

**4.53.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,65$  мкм падает нормально на дифракционную решетку. Сколько штрихов

на миллиметр длины содержит решетка, если главный максимум третьего порядка наблюдается под углом  $\varphi = 23^\circ$  к нормали решетки?

**4.54.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,69$  мкм падает нормально на дифракционную решетку шириной  $l = 2,3$  см. Определите угловую ширину главного максимума нулевого порядка.

**4.55.** Плоская монохроматическая световая волна с  $\lambda = 0,55$  мкм падает нормально на дифракционную решетку, содержащую  $n = 380$  штрихов на миллиметр. Найдите общее число дифракционных максимумов. Чему равен угол, под которым наблюдается максимум наибольшего порядка?

**4.56.** Дифракционная решетка содержит  $n = 500$  штрихов на миллиметр. Определите длину волны монохроматического света, падающего на решетку нормально, если угол между двумя главными максимумами первого порядка равен  $\Delta\varphi = 32^\circ$ .

**4.57.** Сколько штрихов должна иметь дифракционная решетка, чтобы в первом порядке дифракционного спектра были разрешены две близкие спектральные линии с длинами волн  $\lambda_1 = 460$  нм и  $\lambda_2 = 460,1$  нм?

**4.58.** Световая волна, содержащая две спектральные линии с длинами волн  $\lambda_1 = 600$  нм и  $\lambda_2 = 600,05$  нм, падает нормально на дифракционную решетку шириной  $l = 1,5$  см. Период дифракционной решетки  $d = 3,2$  мкм. Начиная с какого порядка спектра эти линии будут разрешены?

**4.59.** При нормальном падении световой волны на дифракционную решетку две спектральные линии с длинами волн  $\lambda_1 = 486$  нм и  $\lambda_2 = 486,1$  нм оказались разрешенными, начиная с четвертого порядка спектра. Оцените период этой решетки, если ее ширина  $l = 2$  см.

**4.60.** Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,61$  мкм падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 2,8$  мкм. Найдите максимальный порядок дифракционного спектра и определите для него угловую дисперсию.

**4.61.** Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 0,57$  мкм падает на дифракционную решетку под углом  $\varphi_0 = 30^\circ$  к ее нормали. Определите число главных максимумов в дифракционном спектре и найдите угловую дисперсию, соответствующую максимуму второго порядка. Период решетки  $d = 3$  мкм.

**4.62.** При нормальном падении световой волны с  $\lambda = 0,5$  мкм на дифракционную решетку один из главных максимумов в дифракционном спектре наблюдается под углом  $\varphi = 45^\circ$ . Чему равна угловая дисперсия, соответствующая этому максимуму?

**4.63.** Оцените расстояние до автомобиля, с которого еще могут быть видны раздельно его светящиеся фары. Считать, что глаз наиболее чувствителен к длине волны  $\lambda = 0,55$  мкм, расстояние между фарами автомобиля  $s = 1$  м и диаметр зрачка глаза  $D = 4$  мм.

**4.64.** Какое минимальное расстояние между двумя точками может разрешить зрительная труба с диаметром объектива  $D = 10$  см, которая находится на расстоянии  $l = 2$  км от точек. Считать, что длина волны  $\lambda = 0,6$  мкм.

**4.65.** Какой минимальный диаметр объектива должен иметь телескоп, чтобы разрешить изображения двух звезд, угловое расстояние между которыми  $\Delta\varphi = 2''$ ? Считать, что длина волны  $\lambda = 0,55$  мкм.

**4.66.** Монохроматический пучок рентгеновского излучения с длиной волны  $\lambda = 15,2$  пм направляется на поликристаллический образец исследуемого материала. Дифрагированные волны образуют на фотопленке, расположенной на расстоянии  $l = 18$  см от образца, систему концентрических дифракционных колец. Определите расстояние между атомными плоскостями кристалла, если радиус светлого кольца, соответствующего третьему порядку, равен  $r = 4,5$  см.

**4.67.** Угол падения узкого монохроматического пучка рентгеновских лучей на поверхность монокристалла можно изменять. При зеркальном отражении от системы кристаллических плоскостей, параллельных поверхности монокристалла, направления на максимумы первого и третьего порядков образуют между собой угол  $\alpha = 18^\circ$ . Определите длину волны излучения, если межплоскостное расстояние  $d = 220$  пм.

**4.68.** Узкий пучок монохроматических рентгеновских лучей падает на плоскую поверхность кристалла под углом скольжения  $\alpha_1 = 15^\circ$ . При зеркальном отражении от некоторой системы параллельных кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием  $d = 155$  пм наблюдается максимум второго порядка под углом  $\alpha_2 = 20^\circ$  к поверхности кристалла. Найдите длину волны рентгеновских лучей.

**4.69.** На естественную грань кристалла каменной соли под углом скольжения  $\alpha = 9,6^\circ$  падает узкий пучок рентгеновских лучей с длиной волны  $\lambda = 94$  пм. При зеркальном отражении от этой грани наблюдается дифракционный максимум первого порядка. Найдите расстояние между атомными плоскостями кристалла.

## § 5. Поляризация света

### Основные формулы и законы

#### 1. Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (5.1)$$

где  $I$  – интенсивность света, прошедшего через поляризатор;  $I_0$  – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на поляризатор;  $\varphi$  – угол между плоскостью поляризации падающего на поляризатор света и плоскостью пропускания поляризатора.

#### 2. Степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (5.2)$$

где  $I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, прошедшего через поляризатор.

#### 3. Закон Брюстера:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (5.3)$$

где  $\alpha_{\text{Бр}}$  – угол Брюстера (угол полной поляризации света);  $n_{21}$  – относительный показатель преломления сред;  $n_1$ ,  $n_2$  – абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

#### 4. Формулы Френеля для интенсивности света, отраженного от границы раздела двух диэлектриков:

$$I'_{\perp} = I_{\perp 0} \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}, \quad I'_{\parallel} = I_{\parallel 0} \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}, \quad (5.4)$$

где  $I'_{\perp}$ ,  $I'_{\parallel}$  – интенсивности отраженного света, у которого колебания светового вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения;  $I_{\perp 0}$ ,  $I_{\parallel 0}$  – интенсивности падающего на границу раздела света;  $\alpha$ ,  $\beta$  – углы падения и преломления света.

#### 5. Оптическая разность хода необыкновенного и обыкновенного лучей при прохождении кристаллической пластинки:

$$\Delta = d(n_e - n_o), \quad (5.5)$$

где  $d$  – толщина пластинки;  $n_e$  и  $n_o$  – показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волн.

**6. Разность фаз между необыкновенным и обыкновенным лучами:**

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o). \quad (5.6)$$

**7. Условие для толщины пластинки  $d$  в четверть волны ( $\lambda/4$ ), вырезанной параллельно оптической оси:**

$$d |n_o - n_e| = \frac{m\lambda}{4}, \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (5.7)$$

При прохождении плоскополяризованного света через такую пластинку свет станет эллиптически поляризованным или поляризованным по кругу, если плоскость поляризации света составляет угол  $\beta = 45^\circ$  с оптической осью пластинки.

**8. Условие для толщины пластинки  $d$  в полволны ( $\lambda/2$ ), вырезанной параллельно оптической оси:**

$$d |n_o - n_e| = \frac{m\lambda}{2}, \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (5.8)$$

При прохождении плоскополяризованного света через такую пластинку свет останется плоскополяризованным, но плоскость поляризации повернется на угол  $\psi = 2\beta$  симметрично главному сечению пластинки, где  $\beta$  – угол между первоначальной плоскостью поляризации и оптической осью.

**9. Интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, между которыми находится одноосная кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси кристалла:**

*а) плоскости пропускания поляризаторов параллельны*

$$I_{\parallel} = I_0 \left( 1 - \sin^2 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2} \right); \quad (5.9)$$

*б) плоскости пропускания поляризаторов скрещены*

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (5.10)$$

где  $I_0$  – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на пластинку;  $\beta$  – угол между плоскостью пропускания первого

поляризатора и оптической осью кристалла;  $\delta$  – разность фаз обыкновенной и необыкновенной волн.

### 10. Эффект Керра:

$$n_e - n_o = B\lambda E^2, \quad (5.11)$$

где  $B$  – постоянная Керра;  $E$  – напряженность электрического поля.

### 11. Естественное вращение плоскости поляризации:

$$\varphi = \alpha l, \quad (5.12)$$

где  $\varphi$  – угол поворота плоскости поляризации оптически активным веществом;  $\alpha$  – постоянная вращения (для растворов  $\alpha = [\alpha]C$ ,  $[\alpha]$  – удельное вращение,  $C$  – концентрация вещества в растворе);  $l$  – длина пути света в оптически активном веществе.

### 12. Магнитное вращение плоскости поляризации (эффект Фарадея):

$$\varphi = VH, \quad (5.13)$$

где  $\varphi$  – угол поворота плоскости поляризации в магнитном поле;  $l$  – длина пути света в веществе, находящемся в магнитном поле;  $H$  – напряженность магнитного поля.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Естественный свет проходит через два поляризатора (рис. 5.1), угол между плоскостями пропускания которых составляет  $\varphi = 60^\circ$ . Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего через эту систему, если угол между плоскостями пропускания уменьшить в два раза?

**Решение.** Поляризатор – это устройство, предназначенное для получения полностью или частично поляризованного света. Идеальный, или совершенный, поляризатор пропускает колебания светового вектора, параллельные плоскости пропускания поляризатора без изменений, а колебания, перпендикулярные этой плоскости, полностью задерживаются. Свет, прошедший через такой поляризатор, становится

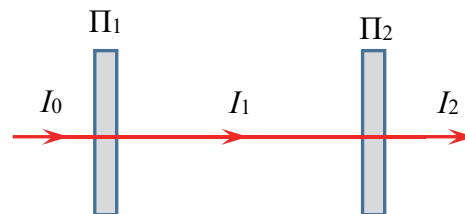


Рис. 5.1

плоскополяризованным. Плоскость поляризации света совпадает с плоскостью пропускания поляризатора.

Так как на первый поляризатор падает естественный свет, то интенсивность света, прошедшего через него, будет

$$I_1 = \frac{I_0}{2}(1 - k), \quad (5.14)$$

где  $I_0$  – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор;  $k$  – коэффициент, учитывающий возможные потери светового потока, связанные с поглощением и отражением света поляризатором. На выходе из поляризатора свет будет плоскополяризованным. Плоскость поляризации его совпадает с плоскостью пропускания поляризатора.

Таким образом, на второй поляризатор падает плоскополяризованный свет, интенсивность которого  $I_1$ . По закону Малюса (5.1), интенсивность света, прошедшего через второй поляризатор, составит

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi (1 - k) = \frac{I_0}{2} (1 - k)^2 \cos^2 \varphi, \quad (5.15)$$

где множитель  $(1 - k)$  опять учитывает возможные потери интенсивности, связанные с поглощением и отражением света во втором поляризаторе.

При уменьшении угла между плоскостями пропускания поляризаторов в два раза интенсивность прошедшего света станет равна

$$I'_2 = \frac{I_0}{2} (1 - k)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (5.16)$$

При этом интенсивность изменится в  $\eta$  раз:

$$\eta = \frac{I'_2}{I_2} = \frac{\cos^2(\varphi / 2)}{\cos^2 \varphi} = \frac{\cos^2 30}{\cos^2 60} = 3. \quad (5.17)$$

**Пример 2.** Естественный свет проходит последовательно через два несовершенных поляризатора, плоскости пропускания которых параллельны. После прохождения первого поляризатора степень поляризации света  $P_1 = 0,8$ . Найдите поляризацию света после прохождения второго поляризатора. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через эту систему, если повернуть второй поляризатор так, чтобы поляризаторы оказались скрещены?



**Решение.** Несовершенный поляризатор, в отличие от идеального, пропускает колебания, параллельные его плоскости пропускания, и задерживает колебания, перпендикулярные плоскости пропускания, лишь частично. На выходе из несовершенного поляризатора получается частично поляризованный свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений.

Естественный свет, падающий на поляризатор, можно представить как наложение (сумму) двух некогерентных плоскополяризованных волн со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации. Это продемонстрировано на рис. 5.2, где слева приведено условное обозначение естественного света, а справа изображена смесь (сумма) двух взаимно перпендикулярных плоскополяризованных волн. Причем ориентация двух перпендикулярных плоскополяризованных волн несущественна, а их интенсивности равны.

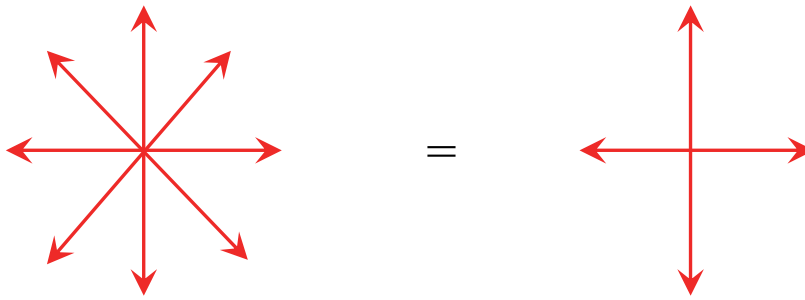


Рис. 5.2

Интенсивность естественного света, падающего на поляризатор, представим в виде

$$I_0 = I_{01} + I_{02}, \quad (5.18)$$

где  $I_{01}$ ,  $I_{02}$  – интенсивности падающего на поляризатор плоскополяризованного света, у которого колебания светового вектора соответственно параллельны и перпендикулярны плоскости пропускания поляризатора:

$$I_{01} = I_{02} = \frac{I_0}{2}. \quad (5.19)$$

Пусть каждый поляризатор пропускает долю  $\alpha_1$  света с плоскостью поляризации, параллельной плоскости поляризатора, и долю  $\alpha_2$  в перпендикулярной плоскости ( $\alpha_1 > \alpha_2$ ). Тогда из (5.18) следует,

что интенсивность частичного поляризованного света после прохождения первого поляризатора

$$I_1 = \alpha_1 I_{01} + \alpha_2 I_{02}. \quad (5.20)$$

Максимальная и минимальные интенсивности такого света, прошедшего через поляризатор,  $I_{\max} = \alpha_1 I_{01}$ ,  $I_{\min} = \alpha_2 I_{02}$ . Следовательно, с учетом (5.19) степень его поляризации (5.2) будет равна

$$P_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}. \quad (5.21)$$

После прохождения второго поляризатора, плоскость пропускания которого параллельна плоскости пропускания первого поляризатора, интенсивность света станет равной

$$I_{2\parallel} = \alpha_1^2 I_{01} + \alpha_2^2 I_{02}. \quad (5.22)$$

Максимальная и минимальная интенсивности этого света  $I_{\max} = \alpha_1^2 I_{01}$ ,  $I_{\min} = \alpha_2^2 I_{02}$ . С учетом (5.19) степень его поляризации (5.2) будет равна

$$P_2 = \frac{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}. \quad (5.23)$$

Из (5.21) выразим  $\alpha_1$  через  $\alpha_2$ :

$$\alpha_1 = \alpha_2 \frac{1 + P_1}{1 - P_1}. \quad (5.24)$$

Подставив (5.24) в (5.23), найдем

$$P_2 = \frac{2P_1}{1 + P_1^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{1 + 0,8^2} \approx 0,98. \quad (5.25)$$

В случае скрещенных поляризаторов интенсивность прошедшего через систему света

$$I_{2\perp} = \alpha_2 \alpha_1 I_{01} + \alpha_1 \alpha_2 I_{02}. \quad (5.26)$$

С учетом (5.19) интенсивность прошедшего через систему света уменьшится в этом случае в  $\eta$  раз:

$$\eta = \frac{I_{2\parallel}}{I_{2\perp}} = \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2\alpha_1 \alpha_2}. \quad (5.27)$$

Подставив (5.24) в (5.27), получим

$$\eta = \frac{1 + P_1^2}{1 - P_1^2} = \frac{1 + 0,8^2}{1 - 0,8^2} \approx 4,6. \quad (5.28)$$

**Пример 3.** Пучок естественного света с интенсивностью  $I_0$  падает под углом Брюстера на поверхность толстой плоскопараллельной стеклянной пластины с показателем преломления  $n = 1,5$ , расположенной в воздухе (рис. 5.3). Используя формулы Френеля, найдите коэффициент отражения света от пластины, интенсивности отраженного и преломленного пучков, а также степени их поляризации.

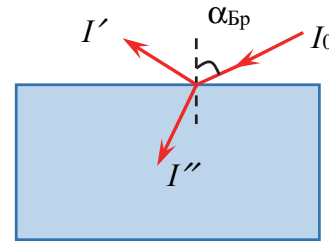


Рис. 5.3

**Решение.** Представим естественный свет в виде двух некогерентных плоскополяризованных волн со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации (рис. 5.2). Так как ориентация поляризаций этих волн несущественна, то пусть одна из них поляризована в плоскости падения, а вторая – в перпендикулярной плоскости.

Тогда интенсивность естественного света, падающего на стеклянную пластину, представим в виде

$$I_0 = I_{\perp 0} + I_{\parallel 0}, \quad (5.29)$$

где  $I_{\perp 0}$ ,  $I_{\parallel 0}$  – интенсивности падающего на пластину плоскополяризованного света, у которого колебания светового вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения:

$$I_{\perp 0} = I_{\parallel 0} = \frac{I_0}{2}. \quad (5.30)$$

Так как свет падает на пластину под углом Брюстера  $\alpha = \alpha_{\text{Бр}}$ , то из закона Брюстера (5.3) и закона преломления света (1.3) найдем угол преломления света:

$$\sin \beta = \cos \alpha_{\text{Бр}} \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha_{\text{Бр}}. \quad (5.31)$$

Используя (5.30), (5.31), по формулам Френеля (5.4) найдем интенсивности отраженного света, у которого колебания светового

вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения:

$$I'_{\perp} = \frac{I_0}{2} \cos^2 2\alpha_{\text{Бр}}, \quad I'_{\parallel} = 0. \quad (5.32)$$

Из (5.32) следует что, отраженный свет является плоскополяризованным в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. Максимальная и минимальная интенсивности такого света, прошедшие через поляризатор,  $I_{\text{max}} = I'_{\perp}$ ,  $I_{\text{min}} = 0$  Следовательно, степень поляризации (5.2) отраженного света  $P' = 1$ .

Интенсивность отраженного света

$$I' = I'_{\perp} + I'_{\parallel} = \frac{I_0}{2} \cos^2 2\alpha_{\text{Бр}}. \quad (5.33)$$

Следовательно, коэффициент отражения света от поверхности

$$\rho = \frac{I'}{I_0} = \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha_{\text{Бр}}. \quad (5.34)$$

Используя тригонометрические формулы и закон Брюстера (5.3), найдем

$$\cos^2 2\alpha_{\text{Бр}} = \left( \frac{1 - \text{tg}^2 \alpha_{\text{Бр}}}{1 + \text{tg}^2 \alpha_{\text{Бр}}} \right)^2 = \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2. \quad (5.35)$$

Таким образом,

$$\rho = \frac{I'}{I_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 \approx 0,074. \quad (5.36)$$

Отсюда интенсивность отраженного света

$$I' = \rho I_0 \approx 0,074 I_0. \quad (5.37)$$

Интенсивность преломленного пучка найдем из закона сохранения энергии, считая пучки узкими, так что энергия падающего пучка перераспределяется между отраженным и преломленным пучками. Тогда интенсивности преломленного света, у которого колебания светового вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения, определяются соотношениями

$$I''_{\perp} = I_{\perp 0} - I'_{\perp} = \frac{I_0}{2}(1 - 2\rho); \quad (5.38)$$

$$I''_{\parallel} = I_{\parallel 0} - I'_{\parallel} = \frac{I_0}{2}. \quad (5.39)$$

Следовательно, интенсивность преломленного пучка

$$I'' = I''_{\perp} + I''_{\parallel} = I_0(1 - \rho) \approx 0,926I_0. \quad (5.40)$$

Преломленный пучок света будет частично поляризованным. Максимальная и минимальная интенсивности такого света, прошедшие через поляризатор,  $I_{\max} = I''_{\parallel}$ ,  $I_{\min} = I''_{\perp}$ . Следовательно, степень поляризации (5.2) преломленного света

$$P'' = \frac{I''_{\parallel} - I''_{\perp}}{I''_{\parallel} + I''_{\perp}} = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{0,074}{1 - 0,074} \approx 0,08. \quad (5.41)$$

**Пример 4.** Пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм проходит через два поляризатора, между которыми помещена кварцевая пластинка, вырезанная параллельно ее оптической оси. Угол между плоскостью пропускания первого поляризатора и оптической осью пластинки  $\beta = 45^\circ$ . Найдите минимальную толщину пластинки в следующих случаях: 1) интенсивности света, прошедшие через систему, при параллельных и скрещенных поляризаторах равны; 2) свет при параллельных поляризаторах не проходит через систему; 3) свет при скрещенных поляризаторах не проходит через систему. Для кварца показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,545$ ,  $n_e = 1,554$ .

**Решение.** При прохождении света через систему скрещенных или параллельных поляризаторов, между которыми находится одноосная кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси (рис. 5.4), наблюдается интерференция поляризованных волн. После прохождения первого поляризатора  $\Pi_1$  свет становится плоскополяризованным, затем, попадая на кристаллическую пластинку К,

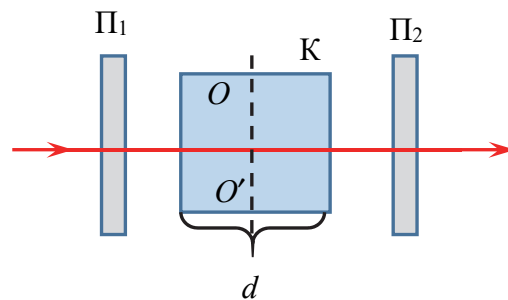


Рис. 5.4

из-за двойного лучепреломления разделяется внутри кристалла на два пучка – обыкновенный и необыкновенный. Пучки двигаются в кристалле перпендикулярно оптической оси  $OO'$ . Они поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и являются когерентными. Вторым поляризатор  $\Pi_2$  сведет перпендикулярные колебания световых векторов в пучках к их колебаниям в одной плоскости, совпадающей с плоскостью пропускания второго поляризатора. В результате наблюдается интерференция данных волн. Ее результат зависит от разности фаз складываемых волн.

Интенсивность света, прошедшая через данную систему, в случае параллельных и скрещенных поляризаторов определяется по формулам (5.9), (5.10), которые при  $\beta = 45^\circ$  примут вид

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}; \quad (5.42)$$

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (5.43)$$

где разность фаз зависит от толщины пластинки  $d$  по формуле (5.6)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o). \quad (5.44)$$

1) В случае, когда  $I_{\parallel} = I_{\perp}$ , из (5.42) и (5.43) следует, что

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta}{2} = (2m + 1) \frac{\pi}{4}, \quad (5.45)$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Подставив (5.44) в (5.45) и приняв во внимание, что минимальная толщина пластинки соответствует минимальной разности фаз при  $m = 0$ , найдем

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = \frac{0,55}{4(1,554 - 1,545)} \approx 15,3 \text{ мкм}. \quad (5.46)$$

Заметим, что пластинка такой толщины удовлетворяет условию (5.7), т. е. является пластинкой в четверть волны для данного света. Поэтому на выходе из пластинки свет будет поляризованным по кругу, а, следовательно, интенсивность прошедшего через второй поляризатор света не зависит от ориентации поляризатора.

2) В случае параллельных поляризаторов из (5.42) следует, что  $I_{\parallel} = 0$ , когда

$$\cos^2 \frac{\delta}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta}{2} = (2m + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (5.47)$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ .

Подставив (5.44) в (5.47) и приняв во внимание, что минимальная толщина пластинки соответствует минимальной разности фаз при  $m = 0$ , найдем

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o)} = \frac{0,55}{2(1,554 - 1,545)} \approx 30,6 \text{ мкм}. \quad (5.48)$$

Пластинка такой толщины удовлетворяет условию (5.8), т. е. является пластинкой в полволны. При прохождении плоскополяризованного света через такую пластинку свет останется плоскополяризованным, но плоскость поляризации повернется на угол  $\psi = 2\beta = 90^\circ$ . Попадая на второй поляризатор, параллельный первому, свет будет полностью задерживаться им.

3) В случае скрещенных поляризаторов из (5.43) следует, что  $I_{\perp} = 0$ , когда

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta}{2} = \pi m, \quad (5.49)$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ .

Подставив (5.44) в (5.49) и приняв во внимание, что минимальная, не равная нулю толщина пластинки соответствует разности фаз при  $m = 1$ , найдем

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{n_e - n_o} = \frac{0,55}{1,554 - 1,545} \approx 61 \text{ мкм}. \quad (5.50)$$

Пластинку такой толщины называют пластинкой в целую волну. При прохождении плоскополяризованного света через такую пластинку свет останется плоскополяризованным в той же плоскости, что и падающий на нее свет, т. е. в плоскости пропускания первого поляризатора. Попадая на второй поляризатор, скрещенный первому, он будет полностью задерживаться им.

**Пример 5.** Монохроматический плоскополяризованный свет проходит через ячейку Керра и поляризатор, расположенный за

ней. Конденсатор ячейки имеет длину  $l = 7$  см и заполнен нитробензолом. Плоскость поляризации света перпендикулярна плоскости пропускания поляризатора и составляет угол  $\beta = 45^\circ$  с направлением вектора напряженности в конденсаторе. Чему равна минимальная напряженность электрического поля в конденсаторе, если интенсивность света, прошедшего через эту систему, уменьшилась в  $\eta = 4$  раза? Постоянная Керра для нитробензола  $B = 2,2 \cdot 10^{-12}$  м/В<sup>2</sup>.

**Решение.** Обычные прозрачные тела, не обладающие двойным лучепреломлением, при определенном воздействии на них становятся двупреломляющими. Электрооптический эффект Керра состоит в том, что многие изотропные тела при введении в постоянное электрическое поле становятся оптически анизотропными. Они начинают вести себя подобно одноосным двупреломляющим кристаллам, оптическая ось которых параллельна напряженности приложенного электрического поля.

Схема установки для наблюдения эффекта Керра показана на рис. 5.5. Между двумя поляризаторами  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  помещают ячейку Керра – исследуемую жидкость между обкладками конденсатора в кювете. Плоскополяризованный свет, попадая в ячейку, из-за двойного лучепреломления разделяется внутри конденсатора на обыкновенный и необыкновенный пучки, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях. Второй поляризатор  $\Pi_2$  сведет перпендикулярные колебания световых векторов в пучках к их колебаниям в одной плоскости, совпадающей с плоскостью пропускания второго поляризатора. Так как пучки являются когерентными, то наблюдается интерференция данных волн. Заметим, что если на ячейку падает плоскополяризованный свет, как в данной задаче, то необходимость в первом поляризаторе  $\Pi_1$  отпадает. Так как плоскость поляризации света перпендикулярна плоскости пропускания поляризатора, то интенсивность прошедшего через систему света определяется по формуле (5.10). При  $\beta = 45^\circ$  интенсивность прошедшего света уменьшится в  $\eta$  раз, равное

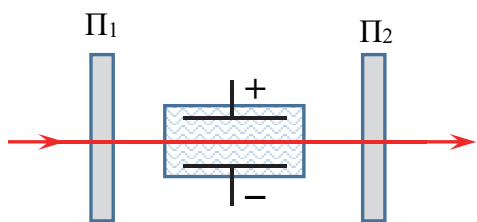


Рис. 5.5



$$\eta = \frac{I_0}{I_{\perp}} = \frac{1}{\sin^2 \delta / 2}. \quad (5.51)$$

где  $\delta$  – разность фаз, возникающая между необыкновенной и обыкновенной волнами в конденсаторе.

Из (5.51) следует, что

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \delta = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m, \quad (5.52)$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ .

Учитывая формулы (5.6), (5.11), на пути  $l$  в конденсаторе между необыкновенной и обыкновенной волнами возникнет разность фаз

$$\delta = 2\pi l B E^2. \quad (5.53)$$

Отсюда напряженность электрического поля, соответствующая данной разности фаз, составит

$$E = \sqrt{\frac{\delta}{2\pi l B}}. \quad (5.54)$$

Минимальное значение напряженности соответствует минимальному положительному значению разности фаз (5.52) при  $m = 0$ :  $\delta_{\min} = \pi / 3$ . Таким образом,

$$E_{\min} = \frac{1}{\sqrt{6lB}} = \frac{1}{\sqrt{6 \cdot 0,07 \cdot 2,2 \cdot 10^{-12}}} \approx 10,4 \text{ кВ/см}. \quad (5.55)$$

**Пример 6.** Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Постоянная вращения пластинки для данной длины волны равна  $\alpha = 17$  угл. град /мм. При какой минимальной толщине пластинки вся система будет пропускать  $\eta = 25\%$  интенсивности света, падающего на нее?

**Решение.** Потерями света в поляризаторах и кварцевой пластинке будем пренебрегать. Обозначим плоскости пропускания поляризаторов через  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (рис. 5.6). После первого поляризатора интенсивность света станет равной

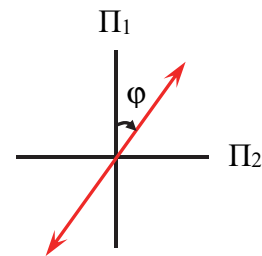


Рис. 5.6

$$I_1 = \frac{I_0}{2}, \quad (5.56)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на поляризатор естественного света. Плоскость поляризации этого света совпадает с плоскостью пропускания поляризатора  $\Pi_1$ .

Кварц относится к оптически активным веществам. При прохождении плоскополяризованного света вдоль оптической оси кварцевой пластинки наблюдается поворот плоскости поляризации. При этом двойного лучепреломления при нормальном падении на пластинку, вырезанную перпендикулярно оптической оси, не происходит. После прохождения кварцевой пластинки толщиной  $d$  плоскость поляризации света повернется на угол (см. формулу (5.12))

$$\varphi = \alpha d. \quad (5.57)$$

Через поляризатор  $\Pi_2$ , согласно закону Малюса (5.1), пройдет интенсивность света

$$I_2 = I_1 \cos^2(90 - \varphi) = \frac{I_0}{2} \sin^2 \varphi. \quad (5.58)$$

Тогда

$$\eta = \frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{2} \sin^2 \varphi. \quad (5.59)$$

Отсюда

$$\sin^2 \varphi = 2\eta = 0,5. \quad (5.60)$$

Решение данного уравнения имеет вид

$$\varphi = 45^\circ + 90^\circ \cdot m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.61)$$

Из (5.57) следует, что минимальная толщина  $d_{\min}$  кварцевой пластинки соответствует минимальному значению угла  $\varphi$ :  $\varphi_{\min} = 45^\circ$ . Таким образом,

$$d_{\min} = \frac{\varphi_{\min}}{\alpha} = \frac{45}{17} \approx 2,65 \text{ мм}. \quad (5.62)$$

**Пример 7.** Трубку с бензолом  $T$  длины  $l = 20$  см поместили в продольное магнитное поле соленоида, расположенного между двумя поляризаторами  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (рис. 5.7). Угол между плоскостями пропускания поляризаторов  $\alpha = 30^\circ$  и напряженность магнитного поля в соленоиде  $H = 1,8$  кА/м. Во сколько раз интенсивность

прошедшего через систему естественного света в одном направлении отличается от интенсивности света, прошедшего в противоположном направлении? Постоянная Верде бензола для данного света  $V = 2,6$  угл. мин/А.

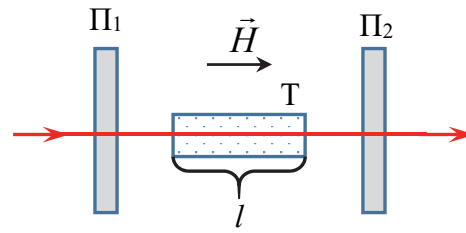


Рис. 5.7

**Решение.** Свет, прошедший через первый поляризатор и попадающий в трубку с бензолом, является плоскополяризованным. В продольном магнитном поле даже оптически неактивные вещества приобретают способность поворачивать плоскость поляризации прошедшего через них света (эффект Фарадея). Угол поворота плоскости поляризации найдем по формуле (5.13):

$$\varphi = VH = \frac{2,6}{60} \cdot 0,2 \cdot 1,8 \cdot 10^3 = 15,6^\circ. \quad (5.63)$$

Направление вращения связано только с направлением напряженности магнитного поля. От направления распространения света направление вращения не зависит. Причем для подавляющего большинства веществ, в том числе и для бензола, вращение происходит вправо, если смотреть вдоль вектора напряженности магнитного поля. Такие вещества называют положительными.

Поэтому при прохождении света через трубку с бензолом плоскость поляризации, совпадающая с плоскостью пропускания первого для данного направления распространения поляризатора, будет поворачиваться вправо на один и тот же угол  $\varphi$  как при распространении в прямом (рис. 5.8, а), так и в обратном (рис. 5.8, б) направлении.

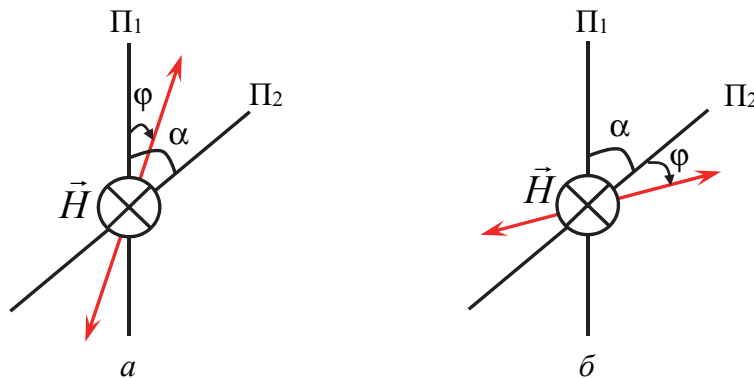


Рис. 5.8

Пренебрегая потерями светового потока, связанными с поглощением и отражением света, интенсивность света, прошедшую через второй поляризатор, найдем по закону Малюса (5.1). Для света, прошедшего от первого поляризатора ко второму,

$$I_1 = I_0 \cos^2(\alpha - \varphi) \quad (5.64)$$

и для противоположного направления

$$I_2 = I_0 \cos^2(\alpha + \varphi). \quad (5.65)$$

Тогда

$$\eta = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2(\alpha - \varphi)}{\cos^2(\alpha + \varphi)} = \frac{\cos^2(30 - 15,6)}{\cos^2(30 + 15,6)} \approx 1,9. \quad (5.66)$$

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через данную систему в прямом направлении, оказалась практически в два раза больше интенсивности света, прошедшего в противоположном направлении.

## Задачи

**5.1.** Через один поляризатор проходит  $\eta_1 = 40\%$  светового потока естественного света. Определите долю светового потока естественного света, прошедшего через два таких поляризатора, угол между плоскостями пропускания которых равен  $\varphi = 60^\circ$ .

**5.2.** Два параллельных, одинаковых по интенсивности плоскополяризованных пучка, плоскости поляризации которых повернуты относительно друг друга на угол  $\varphi = 30^\circ$ , падают на поляризатор. Плоскость пропускания поляризатора совпадает с плоскостью поляризации одного из пучков. Во сколько раз будут отличаться интенсивности пучков после прохождения поляризатора? На какой минимальный угол надо повернуть плоскость пропускания поляризатора, чтобы уравнивать интенсивности обоих пучков?

**5.3.** Пучок естественного света, имеющий интенсивность  $I_0$ , падает на систему последовательно расположенных трех поляризаторов. Первый и последний поляризаторы скрещены, а плоскость пропускания среднего составляет угол  $\varphi = 30^\circ$  с плоскостью пропускания первого. Чему равна интенсивность света на выходе из системы?

**5.4.** Естественный свет падает на систему из четырех последовательно расположенных поляризаторов. Плоскость пропускания каждого поляризатора повернута на угол  $\varphi$  относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Найдите угол  $\varphi$ , если через данную систему проходит  $\eta = 6,25\%$  светового потока.

**5.5.** Плоскополяризованный световой пучок падает на поляроид, вращающийся вокруг оси пучка с частотой  $\nu = 2,5$  Гц. За один оборот поляроида через него проходит световая энергия  $W = 1,2$  мДж. Определите поток энергии в падающем на поляроид пучке.

**5.6.** Пучок естественного света последовательно проходит через два одинаковых поляроида, угол между плоскостями пропускания которых составляет  $\varphi = 30^\circ$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы, если потери на отражение и поглощение света в каждом поляроиде составляют  $k = 3\%$ ?

**5.7.** Плоскополяризованный свет падает на поляроид, плоскость пропускания которого составляет угол  $\varphi = 45^\circ$  с плоскостью поляризации света. За первым поляроидом стоит второй, плоскость пропускания которого параллельна первоначальной плоскости поляризации света. Найдите интенсивность света на выходе системы, если интенсивность падающего света равна  $I_0$  и потери на отражение и поглощение света в каждом поляроиде составляют  $k = 5\%$ .

**5.8.** Интенсивность естественного света, прошедшего через два поляризатора, уменьшилась на  $\eta = 95,2\%$ . Чему равен угол между плоскостями пропускания поляризаторов, если потери света на поглощение и отражение в каждом поляризаторе составляют  $k = 10\%$ .

**5.9.** Пучок естественного света проходит через два поляризатора, угол между плоскостями пропускания которых  $\varphi = 20^\circ$ . Затем после отражения от зеркала, пучок вновь проходит через поляризаторы. Во сколько раз при этом изменится интенсивность света, если потери света на поглощение и отражения в каждом поляризаторе составляют  $k = 2\%$ .

**5.10.** Плоскополяризованный свет проходит последовательно через два поляризатора. Плоскости пропускания поляризаторов образуют с плоскостью поляризации света углы  $\varphi_1 = 30^\circ$  и  $\varphi_2 = 50^\circ$ , которые отсчитываются от плоскости поляризации по часовой стрелке. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы, если потери на отражение и поглощение света в поляризаторах составляют  $k = 3\%$ ?

**5.11.** Интенсивность пучка естественного света после прохождения двух одинаковых поляроидов уменьшилась в  $\eta = 3,6$  раза. Чему равен коэффициент потерь светового потока, связанный с поглощением и отражением света в каждом поляроиде, если угол между плоскостями пропускания поляроидов равен  $\varphi = 35^\circ$ ?

**5.12.** Отношение интенсивности поляризованной составляющей частично поляризованного света к интенсивности естественной составляющей равно: 1)  $I_{\text{п}} / I_{\text{ест}} = 0,25$ ; 2)  $I_{\text{п}} / I_{\text{ест}} = 1,5$ . Чему равна степень поляризации света?

**5.13.** Степень поляризации частично поляризованного света равна: 1)  $P = 0,2$ ; 2)  $P = 0,5$ ; 3)  $P = 0,8$ . Чему равно отношение интенсивности естественной составляющей этого света к интенсивности плоскополяризованной составляющей?

**5.14.** Частично поляризованный свет анализируется с помощью поляризатора. При повороте поляризатора на угол  $\varphi = 30^\circ$  из положения, соответствующего минимуму пропускания, интенсивность прошедшего света увеличилась в  $\eta = 3,2$  раза. Чему равна степень поляризации падающего на поляризатор света?

**5.15.** Частично поляризованный свет со степенью поляризации  $P = 0,75$  рассматривается через поляризатор. Во сколько раз уменьшится интенсивность проходящего через поляризатор света, если поляризатор повернуть на угол  $\varphi = 60^\circ$  из положения, соответствующего максимуму пропускания?

**5.16.** Частично поляризованный свет со степенью поляризации  $P = 0,8$  проходит через поляризатор. Первоначально положение поляризатора соответствует минимуму пропускания. На какой угол надо повернуть поляризатор, чтобы интенсивность проходящего через него света увеличилась в  $\eta = 3$  раза?

**5.17.** На пути естественного пучка света поместили несовершенный поляризатор. Найдите степень поляризации прошедшего через него света, если поляризатор пропускает в своей плоскости долю  $\alpha_1 = 0,8$  света с плоскостью поляризации, параллельной плоскости поляризатора, и долю  $\alpha_2 = 0,1$  в перпендикулярной плоскости. Во сколько раз при этом изменится интенсивность пучка? Отражением и поглощением света в поляризаторе пренебречь.

**5.18.** Естественный свет проходит последовательно через два несовершенных поляризатора, плоскости пропускания которых параллельны. Каждый поляризатор пропускает в своей плоскости

долю  $\alpha_1 = 0,9$  света с плоскостью поляризации, параллельной плоскости поляризатора, и долю  $\alpha_2 = 0,3$  в перпендикулярной плоскости. Какая часть светового потока пройдет через эту систему? Чему равна степень поляризации прошедшего света?

**5.19.** Естественный свет падает на систему из двух последовательно расположенных несовершенных поляризаторов, плоскости пропускания которых перпендикулярны. Каждый поляризатор пропускает в своей плоскости долю  $\alpha_1 = 0,85$  света с плоскостью поляризации, параллельной плоскости поляризатора, и долю  $\alpha_2 = 0,25$  в перпендикулярной плоскости. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы? Чему равна степень поляризации прошедшего света?

**5.20.** На пути естественного пучка света поместили два несовершенных поляризатора. При параллельных плоскостях пропускания поляризаторов степень поляризации прошедшего света  $P = 0,95$ . Во сколько раз интенсивность прошедшего через поляризаторы света при параллельных плоскостях пропускания больше, чем при скрещенных плоскостях?

**5.21.** Естественный свет падает на систему из двух последовательно расположенных несовершенных поляризаторов, плоскости пропускания которых параллельны. Во сколько раз степень поляризации света, прошедшего через два поляризатора, отличается от степени поляризации света, прошедшего через один поляризатор, если при повороте плоскости пропускания второго поляризатора вокруг луча на угол  $\varphi = 90^\circ$  интенсивность прошедшего света через эту систему уменьшилась в  $\eta = 5$  раз?

**5.22.** При падении света из воздуха на стеклянную пластину угол преломления  $\beta = 32^\circ$ . Чему равен показатель преломления стекла, если отраженный луч полностью поляризован?

**5.23.** Пучок плоскополяризованного света падает под углом Брюстера на боковую поверхность стеклянной призмы с показателем преломления  $n = 1,5$ . Плоскость поляризации пучка лежит в плоскости падения. Чему должен быть равен преломляющий угол призмы, чтобы свет прошел через нее без потерь на отражение?

**5.24.** Угол отражения пучка естественного света от поверхности некоторого вещества равен  $\alpha = 56^\circ$ . При этом отраженный пучок является полностью поляризованным. Определите скорость распространения света в этом веществе.

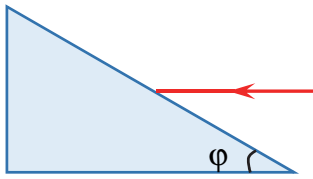


Рис. 5.9

**5.25.** Горизонтальный пучок естественного света падает на стеклянную призму (рис. 5.9) с показателем преломления  $n = 1,52$ . Определите угол  $\varphi$  между гранями призмы, если отраженный от грани пучок является полностью поляризованным.

**5.26.** Пучок естественного света интенсивностью  $I_0$  падает под углом Брюстера на поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления  $n = 1,76$ . Используя формулы Френеля, найдите интенсивность отраженного от поверхности света. Чему равен коэффициент отражения света от поверхности?

**5.27.** Естественный свет падает на поверхность прозрачного диэлектрика под углом Брюстера. При этом коэффициент отражения от поверхности  $\rho = 0,2$ . Найдите степень поляризации преломленного света.

**5.28.** Плоский пучок естественного света с интенсивностью  $I_0$  падает под углом Брюстера на поверхность стекла с показателем преломления  $n = 1,6$ . При этом коэффициент отражения света от поверхности  $\rho = 0,096$ . Найдите интенсивность преломленного света.

**5.29.** Частично поляризованный свет падает под углом Брюстера на поверхность прозрачного диэлектрика. При этом  $\rho = 0,07$  светового потока отражается и преломленный свет оказывается естественным. Чему равна степень поляризации падающего света?

**5.30.** На поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления  $n = 1,54$  падает под углом Брюстера плоский пучок линейно поляризованного света, плоскость поляризации которого перпендикулярна плоскости падения. Интенсивность падающего света равна  $I_0$ . Найдите: 1) с помощью формул Френеля коэффициент отражения света от поверхности; 2) интенсивности отраженного и преломленного света.

**5.31.** На поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления  $n = 1,5$  падает под углом Брюстера плоский пучок линейно поляризованного света, плоскость поляризации которого лежит в плоскости падения. Интенсивность падающего света равна  $I_0$ . Найдите с помощью формул Френеля коэффициент отражения света. Чему равны интенсивности отраженного и преломленного света?

**5.32.** На поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления  $n = 1,45$  падает под углом Брюстера пучок плоскополяризованного света, плоскость поляризации которого составляет



угол  $\varphi = 60^\circ$  с плоскостью падения. Используя формулы Френеля, найдите коэффициент отражения света от поверхности.

**5.33.** На поверхность воды под некоторым углом падает пучок естественного света. При этом  $\rho = 0,028$  светового потока отражается, имея степень поляризации  $P' = 0,9$ . Чему равна степень поляризации преломленного света?

**5.34.** Пучок естественного света падает под углом  $\alpha = 30^\circ$  на поверхность воды, имеющей показатель преломления  $n = 1,33$ . С помощью формул Френеля определите степени поляризации отраженного и преломленного света.

**5.35.** Пучок плоского естественный света интенсивностью  $I_0$  падает под углом  $\alpha = 45^\circ$  на поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления  $n = 1,5$ . Используя формулы Френеля, найдите интенсивности отраженного и преломленного от поверхности света.

**5.36.** Естественный свет падает нормально на поверхность прозрачного диэлектрика с показателем преломления  $n = 1,62$ . С помощью формул Френеля определите коэффициенты отражения и пропускания. Чему равны степени поляризации отраженного и преломленного света?

**5.37.** На плоскопараллельную толстую стеклянную пластину (рис. 5.10) падает под углом Брюстера узкий пучок естественного света интенсивностью  $I_0$ . При этом интенсивность пучка, отраженного от верхней поверхности,  $I_1 = 0,07I_0$ . Определите интенсивности и степени поляризации преломленного и прошедшего через пластину пучков, а также пучков, отраженных от обеих поверхностей пластины.

**5.38.** Узкий пучок естественного света падает под углом Брюстера на стопу Столетова, состоящую из  $N$  толстых плоскопараллельных стеклянных пластин (рис. 5.11). При этом от верхней поверхности первой пластины отражается  $\rho = 0,074$  падающего на нее светового потока. Чему равна степень поляризации прошедшего через стопу пучка? Вычисления выполните для  $N = 4$  и  $N = 8$ .

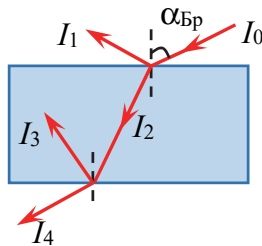


Рис. 5.10

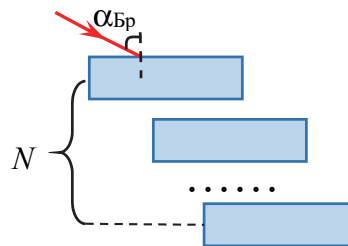


Рис. 5.11

**5.39.** Имеются две пластинки, вырезанные параллельно оптической оси. Одна пластинка вырезана из исландского шпата толщиной  $d_1 = 0,8$  мм, а вторая – из кварца. Определите толщину кварцевой пластинки, при которой после прохождения через нее света с длиной волны  $\lambda = 0,53$  мкм оптическая разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей будет такой же, как и после прохождения пластинки из исландского шпата. Чему равна разность фаз колебаний прошедших через пластинку волн? Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для данной длины волны считать равной  $\Delta n_1 = 0,17$  и  $\Delta n_2 = -0,009$ .

**5.40.** Кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, имеет толщину  $d = 0,5$  мм. Определите длины волн в области видимого спектра, для которых пластинка будет являться пластинкой в полволны. Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей для всех длин волн видимого спектра  $n_e - n_o = 0,009$ .

**5.41.** Требуется изготовить параллельную оптической оси кварцевую пластинку, толщина которой не превышала бы  $d_0 = 1$  мм. Найдите максимальную толщину этой пластинки, при которой плоскополяризованный свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм после прохождения пластинки станет эллиптически поляризованным. Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей  $n_e - n_o = 0,009$ .

**5.42.** Требуется изготовить параллельную оптической оси кварцевую пластинку, толщина которой удовлетворяла бы условию  $0,7 \text{ мм} < d < 0,8 \text{ мм}$ . Найдите такую толщину этой пластинки, при которой плоскополяризованный свет с длиной волны  $\lambda = 0,54$  мкм после прохождения пластинки испытывает лишь поворот плоскости поляризации. Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей  $n_e - n_o = 0,009$ .

**5.43.** Между скрещенными поляризаторами помещена кварцевая пластинка, вырезанная параллельно ее оптической оси. Угол между плоскостями пропускания поляризаторов и оптической осью равен  $\beta = 45^\circ$ . При какой минимальной толщине пластинки свет с длиной волны  $\lambda_1 = 0,55$  мкм при прохождении этой системы будет сильно ослаблен, а с длиной волны  $\lambda_2 = 0,66$  мкм будет иметь максимальную интенсивность. Для кварца показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,545$ ,  $n_e = 1,554$ .

**5.44.** Определите наименьшую толщину пластинки из исландского шпата, вырезанной параллельно ее оптической оси, чтобы она могла служить пластинкой в четверть волны для света с длиной волны  $\lambda = 598$  нм. Для такого света показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волн, идущих внутри пластинки, соответственно равны  $n_o = 1,66$ ,  $n_e = 1,49$ . То же самое найдите для кварца с  $n_o = 1,545$  и  $n_e = 1,554$ .

**5.45.** Параллельный пучок монохроматического света проходит через два поляризатора, плоскости пропускания которых повернуты относительно друг друга на угол  $\alpha = 30^\circ$ . Между поляризаторами помещается пластинка в полволны из одноосного кристалла, вырезанная параллельно оптической оси. При каком угле между плоскостью пропускания первого поляризатора и оптической осью пластинки свет через систему не проходит?

**5.46.** На кварцевую пластинку толщиной  $d = 1$  мм, вырезанную параллельно оптической оси, падает плоскополяризованный свет, плоскость поляризации которого составляет угол  $\beta = 45^\circ$  с оптической осью. За пластинкой находится поляризатор. При каких длинах волн в интервале от 650 нм до 700 нм интенсивность света, прошедшего через эту систему, не будет зависеть от поворота поляризатора? Для кварца показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,545$ ,  $n_e = 1,554$ .

**5.47.** Пучок естественного света с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм и интенсивностью  $I_0$  проходит через систему, состоящую из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка толщиной  $d = 1,25$  мм, вырезанная параллельно оптической оси. Угол между плоскостью пропускания первого поляризатора и оптической осью пластинки равен  $\beta = 30^\circ$ . Чему равна интенсивность света на выходе из системы. Показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для кварца  $n_o = 1,545$ ,  $n_e = 1,554$ .

**5.48.** Плоскополяризованный свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм проходит через пластинку исландского шпата, вырезанную параллельно оптической оси, и поляризатор, расположенный за ней. Толщина пластики  $d = 0,08$  мм, а ее оптическая ось составляет угол  $\beta = 45^\circ$  с плоскостью поляризации света, параллельной плоскости пропускания поляризатора. Во сколько раз интенсивность света уменьшится после прохождения этой системы? Для исландского

шпата показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,66$ ,  $n_e = 1,49$ .

**5.49.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,56$  мкм и спектральным интервалом  $\Delta\lambda = 0,02$  мкм проходит через кварцевую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. Оцените толщину пластинки, при которой необыкновенную и обыкновенную волны, идущие внутри нее, можно считать когерентными. Показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волн, идущих внутри кварцевой пластинки, соответственно равны  $n_e = 1,554$ ,  $n_o = 1,545$ . То же самое найдите для исландского шпата с  $n_o = 1,66$  и  $n_e = 1,49$ .

**5.50.** Пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм проходит через два поляризатора, между которыми помещена кварцевая пластинка, вырезанная параллельно ее оптической оси. Угол между плоскостью пропускания первого поляризатора и оптической осью пластинки  $\beta = 45^\circ$ . Первоначально плоскости пропускания поляризаторов параллельны. После того, как плоскость пропускания второго поляризатора повернули на  $90^\circ$ , интенсивность проходящего через систему света увеличилась в  $\eta = 2$  раза. Чему равна минимальная толщина пластинки, при которой это возможно? Для кварца показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,545$ ,  $n_e = 1,554$ .

**5.51.** Пучок монохроматического плоскополяризованного света с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм и интенсивностью  $I_0$  падает нормально на кварцевую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. Угол между плоскостью поляризации света и оптической осью  $\beta = 45^\circ$ . За пластинкой расположен поляризатор, плоскость пропускания которого перпендикулярна плоскости поляризации света. При этом интенсивность проходящего через систему света  $I_\perp = I_0 / 4$ . Определите интенсивность проходящего через систему света после того, как поляризатор повернули на  $90^\circ$ . Чему равна минимальная толщина пластинки, при которой это возможно? Для кварца показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o = 1,545$ ,  $n_e = 1,554$ .

**5.52.** Естественный свет проходит через систему из двух параллельных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Найдите минимальную толщину пластинки, при которой свет будет полностью задерживаться этой системой. Какой должна быть

минимальная толщина, чтобы через систему проходила ровно половина светового потока? Постоянная вращения кварца для данного света  $\alpha = 32$  град/мм.

**5.53.** Естественный свет проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Найдите минимальную толщину пластинки, при которой свет с длиной волны  $\lambda_1 = 420$  нм будет полностью задерживаться этой системой, а свет с длиной волны  $\lambda_2 = 450$  нм – пропускаться на половину. Постоянная вращения кварца для этих длин волн соответственно равна  $\alpha_1 = 45$  град/мм и  $\alpha_2 = 37,5$  град/мм.

**5.54.** Пластинка кварца толщиной  $d = 1,5$  мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между параллельными поляризаторами. Для некоторой длины волны плоскость поляризации света при прохождении пластинки поворачивается на угол  $\varphi = 25,5^\circ$ . При какой минимальной толщине пластики свет данной волны будет полностью погашен?

**5.55.** Пластинка кварца толщиной  $d_1 = 2$  мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол  $\varphi = 54^\circ$ . Определите минимальную толщину кварцевой пластинки, помещенной между скрещенными поляризаторами, при которой поле зрения между поляризаторами для данного света было максимально просветлено.

**5.56.** Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка толщиной  $d = 2,6$  мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Какая часть светового потока пройдет через эту систему? Постоянная вращения кварца для данного света  $\alpha = 21,7$  град/мм.

**5.57.** Между двумя поляризаторами установлена трубка длиной  $l = 0,1$  м с раствором сахара, концентрация которого  $C = 271,5$  кг/м<sup>3</sup>. Какой угол нужно установить между плоскостями пропускания поляризаторов, чтобы интенсивность естественного света после прохождения этой системы уменьшилась в  $\eta = 4$  раза? Удельное вращение сахарного раствора  $[\alpha] = 0,67$  град·м<sup>2</sup>/кг. Потерями света в поляризаторах пренебречь, потери света в растворе сахара  $k = 10\%$ .

**5.58.** Ячейку Керра поместили между двумя скрещенными поляризаторами так, что направление напряженности электрического

поля в конденсаторе образует угол  $\beta = 45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Конденсатор заполнен нитробензолом и имеет длину  $l = 4$  см, а напряженность электрического поля между обкладками не может превышать значение  $E_0 = 50$  кВ/см. Чему равна максимальная напряженность электрического поля в конденсаторе, при которой свет, прошедший через эту систему, будет иметь круговую поляризацию? Постоянная Керра для нитробензола  $B = 2,2 \cdot 10^{-12}$  м/В<sup>2</sup>.

**5.59.** Конденсатор в ячейке Керра заполнен нитробензолом и имеет длину  $l = 10$  см. Какова должна быть напряженность электрического поля в конденсаторе, чтобы разность фаз между необыкновенной и обыкновенной волнами после прохождения ячейки была равна  $\delta = \pi / 2$ ? Постоянная Керра для нитробензола  $B = 2,2 \cdot 10^{-12}$  м/В<sup>2</sup>.

**5.60.** Монохроматический плоскополяризованный свет проходит через ячейку Керра, заполненную нитротолуолом, и поляризатор, расположенный за ней. Напряжение между обкладками конденсатора ячейки  $U = 1,5$  кВ, а расстояние между ними  $d = 1$  мм, длина конденсатора  $l = 5$  см. Плоскость поляризации света параллельна плоскости пропускания поляризатора и составляет угол  $\beta = 45^\circ$  с направлением вектора напряженности в конденсаторе. Во сколько раз интенсивность света уменьшится после прохождения этой системы? Постоянная Керра для нитротолуола  $B = 1,4 \cdot 10^{-10}$  см/В<sup>2</sup>.

**5.61.** Через трубку с исследуемым веществом, размещенную внутри соленоида, проходит плоскополяризованный свет. При этом его плоскость поляризации поворачивается на угол  $\varphi_1 = 4,8^\circ$  для одного направления магнитного поля в соленоиде и на угол  $\varphi_2 = -3,6^\circ$  для противоположного направления с одним и тем же значением напряженности магнитного поля. Чему равна напряженность магнитного поля, если длина трубки  $l = 20$  см и постоянная Верде данного вещества  $V = 0,05$  угл. мин/А?

**5.62.** Трубка с сероуглеродом длиной  $l = 0,5$  м находится в продольном магнитном поле соленоида, расположенного между двумя скрещенными поляризаторами. Через эту систему проходит узкий пучок естественного света интенсивностью  $I_0$ . Чему равна интенсивность света на выходе из системы, если напряженность магнитного поля в соленоиде  $H = 60$  кА/м и постоянная Верде для сероуглерода  $V = 0,09$  угл. мин/А?

**5.63.** Трубка с бензолом длиной  $l = 15$  см находится в продольном магнитном поле соленоида, расположенного между двумя параллельными поляризаторами. Найдите минимальную напряженность

магнитного поля в соленоиде, при которой свет, проходящий через данную систему, будет полностью задерживаться. Постоянная Верде бензола для данного света  $V = 2,6$  угл. мин/А.

**5.64.** Между поляризаторами в продольном магнитном поле соленоида находится трубка с этиловым спиртом длиной  $l = 25$  см. Плоскости пропускания поляризаторов повернуты друг относительно друга на угол  $\beta = 45^\circ$ . На какой минимальный угол этиловый спирт должен вращать плоскость поляризации, чтобы свет проходил через систему только в одном направлении, а в обратном не проходил? Найдите напряженность магнитного поля в соленоиде, соответствующую этому углу поворота. Постоянная Верде этилового спирта для данного света  $V = 1,07$  угл. мин/А.

## § 6. Взаимодействие света с веществом. Эффект Доплера

---

### Основные формулы и законы

**1. Связь между показателем преломления  $n$  и диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  вещества:**

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (6.1)$$

**2. Фазовая  $v$  и групповая  $u$  скорости:**

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}, \quad (6.2)$$

где  $\omega$  – циклическая частота колебаний;  $k = 2\pi / \lambda$  – волновое число.

**3. Формула Рэлея для групповой скорости:**

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (6.3)$$

**4. Закон Бугера – Ламберта – Бера:**

$$I = I_0 e^{-\alpha l}, \quad (6.4)$$

где  $I$  и  $I_0$  – интенсивности света на выходе и входе из слоя поглощающего вещества толщиной  $l$ ;  $\alpha$  – коэффициент поглощения.

В молекулярной спектроскопии растворов  $\alpha = \epsilon C \ln 10$ , где  $\epsilon$  – молярный десятичный коэффициент экстинкции;  $C$  – концентрация раствора.

#### 5. Оптическая плотность:

$$D = \lg \frac{I_0}{I}. \quad (6.5)$$

#### 6. Ослабление светового пучка в мутных средах:

$$I = I_0 e^{-\mu l}, \quad (6.6)$$

где  $\mu = \alpha + r$  – коэффициент ослабления;  $\alpha$ ,  $r$  – коэффициенты поглощения и рассеяния.

#### 7. Закон Рэлея:

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}, \quad (6.7)$$

где  $I$  – интенсивность рассеиваемого средой света.

#### 8. Эффект Доплера для электромагнитных волн:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cos \theta}, \quad (6.8)$$

где  $\nu$  – частота электромагнитного излучения, воспринимаемого приемником;  $\nu_0$  – частота электромагнитного излучения, испускаемого неподвижным источником;  $\beta = v/c$ ,  $v$  – скорость источника,  $c$  – скорость света в вакууме;  $\theta$  – угол между вектором скорости источника и направлением наблюдения, измеренный в системе отсчета, связанной с приемником.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Определите отношение групповой скорости к фазовой, если фазовая скорость зависит от волнового числа по закону  $v = ak$ , где  $a$  – некоторая постоянная.

**Решение.** Любая реальная волна может быть представлена как суперпозиция (наложение) волн с различными амплитудами и частотами. Групповая скорость – это величина, характеризующая скорость группы волн (волнового пакета), представляющей собой



суперпозицию волн с близкими значениями частот. Во многих важных случаях групповая скорость совпадает со скоростью переноса энергии. Фазовая скорость монохроматической волны устанавливает связь между фазами колебаний в различных точках пространства и не имеет ничего общего со скоростью переноса энергии.

Для решения задачи воспользуемся соотношениями (6.2) для фазовой и групповой скоростей. Из определения фазовой скорости получим, что циклическая частота колебаний волн в волновом пакете зависит от волнового числа по закону:

$$\omega = \nu k = ak^2. \quad (6.9)$$

Подставим (6.9) в определение групповой скорости и выполним дифференцирование:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(ak^2)}{dk} = 2ak. \quad (6.10)$$

Приняв во внимание данные условия, получим  $u = 2\nu$ . Следовательно,

$$\frac{u}{\nu} = 2. \quad (6.11)$$

**Пример 2.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на плоскопараллельную пластинку толщиной  $d$ . Коэффициент отражения от каждой поверхности пластинки равен  $\rho$ , а коэффициент поглощения  $\alpha$ . Пренебрегая вторичными отражениями, найдите коэффициент пропускания пластинки.

**Решение.** При падении световой волны на пластинку часть света отразится. Обозначим через  $I_0$  интенсивность падающего на пластинку света. Тогда интенсивность света, отраженного от первой поверхности пластинки, равна  $I_0' = \rho I_0$ , а интенсивность света, прошедшего в пластику, будет

$$I_1 = I_0 - I_0' = (1 - \rho)I_0. \quad (6.12)$$

При распространении света в пластинке происходит поглощение света. По закону Бугера – Ламберта – Бера (6.4) ко второй грани подойдет свет интенсивностью

$$I_2 = I_1 e^{-\alpha d} = (1 - \rho)I_0 e^{-\alpha d}. \quad (6.13)$$

На второй грани свет частично отразится, а частично выйдет из пластинки. Интенсивность отраженного от грани света равна  $I_2' = \rho I_2$ , а прошедшего через пластинку света будет равна

$$I = I_2 - I_2' = (1 - \rho)I_2 = (1 - \rho)^2 I_0 e^{-\alpha d}. \quad (6.14)$$

Коэффициент пропускания пластинки – это доля пройденного через пластинку светового потока:

$$\tau = \frac{I}{I_0} = (1 - \rho)^2 e^{-\alpha d}. \quad (6.15)$$

**Пример 3.** Толщина слоя половинного ослабления для рентгеновских лучей в свинце равна  $l_{1/2} = 0,99$  см. Определите коэффициент поглощения и толщину слоя, при которой свинцовая защита уменьшает интенсивность узкого пучка излучения в  $\eta = 8$  раз.

**Решение.** По закону Бугера – Ламберта – Бера (6.4) интенсивность света при прохождении слоя однородного вещества толщиной  $l$  уменьшается по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-\alpha l}, \quad (6.16)$$

где  $I_0$  – интенсивность света, падающего на слой.

Слой половинного ослабления – это слой, который уменьшает интенсивность проходящего через него излучения в два раза. Таким образом, полагая в (6.16)  $l = l_{1/2}$  и  $I = I_0 / 2$ , находим коэффициент поглощения:

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\alpha l_{1/2}} \Rightarrow \alpha = \frac{\ln 2}{l_{1/2}} = \frac{\ln 2}{0,99} = 0,7 \text{ см}^{-1}. \quad (6.17)$$

По условию задачи

$$\eta = \frac{I_0}{I} = e^{\alpha l}. \quad (6.18)$$

Отсюда выразим толщину слоя  $l$ . С учетом (6.17) получим

$$l = \frac{\ln \eta}{\alpha} = \frac{\ln 8}{0,7} = 2,97 \text{ см}. \quad (6.19)$$

**Пример 4.** Определите длину волны  $\lambda_0$  монохроматического излучения источника, который удаляется от наблюдателя со скоростью

$v = 0,15c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. При этом спектральный прибор наблюдателя регистрирует длину волны излучения  $\lambda = 555$  нм.

**Решение.** В системе отсчета, связанной с наблюдателем, спектральный прибор регистрирует электромагнитное излучение, частота которого определяется по формуле (6.8). Перепишем эту формулу, выразив частоты  $\nu$  и  $\nu_0$  через длины волн  $\lambda$  и  $\lambda_0$ :  $\nu = c / \lambda$  и  $\nu_0 = c / \lambda_0$ . Учитывая, что согласно условию  $\theta = 0$ , получим

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta} = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}. \quad (6.20)$$

Отсюда найдем

$$\lambda_0 = \lambda \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}. \quad (6.21)$$

Подставив в (6.21) данные из условия, выполним вычисления:

$$\lambda_0 = 555 \cdot \sqrt{\frac{1-0,15}{1+0,15}} \approx 477 \text{ нм}. \quad (6.22)$$

## Задачи

**6.1.** Для некоторого вещества зависимость показателя преломления от частоты в определенном диапазоне частот имеет вид  $n = a + bv^2$  ( $a$  и  $b$  – некоторые постоянные). Определите зависимость фазовой и групповой скоростей от частоты в этом веществе.

**6.2.** Выразите групповую скорость волны через показатель преломления среды и его производную по длине волны.

**6.3.** Измерение зависимости показателя преломления стекла от длины волны проходящего света дало  $n_1 = 1,5462$  для  $\lambda_1 = 546,1$  нм и  $n_2 = 1,5438$  для  $\lambda_2 = 579,1$  нм. Определите дисперсию вещества  $dn / d\lambda$ , фазовую и групповую скорости вблизи длины волны, соответствующей середине интервала между  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Считать, что на данном участке показатель преломления линейно зависит от длины волны. На основании полученных результатов сделайте вывод о том, к какой дисперсии (аномальной или нормальной) относится наблюдаемая?

**6.4.** Исследование зависимости показателя преломления от длины волны для двух стекол показало следующие значения: показатели преломления для длины волны  $\lambda_1 = 486,1$  нм составили  $n_{F1} = 1,807$ ,  $n_{F2} = 1,553$ , для длины волны  $\lambda_2 = 589,3$  нм –  $n_{D1} = 1,784$  и  $n_{D2} = 1,542$ , для длины волны  $\lambda_3 = 656,3$  нм –  $n_{C1} = 1,776$  и  $n_{C2} = 1,54$  для первого и второго стекол соответственно. Найдите число Аббе (коэффициент дисперсии) для каждого образца и определите стекло с более высоким качеством обзора.

**6.5.** Определите отношение фазовой скорости к групповой для света вблизи длины волны  $\lambda_1 = 0,589$  мкм в сероуглероде, если известно, что показатель преломления для этой длины волны равен  $n_1 = 1,629$ , а для длины волны  $\lambda_2 = 0,656$  мкм –  $n_2 = 1,620$ . Считать, что показатель преломления линейно зависит от длины волны в данном диапазоне длин волн.

**6.6.** Определите зависимость между групповой и фазовой скоростями, если зависимость фазовой скорости от циклической частоты волны имеет вид  $v = b / \omega^2$ , где  $b$  – некоторая постоянная.

**6.7.** Световая волна с частотой  $\nu = 600$  ТГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 4$ . Определите изменение длины волны.

**6.8.** Зависимость показателя преломления  $n$  некоторой среды от длины электромагнитной волны имеет вид  $n = 1 / (1 + b\lambda^2)^{-1/2}$ , где  $b$  – некоторая постоянная. Определите зависимость между групповой и фазовой скоростями.

**6.9.** Вычислите разность между фазовой и групповой скоростями для света с длиной волны  $\lambda_1 = 0,656$  мкм в стекле. Известно, что показатель преломления этой длины волны  $n_1 = 1,514$ , а для длины волны  $\lambda_2 = 0,768$  мкм –  $n_2 = 1,511$ . Считать, что показатель преломления линейно зависит от длины волны в данном диапазоне длин волн.

**6.10.** В некоторой среде связь между групповой и фазовой скоростями электромагнитной волны имеет вид  $v\omega = c^2 / 2$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. Найдите зависимость диэлектрической проницаемости среды от циклической частоты волны  $\epsilon(\omega)$ .

**6.11.** Определите и сравните групповую и фазовую скорости волн при длине волны  $\lambda_m$ , которая соответствует минимальному значению показателя преломления. Известно, что показатель преломления в определенном диапазоне длин волн может быть аппроксимирован выражением  $n^2 = a + b\lambda^{-2} + f\lambda^2$ , где  $a, b, f$  – некоторые постоянные.

**6.12.** Световой пучок проходит слой однородного изотропного вещества толщиной  $l = 0,81$  м. Коэффициент поглощения вещества  $\alpha = 0,5$  м<sup>-1</sup>. Во сколько раз будет уменьшена интенсивность света после прохождения слоя?

**6.13.** При какой толщине водного слоя интенсивность падающего монохроматического света уменьшится в  $\eta_1 = 4$  раза, в  $\eta_2 = 20$  раз. Коэффициент поглощения воды примите равным  $\alpha = 0,001$  см<sup>-1</sup>. Потери на отражение света пренебечь.

**6.14.** При прохождении в некотором веществе пути  $l$  интенсивность света уменьшилась в  $\eta_0 = 3$  раза. Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении пути  $2l$ ?

**6.15.** Узкий пучок рентгеновского излучения проходит через алюминиевый экран толщиной  $d_1 = 3,9$  см. Определите толщину  $d_2$  свинцового экрана, ослабляющего данный пучок в такой же степени. Коэффициенты ослабления алюминия и свинца для этого излучения равны соответственно  $\mu_1 = 9,4$  см<sup>-1</sup> и  $\mu_2 = 813,6$  см<sup>-1</sup>.

**6.16.** Световая волна падает нормально на стопу из двух пластин, изготовленных из одного материала. Толщина второй пластины  $l_2 = 5$  см. После прохождения первой пластины интенсивность света уменьшилась на  $\eta_1 = 18\%$ . Интенсивность света, вышедшего из стопы, составила  $\eta_2 = 74\%$  от первоначальной. Пренебрегая потерями на отражение, определите коэффициент поглощения материала. Чему равна толщина первой пластинки?

**6.17.** Монохроматический свет падает нормально поочередно на две пластинки, изготовленные из одного и того же прозрачного вещества. Толщина первой пластинки  $d_1 = 0,8$  см. Коэффициент пропускания первой пластины составляет  $\tau_1 = 0,8$ , а второй –  $\tau_2 = 0,5$ . Определите толщину второй пластинки, если коэффициент поглощения материала пластинок равен  $\alpha = 0,78$  см<sup>-1</sup>. Отражением света пренебечь.

**6.18.** Определите, сколько слоев половинного ослабления должна содержать пластинка для того, чтобы интенсивность узкого пучка рентгеновского излучения уменьшилась в 256 раз.

**6.19.** Две пластинки одинаковой толщины, сделанные из разного материала, пропускают соответственно  $1/2$  и  $1/6$  части падающего на них монохроматического света. Определите отношение коэффициентов поглощения этих пластинок.

**6.20.** Монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0 = 150 \text{ Вт/м}^2$  нормально падает на прозрачную пластинку толщиной  $l = 5 \text{ см}$ . Коэффициенты поглощения материала и отражения поверхностей пластинки составляют соответственно  $\alpha = 0,02 \text{ см}^{-1}$  и  $\rho = 0,04$ . Пренебрегая вторичным отражением, найдите интенсивность света, прошедшего через пластинку: а) с учетом отражения от поверхностей пластинок и поглощения света в пластинке; б) если поглощение света отсутствует; в) без учета отражения от поверхностей пластинки.

**6.21.** Светофильтр представляет собой пластинку толщиной  $l = 4 \text{ мм}$  с коэффициентом поглощения, зависящим от длины волны  $\lambda$  по формуле  $\alpha(\lambda) = 20(1 - \lambda / \lambda_0)^2 \text{ см}^{-1}$ , где  $\lambda_0$  – некоторая постоянная. Определите ширину полосы пропускания  $\Delta\lambda$  этого светофильтра (ширину, при которой ослабление света на краях полосы в  $e$  раз больше, чем ослабление при  $\lambda_0$ ). Отражениями от поверхностей светофильтра следует пренебречь.

**6.22.** Монохроматический пучок света интенсивностью  $I_0 = 180 \text{ Вт/м}^2$  падает нормально на поверхность плоскопараллельной пластины толщиной  $d$ . Коэффициент поглощения вещества пластины линейно изменяется вдоль нормали к ее поверхности от значения  $0,01 \text{ см}^{-1}$  до значения  $0,012 \text{ см}^{-1}$ . Коэффициент отражения от каждой поверхности пластины  $\rho = 0,01$ . Пренебрегая вторичными отражениями, определите толщину пластины, если интенсивность света, вышедшего из пластины, составила  $I = 169 \text{ Вт/м}^2$ .

**6.23.** Определите, на какой глубине жидкости интенсивность света длиной волны  $\lambda_1$  превысит интенсивность света длиной волны  $\lambda_2$  в  $\eta = 9$  раз, если у поверхности жидкости  $I_{01} = I_{02}$ , а на глубине  $h_0$  интенсивность света длиной волны  $\lambda_1$  превысила интенсивность света длиной волны  $\lambda_2$  в  $\eta_0 = 3$  раза.

**6.24.** При прохождении монохроматического света через слой раствора толщиной  $l = 1 \text{ см}$  поглощается  $1/3$  первоначальной световой энергии. Определите коэффициент поглощения, пропускания и оптическую плотность раствора.

**6.25.** Определите, во сколько раз ослабится интенсивность света на глубине  $h = 40 \text{ мм}$  в 9%-ном растворе вещества в прозрачном растворителе, если в 6%-ном растворе этого же вещества интенсивность света на глубине  $h_0 = 30 \text{ мм}$  ослабилась в  $\eta_0 = 3$  раза?

**6.26.** Вычислите молярную концентрацию раствора органического красителя, для которого оптическая плотность, определенная

в максимуме полосы поглощения, в кювете толщиной  $l = 3$  см составляет  $D = 0,46$ . Молярный десятичный коэффициент экстинкции примите равным  $\varepsilon = 30$  л/(моль·см).

**6.27.** В объеме  $V = 60$  мл воды растворили  $m = 0,07$  г перманганата калия ( $\text{KMnO}_4$ ). Оптическая плотность раствора на некоторой длине волны составила  $D = 0,31$ . Определите молярный десятичный коэффициент экстинкции на этой длине волны, если толщина поглощающего слоя  $l = 3$  см.

**6.28.** Во сколько раз интенсивность молекулярного рассеяния синего света ( $\lambda_1 = 0,46$  мкм) превосходит интенсивность рассеяния красного света ( $\lambda_2 = 0,65$  мкм)?

**6.29.** Каково отношение световых потоков рассеянного света  $\Phi_1 / \Phi_2$  в воздухе в идентичных условиях двух волн с длинами  $\lambda_1 = 0,545$  мкм и  $\lambda_2 = 0,72$  мкм?

**6.30.** При прохождении монохроматического света через слой вещества  $l = 20$  см его интенсивность уменьшается в  $\eta = 2$  раза. Определите коэффициент рассеяния, если коэффициент поглощения  $\alpha = 0,025$  см<sup>-1</sup>.

**6.31.** При изменении длины волны падающего света интенсивностью  $I_0$  на мутную среду толщиной  $l = 30$  см интенсивность прошедшего луча уменьшается на  $\eta = 50\%$ . Определите, как изменился коэффициент рассеяния среды, если коэффициент поглощения при изменении длины волны падающего излучения увеличился на  $\Delta\alpha = 0,0075$  см<sup>-1</sup>.

**6.32.** Определите длину волны  $\lambda_0$  монохроматического излучения источника, который движется со скоростью  $v = c / 5$  в направлении наблюдателя, оптический прибор которого регистрирует длину волны  $\lambda = 500$  нм.

**6.33.** Определите, с какой скоростью приближается к нам астрономический объект, если в его спектральном излучении было обнаружено фиолетовое смещение, отвечающее увеличению частоты на  $\eta = 50\%$ .

**6.34.** С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если  $H_\beta$  линия излучения атома водорода  $\lambda = 486,1$  нм оказалась смещенной в красную сторону на  $\Delta\lambda = 1,85$  нм.

**6.35.** С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы водитель воспринимал красный ( $\lambda_0 = 670$  нм) сигнал светофора как зеленый ( $\lambda = 555$  нм).

**6.36.** Выведите выражение для доплеровского смещения  $\Delta\lambda$  спектральных линий в случае продольного эффекта Доплера при  $v \ll c$ .

**6.37.** Выведите выражение для доплеровского смещения  $\Delta\lambda$  спектральных линий в случае поперечного эффекта Доплера при  $v \ll c$ .

**6.38.** Определите температуру, при которой находится атомарный водород, если обусловленное эффектом Доплера относительное уширение спектральных линий составило  $\Delta\lambda / \lambda = 1,8 \cdot 10^{-5}$ .

**6.39.** Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны  $\lambda = 434,1$  нм. Найти доплеровское смещение этой линии  $\Delta\lambda$ , если ее наблюдать под прямым углом к пучку атомов водорода с кинетической энергией  $K = 150$  кэВ.

**6.40.** Определите скорость приближающейся к радиолокатору ракеты, если он работает на длине волны  $\lambda_0 = 0,5$  м и частота биеений, равная разности между частотой  $\nu$ , регистрируемой приемником локатора сигнала, отраженного от ракеты, и частотой сигнала, излучаемого передатчиком локатора  $\nu_0$ , равна  $\Delta\nu = 2$  кГц.

**6.41.** Какой сдвиг частоты регистрирует радар, если он работает на частоте  $\nu_0 = 24,15$  ГГц и настроен на определение скорости автомашины, имеющей скорость  $v = 112$  км/ч?

**6.42.** Первая видимая линия в спектре излучения водорода имеет длину волны  $\lambda_0 = 656,3$  нм. С какой скоростью должно приближаться к нам скопление атомов водорода, чтобы видимые линии в спектре излучения атома водорода оказались вследствие эффекта Доплера в ультрафиолетовой области? Границе этой области спектра соответствует длина волны  $\lambda = 400$  нм.



# КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

---

---

## § 7. Тепловое излучение

---

### Основные формулы и законы

#### 1. Энергетическая светимость:

$$R_T = \frac{d\Phi_{\text{э}}}{dS} = \frac{dW}{dSdt}, \quad (7.1)$$

где  $d\Phi_{\text{э}}$  – поток энергии, испускаемый площадкой  $dS$  светящейся поверхности по всем направлениям;  $dW$  – энергия, излучаемая площадкой  $dS$  за время  $dt$ .

#### 2. Испускательная способность по частотам $\nu_{\lambda,T}$ и длинам волн $r_{\lambda,T}$ (спектральная плотность энергетической светимости):

$$r_{\nu,T} = \frac{dR_T}{d\nu}; \quad r_{\lambda,T} = \frac{dR_T}{d\lambda}, \quad (7.2)$$

где  $r_{\nu,T}$  и  $r_{\lambda,T}$  связаны соотношением

$$r_{\nu,T} = \frac{\lambda^2}{c} r_{\lambda,T}. \quad (7.3)$$

#### 3. Связь между энергетической светимостью и испускательной способностью:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (7.4)$$

#### 4. Поглощательная способность тела (монохроматический коэффициент поглощения):

$$a_{\nu,T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}, \quad (7.5)$$

где  $dW_{\text{погл}}$  – энергия с частотами в интервале от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , поглощенная единицей площади поверхности за единицу времени;  $dW_{\text{пад}}$  – падающая на тело энергия.

**5. Отражательная способность тела (монохроматический коэффициент отражения):**

$$\rho_{\nu,T} = \frac{dW_{\text{отр}}}{dW_{\text{пад}}}, \quad (7.6)$$

где  $dW_{\text{отр}}$  – энергия с частотами в интервале от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , отраженная единицей площади поверхности за единицу времени.

**6. Связь между поглощательной и отражательной способностями (для непрозрачного тела):**

$$a_{\nu,T} + \rho_{\nu,T} = 1. \quad (7.7)$$

Для абсолютно черного тела  $a_{\nu,T} = 1$  и  $\rho_{\nu,T} = 0$ ; для серого тела  $a_{\nu,T} = a_T < 1$ .

**7. Закон Кирхгофа:**

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = \epsilon_{\nu,T}, \quad (7.8)$$

где  $r_{\nu,T}$  и  $a_{\nu,T}$  – испускательная и поглощательная способности тела;  $\epsilon_{\nu,T}$  – испускательная способность абсолютно черного тела.

**8. Закон Стефана – Больцмана:**

*а) для абсолютно черного тела*

$$R_T = \sigma T^4; \quad (7.9)$$

*б) для серого тела*

$$R_T = a_T \sigma T^4, \quad (7.10)$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана.

**9. Закон смещения Вина (первый закон Вина):**

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, \quad (7.11)$$

где  $\lambda_{\text{max}}$  – длина волны, соответствующая максимуму испускательной способности абсолютно черного тела;  $b$  – постоянная Вина.

**10. Второй закон Вина:**

$$\epsilon_{\lambda_{\text{max}},T} = C_1 T^5, \quad (7.12)$$

где  $\epsilon_{\lambda_{\text{max}},T}$  – максимальное значение испускательной способности абсолютно черного тела;  $C_1$  – вторая постоянная Вина.

### 11. Формула Планка для испускательной способности абсолютно черного тела:

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (7.13)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $h$  – постоянная Планка;  $k$  – постоянная Больцмана.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током силой  $I_1 = 1$  А до температуры  $T_1 = 1000$  К. Определите, при какой силе тока нить накаляется до температуры  $T_2 = 3000$  К. Поглощательные способности вольфрама и его удельные сопротивления, соответствующие температурам  $T_1$  и  $T_2$ , равны:  $a_{T1} = 0,115$ ;  $a_{T2} = 0,334$ ;  $\rho_1 = 25,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м;  $\rho_2 = 96,2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м. Считать, что излучение вольфрамовой нити соответствует излучению серого тела.

**Решение.** При установившейся температуре мощность  $P$ , потребляемая вольфрамовой нитью от источника тока, равна энергетическому потоку  $\Phi_s$  излучения, испускаемого нитью:

$$P = \Phi_s. \quad (7.14)$$

Мощность тока равна

$$P = I^2 R = I^2 \rho \frac{l}{S_{\pi}}, \quad (7.15)$$

где  $R = \rho l / S_{\pi}$  – сопротивление вольфрамовой нити;  $l$  и  $S_{\pi}$  – длина и площадь поперечного сечения нити.

Приняв во внимание выражение (7.1) для энергетической светимости, энергетический поток определим из формулы (7.10):

$$\Phi_s = R_T S = a_T \sigma T^4 S, \quad (7.16)$$

где  $S$  – площадь боковой поверхности нити.

Подставив выражения (7.15) и (7.16) в формулу (7.14), получим

$$I^2 \rho l = a_T \sigma T^4 S S_{\pi}. \quad (7.17)$$

Применим это уравнение для нити при температурах  $T_1$  и  $T_2$ :

$$I_1^2 \rho_1 l = a_{T_1} \sigma T_1^4 S S_{\Pi}, \quad I_2^2 \rho_2 l = a_{T_2} \sigma T_2^4 S S_{\Pi}. \quad (7.18)$$

Разделив эти два уравнения друг на друга и выразив  $I_2$ , найдем

$$I_2 = I_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^2 \sqrt{\frac{a_{T_2} \rho_1}{a_{T_1} \rho_2}}. \quad (7.19)$$

Подставив числовые значения в формулу (7.19), получим

$$I_2 = 3^2 \sqrt{\frac{0,334 \cdot 25,7}{0,115 \cdot 96,2}} \approx 7,9 \text{ А}. \quad (7.20)$$

**Пример 2.** Энергетическая светимость абсолютно черного тела  $R_T = 1 \text{ мВт/мм}^2$ . Определите длину волны  $\lambda_{\max}$ , отвечающую максимуму испускательной способности этого тела.

**Решение.** Согласно закону смещения Вина (7.11), длина волны, соответствующая максимуму испускательной способности абсолютно черного тела, равна

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (7.21)$$

Температуру абсолютно черного тела найдем из закона Стефана – Больцмана (7.9):

$$R_T = \sigma T^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{R_T}{\sigma}}. \quad (7.22)$$

Подставив выражение (7.22) в (7.21), получим

$$\lambda_{\max} = b^4 \sqrt{\frac{\sigma}{R_T}}. \quad (7.23)$$

Выполнив расчеты по формуле (7.23), найдем

$$\lambda_{\max} = 2,90 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{\frac{5,67 \cdot 10^{-8}}{10^6}} \approx 1,42 \cdot 10^{-6} \text{ м}. \quad (7.24)$$

**Пример 3.** Медный шарик радиусом  $r = 5 \text{ см}$  поместили в сосуд, откачанный до состояния вакуума. Начальная температура шарика  $T_1 = 400 \text{ К}$ . Считая, что излучение шарика близко к излучению

абсолютно черного тела, найдите, через какой промежуток времени его температура станет равной  $T_2 = 300$  К? Температуру стенок сосуда считать много меньше температуры шарика. Теплоемкость меди  $c = 380$  Дж/(кг·К), а ее плотность  $\rho = 8900$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Так как шарик находится в вакууме, то потери энергии происходят только за счет излучения. Энергия  $dW$ , излучаемая шариком за время  $dt$ , равна абсолютному изменению внутренней энергии  $dU$  шарика за это время:

$$dW = -dU, \quad (7.25)$$

где знак «минус» учитывает, что внутренняя энергия шарика уменьшается ( $dU < 0$ ).

Из (7.1) следует, что энергия, излучаемая шариком, будет

$$dW = R_T S dt = R_T 4\pi r^2 dt, \quad (7.26)$$

где  $S = 4\pi r^2$  – площадь поверхности шарика.

Так как излучение шарика близко к излучению абсолютно черного тела, то его энергетическая светимость  $R_T$  определяется законом Стефана – Больцмана (7.9).

Тогда

$$dW = 4\pi\sigma T^4 r^2 dt. \quad (7.27)$$

Изменение внутренней энергии шарика, согласно первому началу термодинамики, будет равно количеству теплоты, которое он отдает:

$$dU = \delta Q = cm dT = c\rho V dT = c\rho \frac{4}{3}\pi r^3 dT, \quad (7.28)$$

где  $m = \rho V$  – масса шарика;  $V = 4\pi r^3 / 3$  – объем шарика.

Подставив выражения (7.27) и (7.28) в (7.25), найдем

$$dt = -\frac{c\rho r}{3\sigma} \frac{dT}{T^4}. \quad (7.29)$$

Проинтегрировав (7.29), получим искомый промежуток времени:

$$\int_0^t dt = -\frac{c\rho r}{3\sigma} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^4} \Rightarrow \Delta t = \frac{c\rho r}{9\sigma} \left( \frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} \right). \quad (7.30)$$

Подставив числовые значения из условия в формулу (7.30), выполним расчеты:

$$\Delta t = \frac{380 \cdot 8900 \cdot 0,05}{9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}} \left( \frac{1}{300^3} - \frac{1}{400^3} \right) \approx 7 \cdot 10^3 \text{ с}. \quad (7.31)$$

**Пример 4.** Используя формулу Планка, выведите: 1) закон Стефана – Больцмана и 2) законы Вина.

**Решение.** Энергетическую светимость абсолютно черного тела найдем по формуле (7.4) приняв во внимание, что  $r_{\nu,T} = \epsilon_{\nu,T}$ , где  $\epsilon_{\nu,T}$  – испускательная способность абсолютно черного тела (7.13). Таким образом,

$$R_T = \int_0^{\infty} \epsilon_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu. \quad (7.32)$$

Сделаем замену переменных в интеграле:

$$\nu = \frac{kT}{h}x, \quad d\nu = \frac{kT}{h}dx. \quad (7.33)$$

Тогда

$$R_T = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx. \quad (7.34)$$

Приняв во внимание значение табличного интеграла

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}, \quad (7.35)$$

получим закон Стефана – Больцмана:

$$R_T = \sigma T^4, \quad (7.36)$$

где постоянная Стефана – Больцмана

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4). \quad (7.37)$$

2) Используя (7.3) с учетом, что  $\nu = c / \lambda$ , запишем формулу Планка (7.13) для переменных  $\lambda$  и  $T$ :

$$\epsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}. \quad (7.38)$$

Введя новую переменную

$$x = \frac{hc}{kT\lambda}, \quad (7.39)$$

перепишем функцию (7.38) в виде

$$\varepsilon(x) = \frac{2\pi k^5 T^5}{h^4 c^3} \frac{x^5}{e^x - 1}. \quad (7.40)$$

Исследуем функцию (7.40) на максимум. Для этого найдем производную функции и приравняем ее к нулю. Получим

$$\frac{d\varepsilon(x)}{dx} = 0 \Rightarrow 5(e^x - 1) - xe^x = 0. \quad (7.41)$$

Решение этого трансцендентного уравнения методом последовательных приближений дает  $x_{\max} = 4,965$ . Подставив его в (7.39) и выразив соответствующее ему значение  $\lambda_{\max}$ , придем к закону смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (7.42)$$

где постоянная Вина

$$b = \frac{hc}{4,965k} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (7.43)$$

Подставив  $x = x_{\max} = 4,965$  в выражения (7.40), найдем максимальное значение испускательной способности абсолютно черного тела (второй закон Вина):

$$\varepsilon_{\lambda_{\max}, T} = C_1 T^5, \quad (7.44)$$

где вторая постоянная Вина

$$C_1 = \frac{2\pi k^5}{h^4 c^3} \frac{4,965^5}{e^{4,965} - 1} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5). \quad (7.45)$$

## Задачи

**7.1.** При открытой дверце печи внутри нее поддерживается температура  $t = 800^\circ\text{C}$ . Размеры дверцы равны: ширина  $a = 22$  см и высота  $b = 15$  см. Определите, сколько энергии за время  $\Delta t = 1$  с получает комната от печи через открытую дверцу? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

**7.2.** Имеется два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них  $t_1 = 2227^\circ\text{C}$ . Найдите температуру другого источника, если длина волны, отвечающая максимуму

его испускательной способности, на  $\Delta\lambda = 0,5$  мкм больше длины волны, соответствующей максимуму испускательной способности первого источника.

**7.3.** Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с  $\lambda_1 = 3,2$  мкм на  $\lambda_2 = 0,8$  мкм. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость тела и максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости?

**7.4.** Определите, какая длина волны соответствует максимальной спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, равной  $\epsilon_{\lambda_{\max}, T} = 1,5 \cdot 10^{11}$  Вт/м<sup>3</sup>.

**7.5.** Абсолютно черное тело имеет температуру  $T_1 = 500$  К. Какова будет температура  $T_2$  тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в 5 раз?

**7.6.** Определите максимальную испускательную способность, рассчитанную на 1 нм в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела  $T = 10$  К.

**7.7.** При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от  $\lambda_{\max 1} = 700$  нм до  $\lambda_{\max 2} = 500$  нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

**7.8.** На какую длину волны приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ ?

**7.9.** Поверхность абсолютно черного тела нагрета до температуры  $T = 1000$  К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на  $\Delta T = 200$  К, другая охлаждается на  $\Delta T = 200$  К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость поверхности этого тела?

**7.10.** Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна  $\lambda_{\max} = 700$  нм. Определите максимальную испускательную способность, рассчитанную на интервал длин волн  $\Delta\lambda = 1$  нм, вблизи  $\lambda_{\max}$ .

**7.11.** Определите температуру абсолютно черного тела, при которой максимум испускательной способности тела приходится на красную границу ( $\lambda_1 = 760$  нм) и на фиолетовую границу ( $\lambda_2 = 380$  нм) видимого спектра.

**7.12.** Поток энергии, излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен  $\Phi_0 = 100$  Вт. Определите температуру печи, если площадь отверстия  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.



**7.13.** Какую энергетическую светимость имеет расплавленный свинец ( $t_{\text{пл}} = 327^\circ\text{C}$ )? Излучение свинца соответствует излучению серого тела с поглотительной способностью поверхности  $a_T = 0,6$ .

**7.14.** На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре  $t = 36,6^\circ\text{C}$  человеческого тела?

**7.15.** При увеличении термодинамической температуры абсолютно черного тела в два раза длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности, уменьшилась на  $\Delta\lambda = 414$  нм. Определите начальную  $T_1$  и конечную  $T_2$  температуры тела.

**7.16.** В каких областях спектра электромагнитных волн лежат длины волн, соответствующие максимуму испускательной способности, если источником света служит: а) спираль электрической лампочки ( $T = 3000$  К); б) поверхность Солнца ( $T = 6000$  К); в) вспышка при термоядерной реакции, когда развивается температура  $T \approx 10^7$  К? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

**7.17.** Какую мощность надо подводить к шарик радиусом  $r = 2,5$  см, чтобы поддерживать его температуру на  $\Delta t = 20^\circ\text{C}$  выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды  $t = 27^\circ\text{C}$ . Считать, что все подводимое тепло теряется только вследствие излучения, которое близко к излучению абсолютно черного тела.

**7.18.** Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от  $T_1 = 1000$  К до  $T_2 = 3000$  К. Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость? На сколько изменилась длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности? Во сколько раз увеличилось максимальное значение испускательной способности?

**7.19.** Абсолютно черное тело имеет температуру  $T_1 = 2500$  К. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на  $\Delta\lambda = 5$  мкм. До какой температуры  $T_2$  охладилось тело?

**7.20** Максимальная испускательная способность абсолютно черного тела равна  $\epsilon_{\lambda_{\text{max}}, T} = 9,87 \cdot 10^{10}$  Вт/м<sup>3</sup>. На какую длину волны она приходится?

**7.21.** Определите относительное увеличение  $\Delta R_T / R_T$  энергетической светимости абсолютно черного тела при увеличении его температуры на 10%.

**7.22.** Во сколько раз надо увеличить температуру абсолютно черного тела, чтобы его энергетическая светимость возросла в три раза?

**7.23.** Энергетический поток абсолютно черного тела  $\Phi_0 = 10$  кВт. Найдите площадь излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны  $\lambda_{\max} = 700$  нм.

**7.24.** Определите мощность  $P$  излучателя, поверхность которого площадью  $S = 5$  мм<sup>2</sup> имеет температуру  $t = 2000^\circ\text{C}$ . Излучатель считать абсолютно черным телом.

**7.25.** Определите температуру, при которой энергетическая светимость абсолютно черного тела равна  $R_T = 20$  кВт/м<sup>2</sup>.

**7.26.** Определите энергию, излучаемую за время  $\Delta t = 1$  мин из смотрового окошка площадью  $S = 8$  см<sup>2</sup> плавильной печи, если ее температура  $T = 1,2$  кК. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

**7.27.** Металлическая поверхность площадью  $S = 10$  см<sup>2</sup>, нагретая до температуры  $T = 3000$  К, излучает в одну минуту энергию  $W_0 = 150$  кДж. Определите энергию, излучаемую этой поверхностью за это же время, считая ее абсолютно черной, и отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

**7.28.** Определите, какую мощность необходимо подводить к медному шарикку радиусом  $r = 0,01$  м, чтобы при температуре окружающей среды  $T_0 = 260$  К поддерживать его температуру, равной  $T = 290$  К. Считать, что тепловые потери обусловлены только излучением, а поглощательную способность меди принять равной  $a_T = 0,6$ .

**7.29.** Муфельная печь, потребляющая мощность  $P = 1,5$  кВт, имеет отверстие площадью  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Определите, какая часть мощности рассеивается стенками печи, если температура ее внутренней поверхности  $T = 1200$  К. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

**7.30.** Найдите температуру печи, если известно, что излучение из отверстия в ней площадью  $S = 6$  см<sup>2</sup> имеет мощность  $P = 100$  Вт. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

**7.31.** Какого цвета будет звезда, если температура ее поверхности  $T = 5500 \text{ К}$ ? Какую энергию излучает звезда за 1 с с единицы поверхности? Излучение звезды по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела.

**7.32.** Какую мощность излучения имеет Солнце? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температура поверхности Солнца  $T = 5800 \text{ К}$ . Радиус Солнца  $R_c = 7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$ .

**7.33.** Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны  $\lambda = 500 \text{ нм}$ . Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определите: 1) энергетическую светимость Солнца; 2) поток энергии  $\Phi_\varepsilon$ , излучаемый Солнцем. Радиус Солнца  $R_c = 7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$ .

**7.34.** Температура поверхности звезды Альфа Центавры равна  $T = 5750 \text{ К}$ . Определите поток энергии, излучаемый с поверхности площадью  $S = 1 \text{ км}^2$  этой звезды. Считать излучение звезды близким к излучению абсолютно черного тела.

**7.35.** Максимум испускательной способности звезды Сириус приходится на длину волны  $\lambda_{\max} = 290 \text{ нм}$ . Принимая, что звезда излучает как абсолютно черное тело, определите температуру поверхности звезды.

**7.36.** Найдите солнечную постоянную  $C$ , т. е. количество энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура поверхности Солнца  $T = 5800 \text{ К}$ . Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела. Радиус Солнца  $R_c = 7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$ , расстояние от Земли до Солнца  $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ .

**7.37.** Считая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, определите его энергетическую светимость  $R_T$  и температуру  $T$  его поверхности. Солнечный диск виден с Земли под углом  $\theta = 32'$ . Солнечная постоянная  $C = 1,4 \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$  (солнечной постоянной называется величина, равная энергии излучения Солнца, падающей в единицу времени на единицу площади поверхности вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца).

**7.38.** Определите установившуюся температуру зачерненной металлической пластинки, расположенной перпендикулярно солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии от

Земли до Солнца. Солнечная постоянная, численно равная количеству энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля,  $C = 1,4 \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ . Считать, что Солнце излучает как абсолютно черное тело.

**7.39.** Найдите значение солнечной постоянной  $C_M$  для Марса, численно равной энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от Солнца, как и Марс. Температура поверхности Солнца  $T = 5800 \text{ К}$ , радиус Солнца  $R_s = 7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$ , расстояние от Марса до Солнца  $r = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ м}$ .

**7.40.** Температура верхних слоев Солнца  $T = 5,8 \text{ кК}$ . Считая излучение Солнца близким к излучению абсолютно черного тела, определите длину волны, которой соответствует максимальная испускательная способность Солнца.

**7.41.** Считая, что поглощательная способность поверхности горящего угля при температуре  $T = 1300 \text{ К}$  не зависит от длины волны излучения и равна  $a_T = 0,8$ , определите: 1) энергетическую светимость угля; 2) энергию, излучаемую поверхностью угля с площадью  $S = 5 \text{ см}^2$  за время  $\Delta t = 10 \text{ мин}$ .

**7.42.** С поверхности, покрытой сажей, площадью  $S = 4 \text{ см}^2$  при температуре  $T = 500 \text{ К}$  за время  $\Delta t = 5 \text{ мин}$  излучается энергия  $W = 100 \text{ Дж}$ . Определите поглощательную способность поверхности, считая сажу серым телом.

**7.43.** Условно принять, что Земля излучает как серое тело, находящееся при температуре  $T = 280 \text{ К}$ . Определите поглощательную способность Земли, если энергетическая светимость ее поверхности  $R_T = 325 \text{ кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ .

**7.44.** Мощность излучения шара радиусом  $r = 5 \text{ см}$  при некоторой постоянной температуре равна  $P = 1,5 \text{ кВт}$ . Найдите эту температуру, считая шар серым телом с поглощательной способностью поверхности  $a_T = 0,2$ .

**7.45.** Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке  $T = 2450 \text{ К}$ . Считая спираль серым телом с поглощательной способностью  $a_T = 0,3$ , найдите площадь излучающей поверхности спирали. Считать, что вся потребляемая энергия идет на излучение.

**7.46.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $d = 0,4$  мм, длина спирали  $l = 7,2$  см. При включении лампочки в сеть напряжением  $U = 220$  В через лампочку течет ток  $I = 0,5$  А. Найдите температуру спирали. Считать, что все выделяющееся в нити тепло идет на излучение, которое соответствует излучению серого тела с поглотательной способностью поверхности  $a_T = 0,35$ .

**7.47.** Мощность излучения раскаленной металлической поверхности  $P_1 = 700$  Вт. Температура поверхности  $T = 2200$  К, а ее площадь  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Какую мощность излучения имела бы эта поверхность, если бы она была абсолютно черной? Найдите поглотательную способность поверхности при данной температуре, считая ее серой.

**7.48.** Определите поглотательную способность серого тела, для которого температура, измеренная радиационным пирометром,  $T_{\text{рад}} = 2,4$  кК, тогда как истинная температура тела  $T = 3,6$  кК.

**7.49.** Свинцовый шарик радиусом  $r = 2$  см поместили в сосуд, откачанный до состояния вакуума. Начальная температура шарика  $T_1 = 500$  К. Считая, что излучение шарика близко к излучению абсолютно черного тела, найдите, через какой промежуток времени  $t$  его температура станет равной  $T_2 = 300$  К? Температуру стенок сосуда считать много меньше температуры шарика. Теплоемкость свинца  $c = 130$  Дж/(кг·К), а его плотность  $\rho = 11\,340$  кг/м<sup>3</sup>.

**7.50.** Медный шарик радиусом  $r = 4,0$  см поместили в сосуд, откачанный до состояния вакуума. Начальная температура шарика  $T_1 = 450$  К. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найдите его температуру  $T_2$  через промежуток времени  $t = 1$  ч? Температуру стенок сосуда считать много меньше температуры шарика. Теплоемкость меди  $c = 385$  Дж/(кг·К), а ее плотность  $\rho = 8900$  кг/м<sup>3</sup>.

**7.51.** Найдите с помощью формулы Планка мощность излучения единицы поверхности абсолютно черного тела, приходящегося на узкий интервал длин волн  $\Delta\lambda = 1,0$  нм вблизи максимума его испускательной способности, при температуре тела  $T = 5000$  К.

**7.52.** Температура абсолютно черного тела  $T = 2500$  К. Определите: 1) испускательную способность для длины волны  $\lambda = 600$  нм; 2) энергетическую светимость в интервале длин волн от  $\lambda_1 = 590$  нм до  $\lambda_2 = 610$  нм. Принять, что средняя испускательная способность тела в этом интервале равна значению, найденному для длины волны  $\lambda = 600$  нм.

**7.53.** Температура абсолютно черного тела  $T = 3000$  К. Определите: 1) испускательную способность  $\varepsilon_{\nu,T}$  для частоты  $\nu = 3 \cdot 10^{14}$  Гц; 2) энергетическую светимость  $R_T$  в интервале частот от  $\nu_1 = 2,95 \cdot 10^{14}$  Гц до  $\nu_2 = 3,05 \cdot 10^{14}$  Гц. Принять, что средняя испускательная способность тела в этом интервале частот равна значению, найденному для частоты  $\nu$ .

## § 8. Квантовая природа электромагнитного излучения

---

### Основные формулы и законы

#### 1. Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}, \quad (8.1)$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $c$  – скорость света в вакууме;  $\nu$  и  $\lambda$  – частота и длина волны электромагнитного излучения.

#### 2. Масса фотона:

$$m_{\phi} = \frac{\varepsilon}{c^2}. \quad (8.2)$$

#### 3. Импульс фотона:

$$p_{\phi} = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (8.3)$$

#### 4. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}, \quad (8.4)$$

где  $A_{\text{вых}}$  – работа выхода электрона из вещества;  $m$  – масса электрона;  $\nu_{\text{max}}$  – максимальная скорость электрона.

#### 5. Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_{\text{кр}} = \frac{A_{\text{вых}}}{h}. \quad (8.5)$$

**6. Эффект Комптона:**

$$\lambda' - \lambda = \lambda_K (1 - \cos \theta), \quad (8.6)$$

где  $\lambda'$  – длина волны фотона, рассеянного на свободном электроны;  $\lambda$  – длина волны фотона до рассеяния;  $\lambda_K$  – комптоновская длина волны;  $\theta$  – угол рассеяния.

**7. Давление света при нормальном падении на поверхность:**

$$p = (1 + \rho)w = (1 + \rho)\frac{E_3}{c}, \quad (8.7)$$

где  $\rho$  – коэффициент отражения;  $w$  – объемная плотность энергии излучения;  $E_3$  – энергетическая освещенность поверхности.

**Примеры решения задач**

**Пример 1.** Красная граница фотоэффекта для некоторого металла  $\lambda_{кр} = 6,2 \cdot 10^{-5}$  см. Определите величину запирающего напряжения для фотоэлектронов при освещении металла светом с длиной волны  $\lambda = 330$  нм.

**Решение.** Запирающим напряжением  $U_3$  называют напряжение электрического поля, которое способно полностью остановить, затормозить электроны, вылетевшие из металла. Это напряжение должно быть таким, чтобы работа соответствующего электрического поля была равна кинетической энергии вылетевших из металла электронов:

$$A_{эл} = eU_3 = K_{\max}, \quad (8.8)$$

где  $e$  – элементарный заряд.

Кинетическую энергию  $K_{\max}$  определим, воспользовавшись уравнением Эйнштейна (8.4) для фотоэффекта:

$$K_{\max} = \frac{m\nu_{\max}^2}{2} = \varepsilon - A_{\text{вых}}. \quad (8.9)$$

Энергия фотона, падающего на металл, связана с длиной волны  $\lambda$  по формуле (8.1):

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \quad (8.10)$$

Работу выхода найдем из определения красной границы фотоэффекта (8.5):

$$A_{\text{вых}} = h\nu_{\text{кр}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}}. \quad (8.11)$$

Подставив (8.9) с учетом (8.10) и (8.11) в формулу (8.8), найдем запирающее напряжение:

$$U_3 = \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{\text{кр}}} \right). \quad (8.12)$$

Используя данные из условия, а также табличные значения постоянной Планка, скорости света в вакууме и элементарного заряда, выполняем вычисления по формуле (8.12):

$$U_3 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left( \frac{1}{3,3 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{6,2 \cdot 10^{-7}} \right) \approx 1,76 \text{ В}. \quad (8.13)$$

**Пример 2.** Фотон с энергией  $\varepsilon = 0,75 \text{ МэВ}$  рассеялся на свободном электроне под углом  $\theta = 60^\circ$ . Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определите: 1) энергию рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию электрона отдачи; 3) импульс электрона отдачи; 4) направление движения электрона после рассеяния.

**Решение.** 1) Энергию рассеянного фотона найдем из соотношения (8.6) для изменения длины волны при эффекте Комптона. Из формулы (8.1) выразим длины волн  $\lambda$  и  $\lambda'$  через энергии фотона до и после рассеяния и подставим их в (8.6):

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta), \quad (8.14)$$

где учтено, что комптоновская длина волны  $\lambda_K = h / mc$ .

Разделив обе части этого равенства на  $hc$ , получим

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{E_0} (1 - \cos\theta), \quad (8.15)$$

где  $E_0 = mc^2 = 0,51 \text{ МэВ}$  – энергия покоя электрона.

Отсюда найдем энергию фотона после рассеяния:



$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1}. \quad (8.16)$$

Подставив в (8.18) данные из условия задачи, найдем

$$\varepsilon' = \frac{0,75}{\frac{0,75}{0,51}(1 - \cos 60) + 1} \approx 0,43 \text{ МэВ}. \quad (8.17)$$

2) Из закона сохранения энергии следует, что кинетическая энергия электрона отдачи равна разности между энергией падающего фотона и энергией рассеянного фотона:

$$K = \varepsilon - \varepsilon' = 0,75 - 0,43 = 0,32 \text{ МэВ}. \quad (8.18)$$

3) Импульс электрона отдачи  $p_e$  найдем из закона сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона и электрона отдачи:

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_e. \quad (8.19)$$

Этот закон представлен на векторной диаграмме импульсов, изображенной на рис. 8.1. Все векторы проведены из точки  $O$ , где находится электрон в момент соударения с фотоном.

Модуль импульса электрона отдачи определим по теореме косинусов:

$$p_e = \sqrt{p_\phi^2 + p_\phi'^2 - 2p_\phi p_\phi' \cos\theta}. \quad (8.20)$$

Приняв во внимание связь между импульсами фотонов и их энергиями (8.3), получим

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - 2\varepsilon\varepsilon' \cos\theta}. \quad (8.21)$$

Подставив в (8.21) значения энергий с учетом, что  $1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ , получим

$$p_e \approx 0,35 \cdot 10^{-21} \text{ кг}\cdot\text{м/с}. \quad (8.22)$$

4) Найдем угол  $\varphi$ , определяющий направления движения электрона отдачи (рис. 8.1). Из диаграммы импульсов найдем

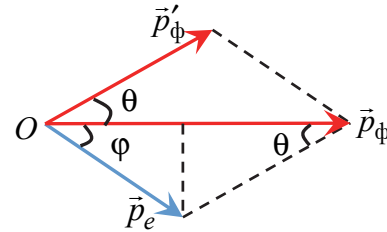


Рис. 8.1

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p'_\phi \sin\theta}{p_\phi - p'_\phi \cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\frac{p_\phi}{p'_\phi} - \cos\theta}. \quad (8.23)$$

Приняв во внимание связь между импульсами фотонов и их энергиями (8.3), получим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} - \cos\theta} = \frac{\sin 60}{\frac{0,75}{0,43} - \cos 60} \approx 0,696. \quad (8.24)$$

Отсюда  $\varphi \approx 35^\circ$ .

**Пример 3.** Накаленная нить проходит по оси цилиндра длиной  $L = 10$  см и радиусом  $R = 5$  см. Нить излучает световой поток мощностью  $P = 600$  Вт. Считая световой поток симметричным относительно нити накала, определите давление света на поверхность цилиндра. Коэффициент отражения света от цилиндра  $\rho = 10\%$ .

**Решение.** Энергетическая освещенность поверхности цилиндра – это энергия, падающая на единицу площади поверхности в единицу времени:

$$E_s = \frac{W}{S\Delta t} = \frac{P}{S}, \quad (8.25)$$

где  $S = 2\pi RL$  – площадь поверхности цилиндра.

Световое давление определим по формуле (8.7) с учетом (8.25):

$$p = (1 + \rho) \frac{P}{2\pi RLc}. \quad (8.26)$$

Подставив в (8.26) численные данные из условия задачи, выполним вычисления:

$$p = (1 + 0,1) \frac{600}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 70 \text{ мкПа}. \quad (8.27)$$

## Задачи

**8.1.** Определите энергию, массу и импульс фотона видимого света с длиной волны  $\lambda = 550$  нм.

**8.2.** Определите импульс фотона, энергия которого  $\varepsilon = 10$  кэВ.

**8.3.** Найдите энергию и длину волны излучения, масса фотонов которого равна массе покоя электрона.

**8.4.** Источник света мощностью  $P = 100$  Вт испускает  $N = 3,5 \cdot 10^{20}$  фотонов за  $\Delta t = 1$  с. Найдите длину волны излучения.

**8.5.** Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость  $v_0 = 10^6$  м/с и ускоренного разностью потенциалов  $U = 4,1$  В. Найдите длину волны фотона.

**8.6.** Определите длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, пролетевшего из состояния покоя, ускоряющую разность потенциалов  $U = 4,9$  В.

**8.7.** Сколько фотонов попадает за  $\Delta t = 1$  с в глаза человека, если глаз воспринимает свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм при мощности светового потока  $P = 2 \cdot 10^{-17}$  Вт?

**8.8.** Найдите напряжение, при котором должна работать рентгеновская трубка, чтобы минимальная волна излучения была равна  $\lambda = 1$  нм.

**8.9.** С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны  $\lambda = 5200 \cdot 10^{-10}$  м?

**8.10.** На сколько энергия квантов фиолетового излучения ( $\nu_{\text{ф}} = 7,5 \cdot 10^{14}$  Гц) больше энергии квантов красного света ( $\nu_{\text{кр}} = 4 \cdot 10^{14}$  Гц)?

**8.11.** Сколько фотонов зеленого излучения с длиной волны  $\lambda = 520$  нм в вакууме будут иметь энергию  $W = 10^{-3}$  Дж?

**8.12.** Найдите массу фотона: 1) красных лучей видимого света ( $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$  м); 2) рентгеновских лучей ( $\lambda = 0,25 \cdot 10^{-10}$  м); 3) гамма-лучей ( $\lambda = 1,24 \cdot 10^{-12}$  м).

**8.13.** Определите наибольшую длину волны света, при которой может происходить фотоэффект для платины. Работа выхода электронов из платины  $A_{\text{вых}} = 5,3$  эВ.

**8.14.** Определите наибольшую скорость электрона, вылетевшего из цезия, при освещении его светом с частотой  $\nu = 750$  ТГц. Работа выхода электронов из цезия  $A_{\text{вых}} = 1,94$  эВ.

**8.15.** Наибольшая длина волны света, при которой наблюдается фотоэффект для калия,  $\lambda_{\text{max}} = 5,6 \cdot 10^{-5}$  см. Найдите работу выхода электронов из калия.

**8.16.** Наибольшая длина волны света, при которой происходит фотоэффект для вольфрама,  $\lambda_{\text{кр}} = 0,275$  мкм. Найдите работу выхода электронов из вольфрама и наибольшую энергию электронов, вырывааемых из вольфрама светом с длиной волны  $\lambda = 0,18$  мкм. Чему равна скорость этих электронов?

**8.17.** Цезий освещают желтым монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 0,589 \cdot 10^{-6}$  м. Определите кинетическую энергию вылетающих из цезия электронов. Работа выхода электронов из цезия  $A_{\text{вых}} = 1,94$  эВ.

**8.18.** В одном из опытов по фотоэффекту металлическая пластина освещалась светом с длиной волны  $\lambda = 420$  нм. Работа выхода электрона с поверхности пластины равна  $A_{\text{вых}} = 2$  эВ. При какой задерживающей разности потенциалов прекращается фототок?

**8.19.** Определите скорость фотоэлектронов при освещении калия фиолетовым светом с длиной волны  $\lambda = 4,2 \cdot 10^{-7}$  м, если работа выхода электронов с поверхности калия  $A_{\text{вых}} = 2,2$  эВ.

**8.20.** Какова наименьшая частота света, при которой еще наблюдается фотоэффект, если работа выхода электрона из металла  $A_{\text{вых}} = 3,3 \cdot 10^{-19}$  Дж?

**8.21.** Какой частоты свет следует направить на поверхность платины, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была равна  $v_{\text{max}} = 3000$  км/с? Работу выхода электронов из платины принять равной  $A_{\text{вых}} = 5,3$  эВ.

**8.22.** Работа выхода электрона из калия равна  $A_{\text{вых}} = 2,2$  эВ. Будет ли наблюдаться фотоэффект при освещении калия светом с длиной волны  $\lambda = 0,7$  мкм?

**8.23.** Для фотокатода, выполненного из вольфрама, работа выхода равна  $A_{\text{вых}} = 4,5$  эВ. Определите, при какой максимальной длине волны происходит фотоэффект.

**8.24.** На пластинку падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,42$  мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов  $U_3 = 0,95$  В. Определите работу выхода электронов с поверхности пластинки.

**8.25.** На цинковую пластинку падает пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны  $\lambda = 0,2$  мкм. Определите максимальную кинетическую энергию и максимальную скорость фотоэлектронов. Работа выхода для цинка  $A_{\text{вых}} = 4,2$  эВ.

**8.26.** Облучение литиевого фотокатода производится фиолетовыми лучами, длина волны которых равна  $\lambda = 0,4$  мкм. Определите скорость фотоэлектронов, если длина волны красной границы фотоэффекта для лития равна  $\lambda_{\text{кр}} = 0,52$  мкм.

**8.27.** Кинетическая энергия электронов, выбитых из цезиевого катода, равна  $K = 3$  эВ. Определите длину волны света, падающего на катод. Работа выхода для цезия  $A_{\text{вых}} = 1,94$  эВ.

**8.28.** Какую часть энергии фотона составляет работа выхода электронов из фотокатода, если красная граница для материала фотокатода равна  $\lambda_{\text{кр}} = 0,54$  мкм, кинетическая энергия фотоэлектронов  $K = 0,5$  эВ?

**8.29.** Фотон с длиной волны  $\lambda = 0,2$  мкм вырывает с поверхности фотокатода электрон, кинетическая энергия которого  $K = 2$  эВ. Определите работу выхода и красную границу фотоэффекта.

**8.30.** Красная граница фотоэффекта для никеля равна  $\lambda_{\text{кр}} = 0,257$  мкм. Найдите длину волны света, падающего на никелевый электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов, равной  $U_3 = 1,5$  В.

**8.31.** Работа выхода электронов из кадмия равна  $A_{\text{вых}} = 4,04$  эВ. Какой должна быть длина волны излучения, падающего на кадмий, чтобы при фотоэффекте максимальная скорость вылетающих электронов составляла  $v_{\text{max}} = 7,2 \cdot 10^5$  м/с?

**8.32.** При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн  $\lambda_1 = 0,35$  мкм и  $\lambda_2 = 0,54$  мкм обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в 2 раза. Найдите работу выхода электронов с поверхности этого металла.

**8.33.** При освещении поверхности некоторого металла светом с длиной волны  $\lambda = 0,22$  мкм задерживающий потенциал равен  $U_3 = 1,14$  В. Найдите работу выхода электронов из этого металла.

**8.34.** Найдите частоту света, падающего на пластинку никеля, если скорость фотоэлектронов  $v = 2,8 \cdot 10^6$  м/с. Работа выхода электронов из никеля  $A_{\text{вых}} = 4,9$  эВ.

**8.35.** При облучении металла светом с длиной волны  $\lambda_1 = 500$  нм фотоэлектроны задерживаются разностью потенциалов  $U_{31} = 1,2$  В. Какова задерживающая разность потенциалов при облучении металла светом с длиной волны  $\lambda_2 = 400$  нм?

**8.36.** Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна  $\lambda_{\text{кр}} = 0,5$  мкм. При какой частоте падающего света оторвавшиеся с его поверхности электроны будут полностью задерживаться потенциалом в  $U_3 = 3$  В?

**8.37.** Металлическая пластина, работа выхода для которой равна  $A_{\text{вых}} = 4,7$  эВ, освещена излучением с длиной волны  $\lambda = 180$  нм. Какой максимальный импульс передается пластинке при вырывании электронов?

**8.38.** Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 400$  нм. Определите наименьшее запирающее напряжение, при котором фототок прекратится. Работа выхода электронов из калия равна  $A_{\text{вых}} = 2,2$  эВ.

**8.39.** Какой должна быть длина волны излучения, падающего на стронций, чтобы при фотоэффекте максимальная кинетическая энергия электронов равнялась  $K_{\text{max}} = 1,8 \cdot 10^{-19}$  Дж? Красная граница фотоэффекта для стронция —  $\lambda_{\text{кр}} = 550$  нм.

**8.40.** Гамма-фотон с длиной волны  $\lambda = 1,2$  пм в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол  $\theta = 60^\circ$ . Определите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

**8.41.** Угол рассеяния фотона с энергией  $\epsilon = 1,2$  МэВ на свободном электроне  $\theta = 60^\circ$ . Найдите длину волны рассеянного фотона, энергию и импульс электрона отдачи (кинетической энергией электрона до соударения пренебречь).

**8.42.** В результате комптоновского эффекта электрон приобрел энергию  $K = 0,5$  МэВ. Определите энергию падающего фотона, если длина волны рассеянного фотона  $\lambda' = 2,5 \cdot 10^{-12}$  м.

**8.43.** Фотон с импульсом  $p = 5,44 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с был рассеян на свободном электроне на угол  $\theta = 30^\circ$  в результате эффекта Комптона. Определите импульс рассеянного фотона.

**8.44.** Фотон с энергией  $\epsilon = 0,51$  МэВ в результате комптоновского рассеяния отклонился на угол  $\theta = 180^\circ$ . Определите долю энергии в процентах, оставшуюся у рассеянного фотона.

**8.45.** В результате комптоновского рассеяния на свободном покоящемся электроне длина волны  $\gamma$ -фотона увеличилась вдвое. Найдите кинетическую энергию и импульс электрона отдачи, если угол рассеяния равен  $\theta = 60^\circ$ .

**8.46.** Фотон с энергией  $\epsilon = 0,25$  МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия рассеянного фотона равна  $\epsilon' = 0,2$  МэВ. Определите угол рассеяния.

**8.47.** Первоначально покоившийся электрон приобрел кинетическую энергию  $K = 0,06$  МэВ в результате комптоновского рассеяния на нем  $\gamma$ -фотона с энергией  $\epsilon = 0,51$  МэВ. Чему равен угол рассеяния фотона?

**8.48.** Определите угол рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии равно  $\Delta\lambda = 3,62$  пм.

**8.49.** Фотон с энергией  $\epsilon = 1$  МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроне. Найдите кинетическую энергию электрона отдачи, если в результате рассеяния длина волны фотона изменилась на  $\eta = 25\%$ .

**8.50.** На каких частицах произошло рассеяние фотона с энергией  $\epsilon = 2,044$  МэВ, если энергия рассеянного фотона уменьшилась втрое при угле рассеяния  $\theta = 60^\circ$ ?

**8.51.** В результате эффекта Комптона фотон с энергией  $\epsilon = 1,02$  МэВ рассеян на свободных электронах на угол  $\theta = 150^\circ$ . Определите энергию рассеянного фотона.

**8.52.** Определите импульс электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол, равный  $\theta = 180^\circ$ .

**8.53.** В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол  $\theta = 90^\circ$ . Энергия рассеянного фотона равна  $\epsilon' = 0,4$  МэВ. Определите энергию фотона до рассеяния.

**8.54.** Угол рассеяния фотона  $\theta = 90^\circ$ . Угол отдачи электрона  $\varphi = 30^\circ$ . Определите энергию падающего фотона.

**8.55.** Длина волны фотона равна комптоновской длине волны электрона. Определите энергию и импульс фотона.

**8.56.** Энергия падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определите долю энергии падающего фотона, которую сохранит рассеянный фотон, и долю этой энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния равен: 1)  $\theta = 60^\circ$ ; 2)  $\theta = 90^\circ$ .

**8.57.** Фотон с длиной волны  $\lambda = 5$  пм испытал комптоновское рассеяние под углом  $\theta = 90^\circ$  на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите: 1) изменение длины волны при рассеянии; 2) кинетическую энергию электрона отдачи; 3) импульс электрона отдачи.

**8.58.** В эффекте Комптона фотон рассеялся под углом  $\theta = 120^\circ$  на покоившемся свободном электроне, в результате чего электрон получил кинетическую энергию  $K = 0,45$  МэВ. Найдите энергию фотона до рассеяния.

**8.59.** Свет падает нормально на зеркальную поверхность и оказывает на нее давление  $p = 40$  мкПа. Какова энергетическая освещенность поверхности?

**8.60.** Определите давление солнечных лучей, нормально падающих на зеркальную поверхность. Интенсивность солнечного излучения принять равной  $E_s = 1,37$  кВт/м<sup>2</sup>.

**8.61.** Свет падает нормально на зачерненную поверхность и за время  $t = 10$  мин приносит энергию  $W = 20$  Дж. Площадь поверхности  $S = 3$  см<sup>2</sup>. Найдите энергетическую освещенность поверхности и давление света.

**8.62.** Световой поток плотностью  $j = 120$  Вт/м<sup>2</sup> падает нормально на поверхность и оказывает давление  $p = 0,5$  мкПа. Найдите коэффициент отражения поверхности.

**8.63.** Световой поток падает нормально на идеально отражающую поверхность площади  $S = 5$  см<sup>2</sup>. За время  $t = 3$  мин энергия упавшего света  $W = 9$  Дж. Найдите давление света.

**8.64.** Свет с плотностью потока  $j = 0,1$  Вт/см<sup>2</sup> падает на зеркальную поверхность под углом падения  $\alpha = 30^\circ$ . Определите давление света на поверхность.

**8.65.** Найдите давление света, оказываемое на зачерненную поверхность колбы лампы накаливания изнутри. Колбу считать сферой радиусом  $r = 10$  см, спираль лампы принять точечным источником света мощностью  $P = 1$  кВт.

**8.66.** На пластинку, которая отражает  $\rho = 70\%$  падающего света, каждую секунду перпендикулярно падают  $N = 3 \cdot 10^{20}$  одинаковых фотонов, которые оказывают на пластинку действие силой  $F = 0,675$  мкН. Определите длину волны падающего света.

**8.67.** Источник находится на расстоянии  $r = 10$  см от зеркальной поверхности. Давление света на поверхность равно  $p = 1$  мкПа. Найдите мощность источника.

**8.68.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление  $p = 4$  мкПа. Определите число фотонов, ежесекундно падающих на площадь  $S = 1$  см<sup>2</sup> этой поверхности.

**8.69.** Свет падает на зеркальную поверхность под углом  $\alpha = 60^\circ$ . Плотность светового потока  $j = 1$  кВт/м<sup>2</sup>. Определите давление света на поверхность.

**8.70.** Пучок параллельных лучей света падает нормально на плоскую зеркальную поверхность. Определите силу давления, испытываемую этой поверхностью, если ее площадь  $S = 2$  м<sup>2</sup>, а энергетическая освещенность поверхности  $E_s = 0,6$  Вт/м<sup>2</sup>.

**8.71.** Определите давление, оказываемое светом с длиной волны  $\lambda = 0,4$  мкм на черную поверхность, если ежесекундно на  $S = 1$  м<sup>2</sup> поверхности нормально падает  $N = 6 \cdot 10^{20}$  фотонов.



**8.72.** Световое давление, испытываемое зеркальной поверхностью площадью  $S = 1 \text{ м}^2$ , равно  $p = 10^{-6} \text{ Па}$ . Найдите длину волны света, если на поверхность каждую секунду падает  $N = 5 \cdot 10^{20}$  фотонов.

**8.73.** Давление света на зеркальную поверхность, расположенную на расстоянии  $r = 2 \text{ м}$  от лампочки, нормально падающим лучом равно  $p = 10^{-8} \text{ Па}$ . Определите мощность, расходуемую на излучение.

**8.74.** Давление света с длиной волны  $\lambda = 0,55 \text{ мкм}$ , нормально падающего на зеркальную поверхность, равно  $p = 9 \text{ мкПа}$ . Определите концентрацию фотонов вблизи поверхности.

**8.75.** На зеркальную поверхность площадью  $S = 4,5 \text{ см}^2$  падает нормально свет. Энергетическая освещенность поверхности  $E_s = 20 \text{ Вт/см}^2$ . Какой импульс передадут фотоны поверхности за время  $\Delta t = 5 \text{ с}$ ?

**8.76.** Найдите давление света на стенки электрической лампы мощностью  $P = 100 \text{ Вт}$ . Колба лампы – сферический сосуд радиусом  $R = 5 \text{ см}$ , стенки которого отражают  $\rho = 10\%$  падающего на них света. Считать, что вся потребляемая лампой мощность идет на излучение.

**8.77.** Пучок света с длиной волны  $\lambda = 0,49 \text{ мкм}$ , падая перпендикулярно поверхности, производит на нее давление  $p = 5 \text{ мкПа}$ . Определите, сколько фотонов падает каждую секунду на  $S = 1 \text{ м}^2$  этой поверхности? Коэффициент отражения света от данной поверхности  $\rho = 0,25$ .

**8.78.** Пучок параллельных лучей монохроматического света падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения  $\Phi = 0,6 \text{ Вт}$ . Определите силу давления, испытываемую этой поверхностью.

**8.79.** На идеально отражающую поверхность падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,55 \text{ мкм}$ . Поток излучения равен  $\Phi = 0,45 \text{ Вт}$ . Определите число фотонов, падающих на поверхность за время  $\Delta t = 3 \text{ с}$ , и силу давления, испытываемую этой поверхностью.

**8.80.** Давление монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 600 \text{ нм}$  на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, составляет  $p = 0,1 \text{ мкПа}$ . Определите концентрацию фотонов в световом пучке и число фотонов, падающих каждую секунду на  $S = 1 \text{ м}^2$  поверхности.

## § 9. Элементы квантовой механики

### Основные формулы и законы

#### 1. Длина волны де Бройля:

$$\lambda_{\text{Бр}} = \frac{h}{p}, \quad (9.1)$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $p$  – импульс частицы.

#### 2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга:

а) для координаты и импульса частицы

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \gtrsim \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \gtrsim \hbar, \quad (9.2)$$

б) для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar, \quad (9.3)$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$  – неопределенности координат и проекций импульса микрообъекта на координатные оси;  $\Delta E$  – неопределенность измерения энергии за промежуток времени  $\Delta t$ ;  $\hbar = h / 2\pi$  – постоянная Планка.

#### 3. Временная волновая функция стационарных состояний:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\omega t}, \quad (9.4)$$

где  $\psi(x, y, z)$  – волновая функция стационарных состояний;  $\omega = E / \hbar$ ,  $E$  – полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного состояния.

#### 4. Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - \Pi) \psi = 0, \quad (9.5)$$

где  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$  – оператор Лапласа;  $m$  – масса частицы;  $\Pi$  – ее потенциальная энергия.

#### 5. Вероятность обнаружить частицу в объеме $V$ :

$$P = \int_V |\psi|^2 dV, \quad (9.6)$$

где  $|\psi|^2 = \psi \psi^*$  – плотность вероятности обнаружить частицу в некоторой точке пространства;  $\psi^*$  – комплексно сопряженная волновая функция.

**6. Условие нормировки волновой функции:**

$$\int |\psi|^2 dV = 1, \quad (9.7)$$

где интеграл берется по всему пространству.

**7. Среднее значение любой физической величины  $A$ :**

$$\langle A \rangle = \int \psi^* \hat{A} \psi dV = \int A |\psi|^2 dV, \quad (9.8)$$

где  $\hat{A}$  – оператор физической величины  $A$ .

**8. Физическая величина  $A$  имеет определенное значение в состоянии, которое описывается волновой функцией  $\psi$ , удовлетворяющей уравнению:**

$$\hat{A}\psi = A\psi, \quad (9.9)$$

где  $\psi$  – собственная функция оператора физической величины  $\hat{A}$ ;  $A$  – его собственное значение.

**9. Операторы физических величин:****Соответствие физических величин операторам**

Физическая величина	Оператор
Координата $x$	$\hat{x} = x$
Любая функция координаты $f(x)$	$\hat{f} = f(x)$
Импульс $p_x$	$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$
Момент импульса $L_z$	$\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi}$
Кинетическая энергия $K$	$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$
Полная энергия $E = K + \Pi$	$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \Pi(x, y, z)$

где  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица. Формулы классической физики, связывающие физические величины, в квантовой механике следует рассматривать как формулы, связывающие операторы физических величин.

**10. Волновая функция свободной частицы ( $\Pi = 0$ ), движущейся вдоль оси  $x$ :**

$$\psi = Ce^{ikx}, \quad (9.10)$$

где  $k = p / \hbar = 2\pi / \lambda_{\text{Бр}}$ .

**11. Энергия частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками:**

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.11)$$

**12. Волновая функция стационарных состояний частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками:**

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9.12)$$

**13. Коэффициент отражения частицы с энергией  $E$  от бесконечно широкого прямоугольного потенциального барьера высотой  $\Pi_0$ :**

$$R = \frac{(\sqrt{E} - \sqrt{E - \Pi_0})^2}{(\sqrt{E} + \sqrt{E - \Pi_0})^2}. \quad (9.13)$$

**14. Показатель преломления волн де Бройля при прохождении бесконечно широкого прямоугольного потенциального барьера высотой  $\Pi_0$ :**

$$n = \sqrt{\frac{E - \Pi_0}{E}}. \quad (9.14)$$

Длина волны де Бройля частицы после прохождения потенциального барьера изменяется:

$$\lambda_{2\text{Бр}} = \lambda_{1\text{Бр}} \sqrt{\frac{E}{E - \Pi_0}}. \quad (9.15)$$

**15. Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера высотой  $\Pi_0$  и шириной  $a$  для частицы с энергией  $E$ :**

$$D \approx \exp\left(-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(\Pi_0 - E)}\right). \quad (9.16)$$

### 16. Момент импульса квантовой частицы:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (9.17)$$

где  $l$  – орбитальное квантовое число.

### 17. Проекция момента импульса квантовой частицы на ось $z$ :

$$L_z = \hbar m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (9.18)$$

где  $m$  – магнитное квантовое число.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Определите ускоряющую разность потенциалов, которую протон прошел в электрическом поле, если его длина волны де Бройля  $\lambda_{\text{Бр}} = 2$  нм. Начальной скоростью протона пренебечь.

**Решение.** Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии, согласно которой изменение кинетической энергии протона при движении в электрическом поле определяется работой сил, действующих на частицу со стороны электрического поля:

$$K_2 - K_1 = A_{\text{эл}}. \quad (9.19)$$

Поскольку начальной скоростью протона можно пренебечь, то его начальная кинетическая энергия  $K_1 = 0$ , а кинетическая энергия после прохождения некоторой разности потенциалов в электрическом поле

$$K_2 = \frac{m v^2}{2} = \frac{p^2}{2m}, \quad (9.20)$$

где  $p = mv$  – импульс протона.

Из определения длины волны де Бройля (9.1) найдем

$$p = \frac{h}{\lambda_{\text{Бр}}}. \quad (9.21)$$

Работа электрического поля по перемещению заряда  $q = e$  определяется разностью потенциалов  $U$ , которую заряд пройдет в электрическом поле, по формуле

$$A_{\text{эл}} = eU. \quad (9.22)$$

Подставив (9.20) с учетом (9.21) и (9.22) в (9.19), найдем разность потенциалов, которую протон прошел в электрическом поле:

$$U = \frac{h^2}{2me\lambda_{\text{Бр}}^2}. \quad (9.23)$$

Приняв во внимание табличные значения постоянной Планка, элементарного заряда и массы протона, выполним вычисления по формуле (9.23):

$$U = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (2 \cdot 10^{-9})^2} \approx 0,2 \text{ мВ}. \quad (9.24)$$

**Пример 2.** В электронной лампе пучок электронов, испущенный нагретым катодом, попадает на анод, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U = 300$  В. Определите, можно ли одновременно измерить положение электрона с точностью  $\Delta x = 0,1$  нм и его скорость с точностью  $\eta = 15\%$  вблизи анода. Распределением электронов по скоростям пренебречь и считать электронный пучок моноэнергетическим.

**Решение.** Согласно принципу неопределенности Гейзенберга, существует принципиальный (не зависящий от точности приборов и методики измерения) предел точности, с которой динамические параметры могут быть измерены. Соотношение неопределенностей для координаты и импульса (9.2) определяет предел неопределенностей координаты  $\Delta x$  и импульса  $\Delta p_x$ , с которыми данные величины можно измерить. Чем точнее измерение координаты, тем с меньшей точностью возможно установить значение импульса частицы, и наоборот. Так, если положение частицы вдоль направления распространения известно с неопределенностью  $\Delta x$ , то импульс частицы вдоль этого же направления можно измерить с максимальной точностью:

$$\Delta p_{x0} \approx \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{10^{-10}} \approx 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}. \quad (9.25)$$

Более точные измерения импульса с меньшим значением неопределенности  $\Delta p_x$  принципиально невозможны.

Так как неопределенность измерения скорости вдоль направления распространения электрона в данной задаче  $\Delta v_x = \eta v$ , то неопределенность измерения импульса электрона равна

$$\Delta p_x = m \Delta v_x = \eta m v, \quad (9.26)$$

где скорость электрона  $v$  вблизи анода найдем из теоремы об изменении кинетической энергии (9.19) с учетом (9.20) и (9.22):

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (9.27)$$

Тогда

$$\Delta p_x = \eta \sqrt{2emU}. \quad (9.28)$$

Приняв во внимание табличные значения элементарного заряда и массы электрона по формуле (9.28), найдем

$$\Delta p_x = 0,15 \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 300} \approx 1,4 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot \text{м/с}. \quad (9.29)$$

Данная точность измерения значительно меньше максимально возможной точности (9.25), поэтому в данных условиях можно одновременно измерить положение и скорость электрона с указанными погрешностями измерения.

**Пример 3.** Волновая функция некоторой частицы имеет вид  $\psi(r) = Ce^{-ar} / r$ , где  $r$  – расстояние от частицы до силового центра;  $a$  – положительная постоянная;  $C$  – нормировочный коэффициент. Определите значение нормировочного коэффициента.

**Решение.** Нормировочный коэффициент  $C$  определим из условия нормировки волновой функции (9.7). То, что волновая функция  $\psi(r)$  зависит только от расстояния частицы до силового центра, указывает на ее сферическую симметрию. Поэтому в качестве элемента объема  $dV$  в (9.7) необходимо выбрать тонкий сферический слой с расстоянием  $r$  до центра и толщиной  $dr$ :

$$dV = 4\pi r^2 dr. \quad (9.30)$$

Тогда условие нормировки (9.7) примет вид

$$\int_0^{\infty} \frac{C^2}{r^2} e^{-2ar} 4\pi r^2 dr = 4\pi C^2 \int_0^{\infty} e^{-2ar} dr = 1. \quad (9.31)$$

Выполнив интегрирование, найдем, что

$$\int_0^{\infty} e^{-2ar} dr = -\frac{1}{2a} e^{-2ar} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2a}. \quad (9.32)$$

Подставив интеграл (9.32) в (9.31), выразим из получившегося уравнения нормировочный коэффициент:

$$\frac{2\pi C^2}{a} = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \sqrt{\frac{a}{2\pi}}. \quad (9.33)$$

**Пример 4.** Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками в основном энергетическом состоянии. Определите вероятность обнаружить частицу в интервале  $0 \leq x \leq a/5$ .

**Решение.** Волновая функция частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками на  $n$ -м энергетическом уровне, имеет вид (9.12). Для основного состояния ( $n = 1$ ) запишем:

$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right). \quad (9.34)$$

Тогда искомую вероятность найдем из выражения (9.6):

$$P = \int_0^{a/5} |\psi_1|^2 dx = \frac{2}{a} \int_0^{a/5} \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx. \quad (9.35)$$

Для вычисления интеграла учтем в подынтегральном выражении, что  $2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$ . Таким образом,

$$P = \frac{1}{a} \int_0^{a/5} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)\right) dx. \quad (9.36)$$

Выполнив интегрирование, найдем

$$P = \frac{1}{a} \left( x - \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right) \Big|_0^{a/5} = \frac{1}{5} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) \approx 0,049. \quad (9.37)$$

**Пример 5.** Электрон с длиной волны де Бройля  $\lambda_{\text{Бр}} = 0,1$  нм при движении в положительном направлении оси  $x$  встречает на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер



высотой  $\Pi_0 = 100$  эВ. Определите коэффициент отражения волн де Бройля от барьера.

**Решение.** Энергия электрона до его столкновения с барьером численно равна его кинетической энергии, которая связана с импульсом частицы  $p = m\nu$  соотношением

$$E = \frac{m\nu^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \quad (9.38)$$

Из определения длины волны де Бройля (9.1) следует, что

$$p = \frac{h}{\lambda_{\text{Бр}}}. \quad (9.39)$$

Подставив (9.39) в (9.38) и приняв во внимание значения постоянной Планка и массы электрона, найдем

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda_{\text{Бр}}^2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,1 \cdot 10^{-9})^2} \approx 2,4 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}. \quad (9.40)$$

Так как  $1 \text{ Дж} = 1 / (1,6 \cdot 10^{-19})$  эВ, то энергия электрона, выраженная в электронвольтах, равна

$$E \approx 150 \text{ эВ}. \quad (9.41)$$

Коэффициент отражения от барьера найдем по формуле (9.13), подставив туда найденное значение энергии (9.41) и высоту потенциального барьера  $\Pi_0$ :

$$R = \frac{(\sqrt{E} - \sqrt{E - \Pi_0})^2}{(\sqrt{E} + \sqrt{E - \Pi_0})^2} = \frac{(\sqrt{150} - \sqrt{150 - 100})^2}{(\sqrt{150} + \sqrt{150 - 100})^2} \approx 0,268. \quad (9.42)$$

## Задачи

**9.1.** Скорость протона, движущегося в направлении оси  $x$ , может быть измерена с точностью  $\Delta\nu = 10^{-6}$  м/с. Найдите предел точности, с которой может быть определено местоположение протона: а) по оси  $x$ ; б) по оси  $y$ . Как изменится величина предела точности, если вместо протона рассмотреть движение  $\alpha$ -частицы?

**9.2.** Неопределенность в нахождении местоположения нерелятивистской частицы, движущейся в направлении оси  $x$ , равна длине

волны де Бройля для этой частицы  $\Delta x = \lambda_{\text{Бр}}$ . Найдите относительную неопределенность ее скорости  $\Delta v / v$ .

**9.3.** Неопределенность в нахождении координаты прямолинейно движущегося электрона равна  $\Delta x = 0,1$  нм. Найдите неопределенность величины: а) модуля импульса  $p$ ; б) модуля скорости  $v$ ; в) кинетической энергии  $K$ .

**9.4.** Время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau = 5 \cdot 10^{-9}$  с. Найдите разброс энергий  $\Delta \epsilon$ , испускаемых атомом фотонов (ширину возбужденного энергетического уровня), при излучательном переходе в основное состояние.

**9.5.** При излучательном переходе атома из возбужденного состояния в основное наблюдается спектральная линия с максимумом при  $\lambda = 500$  нм. Определите ширину спектральной линии  $\Delta \lambda$ , если известно время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau = 0,1$  пс.

**9.6.** Найдите длину волны де Бройля для: а) электрона, который движется прямолинейно со скоростью  $v = 1 \cdot 10^5$  м/с; б) протона, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре  $T = 273$  К; в) шарика массой  $m = 1$  г, движущегося со скоростью  $v = 1$  м/с.

**9.7.** Определите длину волны де Бройля  $\lambda_{\text{Бр}}$  для протона, который движется с кинетической энергией  $K$ , равной: а) 1 МэВ; б) 1 ГэВ.

**9.8.** После того как частица с зарядом  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл прошла ускоряющую разность потенциалов  $U = 50$  В ее длина волны де Бройля составила  $\lambda_{\text{Бр}} = 0,1$  нм. Определите массу частицы.

**9.9.** Частица, имеющая заряд  $q$ , движется по окружности радиусом  $r$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ . Найдите выражение для длины волны де Бройля этой частицы.

**9.10.** Какой минимальной кинетической энергией будет обладать электрон, локализованный в одномерной потенциальной яме размером  $l = 0,2$  нм? Какова его длина волны де Бройля?

**9.11.** Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с прямоугольной щелью шириной  $a = 1$  мкм. Определите скорость электронов в пучке, если на экране, находящемся на расстоянии  $l = 0,5$  м от диафрагмы, ширина центрального дифракционного максимума  $\Delta x = 3,6 \cdot 10^{-4}$  м.

**9.12.** Волновая функция частицы, движущейся в поле центральных сил, имеет вид  $\psi = Ce^{-r/a}$ , где  $C$  – нормировочный множитель;  $r$  – расстояние от частицы до силового центра;  $a$  – некоторая постоянная ( $a > 0$ ). Используя условие нормировки, определите значение нормировочного множителя.

**9.13.** Волновая функция частицы, движущейся в одномерном пространстве, имеет вид  $\psi = C \sin(2\pi x / a)$ , где  $C$  – нормировочный множитель;  $x$  – координата частицы;  $a$  – некоторая постоянная ( $a > 0$ ). Волновая функция определена в интервале  $0 \leq x \leq a$ . Используя условие нормировки, определите значение нормировочного множителя.

**9.14.** Волновая функция частицы, движущейся в поле центральных сил, имеет вид  $\psi = C e^{-ar} / r$ , где  $C$  – нормировочный множитель;  $r$  – расстояние от частицы до силового центра;  $a$  – некоторая постоянная ( $a > 0$ ). Нормируйте волновую функцию и определите среднее расстояние частицы до силового центра.

**9.15.** Волновая функция частицы, движущейся в поле центральных сил, имеет вид  $\psi = C e^{-r/a}$ , где  $C$  – нормировочный множитель;  $r$  – расстояние от частицы до силового центра;  $a$  – некоторая постоянная ( $a > 0$ ). Определите наиболее вероятное расстояние частицы до силового центра.

**9.16.** Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками. Решая стационарное уравнение Шредингера, найдите волновую функцию частицы в потенциальной яме (в области  $0 \leq x \leq a$ ).

**9.17.** Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками. Найдите выражение для собственных значений энергии частицы  $E_n$ .

**9.18.** Волновая функция частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид  $\psi(x) = C \sin(kx)$  ( $0 \leq x \leq a$ ). Используя свойство непрерывности волновой функции, найдите возможные значения параметра  $k$ . Определите значение нормировочного множителя.

**9.19.** Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками. Найдите среднее значение координаты частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками.

**9.20.** Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками в состоянии с минимальной энергией (основное состояние,  $n = 1$ ). Найдите вероятность обнаружения частицы: а) в области  $0 \leq x \leq a / 4$ ; б) в области  $0 \leq x \leq a / 3$ ; в) в области  $a / 4 \leq x \leq a / 2$ .

**9.21.** Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками в первом возбужденном состоянии с энергией  $E_n$  ( $n = 2$ ). Найдите вероятность обнаружения частицы: а) в области  $0 \leq x \leq a/4$ ; б) в области  $0 \leq x \leq a/2$ .

**9.22.** Волновая функция частицы, движущейся в одномерном пространстве, имеет вид  $\psi(x) = C \sin(2x)$ , где  $C$  – нормировочный множитель;  $x$  – координата частицы. Проверьте, что данная функция является собственной функцией оператора  $\hat{D} = -\partial^2 / \partial x^2$ . Чему равно собственное значение этого оператора, соответствующее данной функции?

**9.23.** Найдите собственные функции  $\psi(x)$  и собственные значения оператора  $\hat{S} = -i\partial / \partial x$ , если известно, что волновая функция удовлетворяет выражению  $\psi(x) = \psi(x + a)$ , где  $a$  – некоторая постоянная.

**9.24.** Волновая функция частицы массой  $m$  в интервале  $-l \leq x \leq l$  имеет вид  $\psi(x) = e^{ikx} / \sqrt{2l}$ , где  $k = p / \hbar$ ,  $p$  – импульс частицы. Вне этого интервала  $\psi(x) = 0$ . Найдите среднее значение кинетической энергии частицы в этом состоянии.

**9.25.** Свободная частица с массой  $m$  имеет одну степень свободы и движется вдоль оси  $x$ . Определите возможные значения энергии частицы.

**9.26.** Частица с массой  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками. Найдите разность энергий  $E_{n+1} - E_n$  соседних уровней частицы для: а)  $n = 1$ ; б)  $n = 2$ ; в)  $n = 4$ .

**9.27.** Определите ширину одномерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками, при которой разность соседних энергетических уровней частицы с массой  $m$ , находящейся в яме, сопоставима с ее средней кинетической энергией при температуре  $T$ .

**9.28.** Определите, будет ли квантоваться энергия свободных электронов в металлическом бруске? Для оценки примите линейные размеры бруска ( $l = 1$  м) в качестве ширины прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками, в которой движутся электроны.

**9.29.** Модуль момента импульса квантовой частицы  $L = \hbar\sqrt{2}$ . Используя волновую функцию частицы в виде  $\psi = Ce^{i\alpha\varphi}$ , определите собственные значения  $L_z$  оператора проекции углового момента на ось  $z$ .

**9.30.** Определите наименьший угол, который может образовать вектор орбитального момента импульса  $\vec{L}$  квантовой частицы с осью  $z$ , если известно, что модуль момента импульса частицы: а)  $L = \hbar\sqrt{6}$ ; б)  $L = \hbar 2\sqrt{3}$ .

**9.31.** Определите наибольший угол  $\alpha$ , который может образовать вектор орбитального момента импульса  $\vec{L}$  квантовой частицы с осью  $z$ , если известно, что орбитальное квантовое число  $l = 2$ .

**9.32.** Электрон с энергией  $E = 5$  эВ движется в положительном направлении оси  $x$ , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $\Pi_0 = 10$  эВ и шириной  $a = 0,1$  нм. Определите коэффициент прозрачности потенциального барьера.

**9.33.** Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину  $a = 0,2$  нм. Определите в электрон-вольтах разность энергий  $\Pi_0 - E$ , при которой вероятность прохождения электрона сквозь барьер составит 0,5.

**9.34.** Протон с энергией  $E = 5$  эВ движется в положительном направлении оси  $x$ , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $\Pi_0 = 10$  эВ и шириной  $a = 0,2$  нм. Определите: 1) вероятность прохождения протоном этого барьера; 2) каким образом нужно изменить ширину барьера, чтобы вероятность его прохождения электроном была такой же, как для протона при вышеприведенных условиях.

**9.35.** Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину  $a = 0,1$  нм. Разность между высотой потенциального барьера и энергией движущегося в положительном направлении оси  $x$  электрона  $\Pi_0 - E = 5$  эВ. Определите, во сколько раз изменится коэффициент прозрачности потенциального барьера для электрона, если разность  $\Pi_0 - E$  возрастет в 2 раза.

**9.36.** Найдите минимальную энергию электрона  $E$ , при которой он пройдет над потенциальной ямой глубиной  $\Pi_0 = -5$  эВ и шириной  $a = 0,1$  нм без отражения.

**9.37.** Частица с энергией  $E = 15$  эВ движется в положительном направлении оси  $x$ , встречая на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой  $\Pi_0 = 10$  эВ. Определите показатель преломления волны де Бройля на границе потенциального барьера.

**9.38.** Электрон с длиной волны де Бройля  $\lambda_{\text{Бр}} = 0,05$  нм, двигаясь в положительном направлении оси  $x$ , встречает на своем пути

бесконечно широкий прямоугольный барьер высотой  $U_0 = 100$  эВ. Определите длину волны де Бройля электрона после прохождения барьера.

**9.39.** Частица с энергией  $E = 50$  эВ, двигаясь в положительном направлении оси  $x$ , встречает на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 25$  эВ. Определите вероятность отражения от этого барьера.

**9.40.** Частица массой  $m = 1 \cdot 10^{-19}$  кг, двигаясь в положительном направлении оси  $x$  со скоростью  $v = 30$  м/с, встречает на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0 = 150$  эВ. Определите коэффициент отражения волн де Бройля на границе потенциального барьера.

## § 10. Свойства атомов. Спектральные закономерности

---

### Основные формулы и законы

**1. Первый постулат Бора:** атом может длительное время находиться только в определенных стационарных состояниях, которые характеризуются дискретными значениями энергии  $E_1, E_2, E_3, \dots$ ; в этих состояниях атом не излучает и не поглощает энергию.

**2. Второй постулат Бора:**

$$\varepsilon = E_{n_2} - E_{n_1}, \quad (10.1)$$

где  $\varepsilon = h\nu$  – энергия кванта излучения или поглощения (фотона);  $h$  – постоянная Планка;  $\nu$  – частота излучения (поглощения);  $E_{n_1}$  и  $E_{n_2}$  – энергии атома до и после перехода атома из одного стационарного состояния в другое.

**3. Правило квантования Бора для момента импульса  $L$  электрона в водородоподобном атоме:**

$$L = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (10.2)$$

где  $m$  – масса электрона;  $v$  и  $r$  – скорость и радиус орбиты электрона;  $n$  – главное квантовое число;  $\hbar = h / 2\pi$  – постоянная Планка.

#### 4. Радиусы стационарных орбит электрона в водородоподобных атомах:

$$r_n = \frac{an^2}{Z}, \quad (10.3)$$

где  $a$  – первый борковский радиус;  $e$  – элементарный заряд;  $Z$  – зарядовое число атомного ядра.

#### 5. Энергия водородоподобных атомов:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}, \quad (10.4)$$

где  $E_1 = -RhZ^2$  – энергия основного состояния;  $R$  – постоянная Ридберга. Для атома водорода ( $Z = 1$ )  $E_1 = -13,6$  эВ.

#### 6. Обобщенная формула Бальмера для частот линий в спектрах водородоподобных систем:

$$\nu = Z^2 R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad n_1 > n_2, \quad (10.5)$$

где  $n_2 = 1, 2, 3, \dots$  – определяет спектральную серию;  $n_1 = n_2 + 1, n_2 + 2, \dots$  – отдельную линию этой серии.

#### 7. Спектральные серии атома водорода:

Серия Лаймана:	$n_2 = 1, n_1 = 2, 3, \dots;$
Серия Бальмера:	$n_2 = 2, n_1 = 3, 4, \dots;$
Серия Пашена:	$n_2 = 3, n_1 = 4, 5, \dots;$
Серия Брэккета:	$n_2 = 4, n_1 = 5, 6, \dots;$
Серия Пфунда:	$n_2 = 5, n_1 = 6, 7, \dots;$
Серия Хемпфри:	$n_2 = 6, n_1 = 7, 8, \dots$

Значение  $n_1 = n_2 + 1$  соответствует головной линии серии, а  $n_1 = \infty$  – граничной линии серии.

#### 8. Орбитальный момент импульса электрона в водородоподобном атоме:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (10.6)$$

где  $l$  – орбитальное квантовое число.

#### 9. Проекция орбитального момента импульса электрона в водородоподобном атоме на ось $z$ :

$$L_{lz} = \hbar m_l, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (10.7)$$

где  $m_l$  – магнитное квантовое число.

**10. Собственный момент импульса электрона (спин):**

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad s = 1/2, \quad (10.8)$$

где  $s$  – спиновое квантовое число (спин).

**11. Проекция собственного момента импульса электрона на ось  $z$ :**

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad m_s = \pm s = \pm 1/2, \quad (10.9)$$

где  $m_s$  – магнитное спиновое квантовое число.

**12. Полный момент импульса электрона и его проекция на ось  $z$ :**

$$L_j = \hbar\sqrt{j(j+1)}, \quad j = l \pm s = l \pm 1/2, \quad (10.10)$$

$$L_{jz} = \hbar m_j, \quad m_j = j, j-1, j-2, \dots, -j. \quad (10.11)$$

где  $j$  и  $m_j$  – квантовое число и магнитное квантовое число полного углового момента.

**13. Тонкая структура уровней энергии атома водорода:**

$$E_{nj} = -\frac{Rh}{n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{j+1/2} - \frac{3}{4} \right) \right], \quad (10.12)$$

где  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры;  $j = l \pm 1/2$ .

**14. Энергия атомов щелочных металлов:**

$$E_{nl} = -\frac{Rh}{(n + \sigma_l)^2} = -\frac{(Z - a_l)^2 Rh}{n^2}, \quad (10.13)$$

где  $\sigma_l$  – поправка Ридберга (квантовый дефект);  $a_l$  – постоянная экранирования.

**15. Частота излучения  $K_\alpha$ -линии рентгеновского характеристического спектра (закон Мозли):**

$$\nu = \frac{3}{4} R(Z - b)^2, \quad (10.14)$$

где  $b$  – постоянная экранирования (для легких атомов  $b \approx 1$ ).

**16. Спектральные обозначения термов (состояний электронов) в многоэлектронных атомах:**

$${}^\infty T_J, \quad (10.15)$$

где  $\infty = 2S + 1$  – мультиплетность,  $S$  – квантовое число результирующего спинового момента электронов;  $T$  – символ состояния,



определяемого значением орбитального квантового числа  $L$  результирующего момента импульса электронов;  $J$  – квантовое число результирующего полного момента импульса.

#### Обозначение термов атомов

$L$	0	1	2	3	...
Символ $T$	$S$	$P$	$D$	$F$	...

#### 17. Правила отбора для излучательных переходов:

а) главное квантовое число  $n$  может изменяться на любую величину либо оставаться прежним;

б) орбитальное квантовое число начального и конечного состояний должно оставаться прежним либо изменяться на единицу:

$$\Delta L = 0, \pm 1; \quad (10.16)$$

в) спиновое квантовое число не изменяется:

$$\Delta S = 0; \quad (10.17)$$

г) квантовое число полного момента не изменяется (но не равно нулю) либо изменяется на единицу:

$$\Delta J = 0, \pm 1. \quad (10.18)$$

#### 18. Расщепление спектральных линий в слабом магнитном поле (простой эффект Зеемана):

$$\Delta \nu = \Delta m_l \frac{\mu_B B}{h}, \quad (10.19)$$

где  $\Delta \nu$  – смещение частоты спектральной линии в магнитном поле;  $\Delta m_l = 0, \pm 1$  – изменение магнитного орбитального квантового числа;  $\mu_B$  – магнетон Бора;  $B$  – индукция магнитного поля.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Используя теорию Бора, определите, на сколько изменится кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны  $\lambda = 435$  нм?

**Решение.** Полная энергия атома  $E$  водорода складывается из кинетической энергии  $K$  механического движения электрона и потенциальной энергии  $\Pi$  взаимодействия между отрицательно заряженным электроном и положительно заряженным ядром атома водорода (протоном):

$$E = K + \Pi. \quad (10.20)$$

Кинетическая и потенциальная энергии электрона определяются соотношениями

$$K = \frac{m\nu^2}{2}, \quad \Pi = -\frac{ke^2}{r}, \quad (10.21)$$

где  $m$  – масса электрона;  $\nu$  – его скорость;  $k$  – коэффициент пропорциональности в законе Кулона;  $e$  – элементарный заряд;  $r$  – радиус орбиты электрона.

На электрон со стороны протона действует кулоновская сила притяжения:

$$F_K = \frac{ke^2}{r^2}, \quad (10.22)$$

которая сообщает электрону центростремительное ускорение:

$$a_n = \frac{\nu^2}{r}. \quad (10.23)$$

По второму закону Ньютона  $F_K = ma_n$  найдем

$$\frac{ke^2}{r^2} = m \frac{\nu^2}{r}. \quad (10.24)$$

Отсюда, используя (10.21), найдем связь между кинетической и потенциальной энергиями:

$$\Pi = -\frac{ke^2}{r} = -m\nu^2 = -2K. \quad (10.25)$$

Тогда полная энергия электрона (10.20) примет вид

$$E = -K. \quad (10.26)$$

Согласно второму постулату Бора (10.1), при излучении атомом водорода фотона энергия атома изменится на величину, численно равную энергии испущенного фотона:

$$\Delta E = -\varepsilon = -\frac{hc}{\lambda}, \quad (10.27)$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $c$  – скорость света в вакууме; знак «минус» показывает, что энергия атома уменьшится при излучении.

Согласно (10.26)  $\Delta E = -\Delta K$ , поэтому кинетическая энергия электрона при излучении увеличится на величину

$$\Delta K = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{435 \cdot 10^{-9}} \approx 4,57 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.} \quad (10.28)$$

Так как  $1 \text{ Дж} = 1 / 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ эВ}$ , то  $\Delta K = 2,86 \text{ эВ}$ .

**Пример 2.** Определите период обращения электрона на второй боровской орбите в атоме водорода.

**Решение.** Период обращения электрона по круговой орбите вокруг ядра определяется соотношением

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \quad (10.29)$$

где  $r$  и  $v$  – радиус орбиты и скорость электрона.

Из правила квантования момента импульса электрона (10.2) для водородоподобных атомов найдем связь между скоростью электрона и радиусом орбиты:

$$v = \frac{n\hbar}{mr}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10.30)$$

Подставив (10.30) в (10.29), получим

$$T = \frac{2\pi mr^2}{n\hbar}. \quad (10.31)$$

Из формулы (10.3) следует, что радиус орбиты электрона в атоме водорода ( $Z = 1$ ):

$$r = an^2. \quad (10.32)$$

Тогда

$$T = 2\pi \frac{ma^2}{\hbar} n^3. \quad (10.33)$$

Приняв во внимание табличные значения массы электрона, первого боровского радиуса и постоянной Планка, выполним

вычисления по формуле (10.33) периода обращения электрона на второй боровской орбите при  $n = 2$ :

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{9,1 \cdot 10^{-31} (0,529 \cdot 10^{-10})^2}{1,05 \cdot 10^{-34}} 2^3 \approx 1,2 \cdot 10^{-17} \text{ с.} \quad (10.34)$$

**Пример 3.** Какой наименьшей энергией должны обладать электроны, чтобы при возбуждении атома водорода электронным ударом спектр испускания атома водорода содержал три линии? Опре-

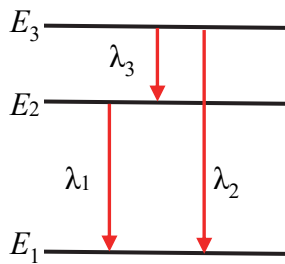


Рис. 10.1

делите длины волн данных линий.

**Решение.** Частоты линий в спектре атома водорода определяются по формуле (10.5) при  $Z = 1$ . Если  $n_1 = 2$ , то в спектре может наблюдаться единственная спектральная линия при комбинации с уровнем с  $n_2 = 1$ . Если  $n_1 = 3$ , то в спектре появятся дополнительно спектральные линии при переходах с уровня  $n_1 = 3$  на уровни с  $n_2 = 1$  и  $n_2 = 2$  (рис. 10.1).

Таким образом, электроны должны иметь энергию, достаточную для возбуждения уровня с энергией  $E_3$ . В этом случае спектр испускания атома водорода содержит три линии. Согласно (10.1), электроны при этом должны обладать минимальной энергией:

$$W_{\min} = E_3 - E_1, \quad (10.35)$$

где  $E_1$  – энергия основного состояния атома.

Приняв во внимание формулу (10.4) для энергии атома водорода, найдем

$$W_{\min} = \frac{E_1}{3^2} - E_1 = -\frac{8}{9} E_1 \approx 12,1 \text{ эВ.} \quad (10.36)$$

Длины волн данных линий найдем из второго постулата Бора (10.1). Так как длина волны связана с частотой соотношением  $\lambda = c / \nu$ , то

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E_2 - E_1}, \quad \lambda_2 = \frac{hc}{E_3 - E_1}, \quad \lambda_3 = \frac{hc}{E_3 - E_2}. \quad (10.37)$$

Приняв во внимание энергии атома водорода (10.4), получим

$$\lambda_1 = -\frac{4hc}{3E_1}, \quad \lambda_2 = -\frac{9hc}{8E_1}, \quad \lambda_3 = -\frac{36hc}{5E_1}. \quad (10.38)$$

Используя табличные значения постоянной Планка, скорости света в вакууме, а также значение  $E_1 = -13,6 \text{ эВ} = -21,76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , выполним вычисления длин волн:

$$\lambda_1 = \frac{4 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 21,76 \cdot 10^{-19}} \approx 122 \text{ нм}; \quad (10.39)$$

$$\lambda_2 = \frac{9 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 21,76 \cdot 10^{-19}} \approx 103 \text{ нм}; \quad (10.40)$$

$$\lambda_3 = \frac{36 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 21,76 \cdot 10^{-19}} \approx 658 \text{ нм}. \quad (10.41)$$

**Пример 4.** Определите возможные значения орбитального момента импульса электрона в возбужденном атоме водорода, если энергия возбуждения  $\varepsilon = 12,09 \text{ эВ}$ .

**Решение.** Орбитальный момент импульса  $L$  определяется орбитальным квантовым числом  $l$  по формуле (10.6):

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (10.42)$$

где ряд возможных значений  $l$  ограничен главным квантовым числом  $n$ :  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ .

Определим главное квантовое число  $n$ , соответствующее данному возбуждению. Энергия возбуждения есть квант энергии, поглощенный атомом при переходе из основного состояния ( $n = 1$ ) в возбужденное. Следовательно,

$$\varepsilon = E_n - E_1, \quad (10.43)$$

где  $E_n$  – энергия возбужденного состояния атома, которое определяется по формуле (10.4).

Подставив (10.4) в (10.43), найдем главное квантовое число:

$$n = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon / E_1}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 12,09 / 13,6}} = 3. \quad (10.44)$$

Следовательно, орбитальное квантовое число  $l$  принимает значения  $l = 0, 1, 2$ . По формуле (10.42) найдем три возможных значения орбитального момента импульса:

$$L = 0, \text{ при } l = 0; \quad (10.45)$$

$$L = \hbar\sqrt{2} = 1,48 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с при } l = 1; \quad (10.46)$$

$$L = \hbar\sqrt{6} = 2,57 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с при } l = 2. \quad (10.47)$$

**Пример 5.** Атомы лития находятся в возбужденном  $3S$ -состоянии. Чему равны длины волн спектральных линий, возникающих при переходе атомов в основное  $2S$ -состояние, если поправки Ридберга для  $S$ - и  $P$ -термов соответственно равны  $\sigma_S = -0,41$  и  $\sigma_P = -0,04$ ?

**Решение.** У атомов щелочных металлов, к которым относится литий, имеется один внешний (валентный) электрон, довольно слабо связанный с остовом атома. Излучение (или поглощение) атомом происходит в результате перехода внешнего электрона с одного энергетического уровня на другой. Однако возможны лишь те переходы, при которых орбитальное квантовое число атома изменяется на единицу, т. е.  $\Delta L = \pm 1$  (правило отбора). Это означает, что разрешенными являются переходы между  $S$ - и  $P$ -состояниями,  $P$ - и  $D$ -состояниями и т. д.

Согласно принятым в спектроскопии обозначениям  $3S$ -состояние атомов характеризуется главным квантовым числом  $n = 3$  и орбитальным квантовым числом  $L = 0$ . Соответственно,  $2S$ -состояние –  $n = 2$  и

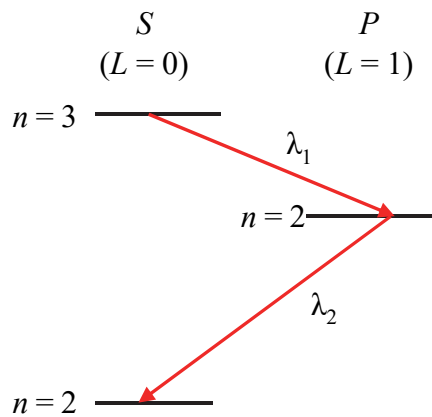


Рис. 10.2

$L = 0$ . Прямой переход из  $3S$ -состояния в основное  $2S$ -состояние с излучением энергии запрещен правилом отбора, поэтому на эксперименте не наблюдается. Чтобы попасть в основное состояние, атом сначала переходит в  $2P$ -состояние с  $n = 2$  и  $L = 1$ , а затем из него в основное состояние. Каждый переход атома будет сопровождаться квантом излучения с определенной длиной волны. На рис. 10.2 показаны уровни энергии и возможные переходы атома лития в основное состояние.

Энергия квантов излучения равна разности энергий атомов:

$$\varepsilon_1 = E_{3S} - E_{2P}; \quad (10.48)$$

$$\varepsilon_2 = E_{2P} - E_{2S}. \quad (10.49)$$

Так как энергия кванта связана с длиной волны соотношением  $\varepsilon = hc / \lambda$ , то длины волн излучения

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E_{3S} - E_{2P}}; \quad (10.50)$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_{2P} - E_{2S}}. \quad (10.51)$$

Энергии атома найдем по формуле (10.13):

$$E_{3S} = -\frac{Rh}{(3 + \sigma_S)^2}, \quad E_{2P} = -\frac{Rh}{(2 + \sigma_P)^2}, \quad E_{2S} = -\frac{Rh}{(2 + \sigma_S)^2}. \quad (10.52)$$

Подставив в (10.52) значения постоянных Ридберга и Планка, а также данные из условия, найдем

$$E_{3S} = -\frac{3,29 \cdot 10^{15} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{(3 - 0,41)^2} \approx -3,25 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \quad (10.53)$$

$$E_{2P} = -\frac{3,29 \cdot 10^{15} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{(2 - 0,04)^2} \approx -5,68 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \quad (10.54)$$

$$E_{2S} = -\frac{3,29 \cdot 10^{15} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{(2 - 0,41)^2} \approx -8,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}. \quad (10.55)$$

По формулам (10.50), (10.51) вычислим длины волн излучения:

$$\lambda_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{(-3,25 + 5,68) \cdot 10^{-19}} \approx 0,82 \text{ мкм}; \quad (10.56)$$

$$\lambda_2 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{(-5,68 + 8,63) \cdot 10^{-19}} \approx 0,67 \text{ мкм}. \quad (10.57)$$

## Задачи

**10.1.** Определите в электроновольтах энергию фотона, который испускается атомом водорода при переходе электрона с третьего энергетического уровня на основной.

**10.2.** Определите в электроновольтах энергию фотонов головной и граничной линий серии Бальмера в спектре атома водорода.

**10.3.** Определите длину волны головной спектральной линии серии Пашена в спектре атома водорода.

**10.4.** Длина волны головной спектральной линии серии Бальмера в спектре атома водорода  $\lambda = 656$  нм. Предположив, что постоянная Ридберга неизвестна, определите длину волны головной спектральной линии серии Лаймана.

**10.5.** Определите длину волны спектральной линии, соответствующую переходу электрона в атоме водорода с пятого энергетического уровня на второй. К какой спектральной серии относится данная линия?

**10.6.** Определите возможные энергии фотонов, испускаемых атомом водорода при переходе из возбужденного состояния с главным квантовым числом  $n = 4$  в основное.

**10.7.** В спектре испускания атома водорода, наблюдаемом с помощью дифракционной решетки с периодом  $d$ , некоторый дифракционный максимум  $k$ -го порядка расположен под углом  $\varphi$  к нормали решетки. Найдите выражение для главного квантового числа  $n$  энергетического уровня, с которого испускаются фотоны, если известно, что они относятся к одной из линий серии Лаймана.

**10.8.** Используя теорию Бора для атома водорода, определите наименьший возможный радиус орбиты электрона (первый боровский радиус).

**10.9.** Определите изменение энергии атома водорода после испускания фотона с длиной волны  $\lambda = 486$  нм.

**10.10.** Определите длину волны спектральной линии, излучаемой атомом водорода, если известно, что при этом энергия атома уменьшилась на  $\Delta E = 0,66$  эВ.

**10.11.** Используя теорию Бора, определите орбитальный магнитный момент электрона  $p_m$  в атоме водорода, если известно, что главное квантовое число  $n = 3$ .

**10.12.** Используя теорию Бора, определите изменение орбитального механического момента импульса электрона  $\Delta L$  в атоме водорода при переходе атома из возбужденного состояния с главным квантовым числом  $n = 4$  в основное.

**10.13.** Определите в электроновольтах потенциальную энергию электрона в атоме водорода, который движется по первой боровской орбите.

**10.14.** Используя теорию Бора, определите частоту вращения электрона в атоме водорода, движущегося по четвертой боровской орбите.



**10.15.** Определите в электронвольтах энергию фотона, испускаемого атомом водорода при переходе в состояние с главным квантовым числом  $n = 2$ , если известно, что после испускания фотона радиус орбиты электрона изменился в  $k = 9$  раз.

**10.16.** Определите в электронвольтах энергию ионизации  $E_i$  атома водорода.

**10.17.** Определите первый потенциал возбуждения  $\varphi_1$  атома водорода, если известна энергия ионизации атома водорода  $E_i = 13,6$  эВ.

**10.18.** Определите в электронвольтах величину работы, которую необходимо совершить, чтобы ионизировать атом водорода, находящийся в состоянии с главным квантовым числом  $n = 2$ .

**10.19.** Атом водорода в основном состоянии ионизируется в результате столкновения с фотоном энергии  $\varepsilon = 20$  эВ. Определите скорость электрона, свободно движущегося после ионизации атома.

**10.20.** Фотон с энергией  $\varepsilon = 12,78$  эВ поглощается атомом водорода в основном состоянии. Определите главное квантовое число возбужденного состояния атома водорода.

**10.21.** В спектре излучения звезды идентифицированы водородоподобные спектры, энергии электронных переходов в которых в 4 и 9 раз больше, чем в спектре испускания атома водорода. Определите химические элементы, наличие которых в звезде обуславливает существование данных спектров.

**10.22.** Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, определите ширину энергетического уровня атома, если он находится: а) в основном состоянии; б) в возбужденном состоянии со временем жизни  $\tau = 1$  нс.

**10.23.** Длина волны линии в спектре испускания атома  $\lambda = 434$  нм. Определите отношение естественной ширины возбужденного энергетического уровня к энергии, излученной атомом, если известно, что время жизни возбужденного состояния  $\tau = 5$  нс.

**10.24.** Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, оцените в электронвольтах неопределенность энергии электрона в атоме водорода в предположении, что размер атома ограничивается первой боровской орбитой электрона.

**10.25.** Волновая функция электрона в атоме водорода  $1s$ -состояния имеет вид  $\psi(r) = Ce^{-r/a}$ , где  $r$  – расстояние электрона от ядра;  $a$  – первый боровский радиус. Используя условие нормировки, определите значение нормировочного множителя  $C$ .

**10.26.** Волновая функция, описывающая  $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = e^{-r/a} / \sqrt{\pi a^3}$ , где  $r$  – расстояние электрона от ядра;  $a$  – первый боровский радиус. Определите вероятность обнаружения электрона на расстоянии от ядра: 1) в пределах первого боровского радиуса; 2) в пределах второго боровского радиуса.

**10.27.** Волновая функция, описывающая  $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = e^{-r/a} / \sqrt{\pi a^3}$ , где  $r$  – расстояние электрона от ядра;  $a$  – первый боровский радиус. Определите наиболее вероятное расстояние электрона от ядра.

**10.28.** Волновая функция, описывающая  $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = e^{-r/a} / \sqrt{\pi a^3}$ , где  $r$  – расстояние электрона от ядра;  $a$  – первый боровский радиус. Определите среднее значение потенциальной энергии электрона в электростатическом поле ядра.

**10.29.** Электрон в атоме находится в  $f$ -состоянии. Определите максимально возможные значения (в единицах  $\hbar$ ) проекции орбитального момента импульса  $L_z$  электрона в атоме на направление внешнего магнитного поля.

**10.30.** Электрон в атоме находится в  $d$ -состоянии. Определите орбитальный момент импульса  $L_l$  электрона.

**10.31.** Определите, во сколько раз орбитальный момент импульса электрона, находящегося в  $f$ -состоянии, больше, чем для электрона в  $d$ -состоянии.

**10.32.** Атом водорода в основном состоянии поглотил фотон с энергией  $\varepsilon = 12,78$  эВ и перешел в возбужденное состояние. Определите максимально возможное изменение момента орбитального импульса  $\Delta L_l$  электрона (в единицах  $\hbar$ ).

**10.33.** Чему равно максимально возможное орбитальное квантовое число  $l$  возбужденного состояния с главным квантовым числом  $n = 3$ , если это состояние заселено в результате поглощения фотона атомом водорода в основном состоянии?

**10.34.** Определите максимально возможное квантовое число  $l$  возбужденного состояния с главным квантовым числом  $n = 3$ , если это состояние заселено в результате безызлучательного (столкновительного) переноса энергии на атом водорода в основном состоянии?

**10.35.** Атом водорода находится в возбужденном состоянии с главным квантовым числом  $n = 3$ . Определите число состояний атома с различными квантовыми числами  $l$  и  $m_l$ . Чему равны энергии атома в этих состояниях?

**10.36.** Атом водорода находится в возбужденном состоянии с главным квантовым числом  $n = 4$ . Определите максимально возможное значение орбитального момента импульса  $L_l$  и его проекции на выделенную ось  $L_{lz}$  (в единицах  $\hbar$ ). Чему равна минимальная величина угла между вектором углового момента и осью  $z$ ?

**10.37.** Атом при переходе из возбужденного состояния с орбитальным квантовым числом  $l = 1$  в основное состояние с орбитальным квантовым числом  $l = 0$  испускает фотон с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определите расщепление  $\Delta\lambda$  спектральной линии, если атом поместить в магнитное поле с индукцией  $B = 2$  Тл.

**10.38.** Определите энергию взаимодействия с магнитным полем электрона с орбитальным квантовым числом  $l = 0$ , если индукция магнитного поля  $B = 2$  Тл.

**10.39.** В спектре испускания натрия наблюдается дублет с длинами волн  $\lambda_1 = 589$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм, который обусловлен переходами из  $3P$ -состояния, расщепленного в результате спин-орбитального взаимодействия, в  $3S$ -состояние. Определите величину расщепления  $3P$ -терма в электронвольтах. Чему равна индукция эффективного магнитного поля, действующего на электрон в атоме натрия?

**10.40.** Для электрона с орбитальным квантовым числом  $l = 1$  возможны два значения полного момента импульса  $j = l + s = 3/2$  и  $j = l - s = 1/2$ . Определите разность энергий электрона в атоме водорода с наборами квантовых чисел  $n = 2, l = 1, j = 1/2$  (состояние  ${}^2P_{1/2}$ ) и  $n = 2, l = 1, j = 3/2$  (состояние  ${}^2P_{3/2}$ ).

**10.41.** Экспериментально определенное значение энергии  $3s$ -состояния атома натрия  $E = -5,138$  эВ. Определите величину эффективного заряда ядра  $Z_{\text{эфф}}$ .

**10.42.** Известно, что яркая зеленая линия в спектре испускания атома неона с длиной волны  $\lambda = 533$  нм соответствует переходу из состояния с главным квантовым числом  $n = 5$  в состояние с главным квантовым числом  $n = 2$ . Определите постоянную экранирования ядра  $a_l$ .

**10.43.** Энергия уровней энергии валентного электрона в атоме калия увеличивается в ряду  $4s < 4p < 4d < 4f$ . Укажите, какие факторы определяют данный порядок следования состояний, если известно, что аналогичным образом изменяется величина эффективного заряда ядра  $Z_{\text{эфф}}$ .

**10.44.** В спектре характеристического рентгеновского излучения измерена длина волны  $\lambda = 0,072$  нм для  $K_\alpha$  линии. Какому элементу принадлежит эта линия?

**10.45.** Определите в электроновольтах энергии трех низших вращательных уровней молекулы CO, если известно, что расстояние между центрами ядер молекулы равно  $r_0 = 0,1128$  нм. Вычислите длину волны фотона, испускаемого при вращательном переходе из состояния с квантовым числом  $l = 2$  в состояние с квантовым числом  $l = 1$ .

**10.46.** Используя результаты решения предыдущей задачи, определите длину волны фотона, испускаемого молекулой CO при колебательно-вращательном переходе, если известна силовая постоянная  $k = 1,9 \cdot 10^3$  Н/м для C–O связи. Рассмотрите два случая, когда вращательная энергия молекулы: а) равна нулю перед испусканием фотона; б) равна нулю после испускания фотона.

**10.47.** Определите поправку Ридберга (квантовый дефект  $\sigma_S$ ) для  $3S$ -терма атома натрия, если известно, что его энергия ионизации  $E_i = 5,14$  эВ.

**10.48.** Определите поправку Ридберга (квантовый дефект  $\sigma_P$ ) для  $3P$ -терма атома натрия, если известно, что его энергия ионизации из основного  $3S$ -состояния  $E_i = 5,14$  эВ, а первый потенциал возбуждения  $\varphi_1 = 2,1$  В.

**10.49.** Определите поправку Ридберга (квантовый дефект  $\sigma_S$ ) для  $3S$ -терма атома лития, если известно, что длины волн головной и граничной линий резкой спектральной серии равны соответственно  $\lambda_{\text{гол}} = 813$  нм и  $\lambda_{\text{гр}} = 350$  нм.

**10.50.** Определите максимально возможный полный момент импульса атома, имеющего электронную конфигурацию  $1s^2 2p 3d$ .

## **§ 11. Электронные свойства твердых тел**

### **Основные формулы и законы**

#### **1. Плотность тока:**

$$j = \frac{I}{S} = enu, \quad (11.1)$$

где  $I$  – сила тока;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника;  $e$  – элементарный заряд;  $n$  – концентрация носителей заряда;  $u$  – скорость дрейфа.

**2. Удельная проводимость:**

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = en\mu, \quad (11.2)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала;  $\mu$  – подвижность носителей заряда.

**3. Подвижность:**

$$\mu = \frac{u}{E}, \quad (11.3)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля.

**4. Холловская разность потенциалов:**

$$U_H = R_H \frac{IB}{d}; \quad (11.4)$$

$$R_H = \frac{1}{en}, \quad (11.5)$$

где  $R_H$  – постоянная Холла;  $B$  – индукция магнитного поля;  $d$  – толщина образца, измеренная по направлению магнитного поля.

**5. Закон Дебая:**

$$C_V = \frac{12\pi^4}{5} R \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3, \quad (11.6)$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость кристалла при температуре  $T \ll \theta_D$ ;  $\theta_D$  – температура Дебая;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

**6. Закон Дюлонга и Пти:**

$$C_V = 3R, \quad (11.7)$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость твердых тел при комнатной температуре.

**7. Формула Ричардсона – Дешмана:**

$$j_n = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (11.8)$$

где  $j_n$  – плотность тока насыщения термоэлектронной эмиссии;  $B$  – термоэлектрическая постоянная;  $A$  – работа выхода электронов;  $k$  – постоянная Больцмана.

**8. Термо-ЭДС:**

$$\mathcal{E}_T = \alpha \Delta T; \quad (11.9)$$

$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (11.10)$$

где  $\alpha$  – дифференциальная термо-ЭДС термопары;  $\Delta T$  – разность температур горячего и холодного спаев;  $n_1, n_2$  – концентрации свободных электронов в контактирующих металлах.

**9. Удельная проводимость собственного полупроводника:**

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = en(\mu_n + \mu_p) = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (11.11)$$

где  $\mu_n, \mu_p$  – подвижность электронов и дырок, соответственно;  $\sigma_0$  – предэкспоненциальный множитель, слабо зависящий от температуры;  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны полупроводника.

**10. Вольт-амперная характеристика  $p$ - $n$ -перехода:**

$$I = I_0 \left( \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right), \quad (11.12)$$

где  $I$  – сила тока через  $p$ - $n$ -переход;  $U$  – напряжение, прикладываемое к  $p$ - $n$ -переходу;  $I_0$  – предельное значение силы тока при обратном напряжении.

**Примеры решения задач**

**Пример 1.** На спектральной характеристике фоторезистора имеется две особенности: при увеличении длины волны излучения сверх  $\lambda_1 = 0,5$  мкм происходит резкий спад фототока, а при увеличении длины волны излучения сверх  $\lambda_2 = 1,8$  мкм фототок становится равным нулю. Определите ширину запрещенной зоны материала фоторезистора и энергию ионизации примеси.

**Решение.** Фоторезистор – это полупроводниковый прибор, изменяющий величину своего сопротивления под воздействием светового потока. Это явление называют фоторезистивным эффектом или внутренним фотоэффектом. Под действием поглощенных квантов света происходит увеличение электропроводности вещества за

счет увеличения числа свободных носителей заряда. Спектральная характеристика фоторезистора – это зависимость фототока от длины волны падающего на фоторезистор света. Она определяется материалом фоторезистора и введенными в него примесями.

Если энергия фотонов  $\varepsilon = h\nu$  больше или равна ширине запрещенной зоны  $\Delta E$ , то электроны из валентной зоны могут переходить в зону проводимости, возбуждая собственную фотопроводимость. Приняв во внимание, что частота и длина волны связаны соотношением  $\nu = c / \lambda$ , получим, что длина волны света в этом случае должна удовлетворять условию

$$\lambda \leq \frac{hc}{\Delta E}. \quad (11.13)$$

Отсюда граничная длина волны  $\lambda_0$ , при которой собственная фотопроводимость перестает возбуждаться (красная граница внутреннего фотоэффекта), составит

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Delta E}. \quad (11.14)$$

Наличие примесей в полупроводнике приводит к появлению примесной фотопроводимости, обусловленной ионизацией примеси под действием света. Примесная фотопроводимость возбуждается, если энергия фотонов удовлетворяет условию

$$h\nu \geq \Delta E_i, \quad (11.15)$$

где  $\Delta E_i$  – энергия ионизации примеси, которая в полупроводнике  $n$ -типа равна ширине энергетической щели между уровнем примеси и краем зоны проводимости, а в полупроводнике  $p$ -типа – ширине энергетической щели между уровнем акцепторной примеси и краем валентной зоны.

Отсюда, приняв во внимание связь между частотой и длиной волны  $\nu = c / \lambda$ , найдем, что примесная проводимость перестает возбуждаться при длине волны

$$\lambda_{0i} = \frac{hc}{\Delta E_i}, \quad (11.16)$$

Заметим, что  $\lambda_0 < \lambda_{0i}$ , так как  $\Delta E > \Delta E_i$ .

Таким образом, наличие двух особенностей на спектральной характеристике фоторезистора связано с возбуждением в нем

собственной и примесной проводимости. Причем длина волны  $\lambda_1$  соответствует красной границе  $\lambda_0$  внутреннего фотоэффекта при собственной фотопроводимости, а длина волны  $\lambda_2$  красной границе  $\lambda_{0i}$  при примесной фотопроводимости.

Используя формулы (11.14) и (11.16), рассчитаем величины  $\Delta E$  и  $\Delta E_i$ :

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,49 \text{ эВ}; \quad (11.17)$$

$$\Delta E_i = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,8 \cdot 10^{-6}} = 1,11 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,69 \text{ эВ}. \quad (11.18)$$

**Пример 2.** Образец полупроводника  $n$ -типа в виде пластинки толщиной  $d = 0,5$  мм помещен в магнитное поле индукцией  $B = 1$  Тл, направленной перпендикулярно поверхности пластики. Источник с ЭДС  $\mathcal{E} = 10$  В и малым внутренним сопротивлением подключен к противоположным краям пластинки так, что расстояние между контактными площадками составляет  $l = 1$  см. В направлении, перпендикулярном магнитному полю и направлению протекающего тока, возникает холловская разность потенциалов, которую измеряют между электродами, расположенными на противоположных краях пластинки на расстоянии  $a = 5$  мм друг от друга. При силе тока  $I = 10$  мА величина холловской разности потенциалов составила  $U_H = 0,25$  В. По этим данным найдите: 1) концентрацию электронов проводимости в полупроводнике; 2) их подвижность; 3) удельное сопротивление полупроводника.

**Решение.** 1) Концентрацию электронов проводимости найдем из выражения для холловской разности потенциалов (11.4) с учетом формулы (11.5) для постоянной Холла:

$$U_H = \frac{1}{en} \frac{IB}{d}. \quad (11.19)$$

Отсюда

$$n = \frac{IB}{edU_H} = \frac{0,01 \cdot 1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,25} = 5 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}. \quad (11.20)$$



2) При движении электронов проводимости в магнитном поле на них действует магнитная составляющая силы Лоренца, определяемая выражением

$$F_m = euB, \quad (11.21)$$

где  $u$  – скорость дрейфа носителей заряда.

Действие этой силы приводит к перераспределению носителей заряда в образце и появлению поперечного электрического поля. Сила, действующая на электрон со стороны этого электрического поля, направлена противоположно магнитной силе и полностью ее уравнивает:

$$F_e = eE_H, \quad (11.22)$$

где  $E_H$  – напряженность поперечного электрического поля.

Приравняв силы (11.21) и (11.22), найдем скорость дрейфа носителей заряда:

$$u = \frac{E_H}{B}. \quad (11.23)$$

Подставив (11.23) в (11.3), получим формулу для расчета подвижности носителей заряда:

$$\mu = \frac{E_H}{BE}, \quad (11.24)$$

где  $E$  – напряженность продольного электрического поля, которая определяется приложенной к образцу электродвижущей силой:

$$E = \frac{\mathcal{E}}{l}, \quad (11.25)$$

где  $l$  – расстояние между контактными площадками, к которым подключена ЭДС.

Напряженность поперечного электрического поля  $E_H$  связана с измеряемой холловской разностью потенциалов  $U_H$  соотношением

$$E_H = \frac{U_H}{a}. \quad (11.26)$$

Подставив (11.25) и (11.26) в выражение (11.24), получим

$$\mu = \frac{U_H l}{\mathcal{E} a B} = \frac{0,25 \cdot 0,01}{10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1} = 0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}. \quad (11.27)$$

3) Зная концентрацию и подвижность носителей заряда, из формулы (11.2) определим удельное сопротивление полупроводника:

$$\rho = \frac{1}{en\mu} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{20} \cdot 0,05} = 0,25 \text{ Ом}\cdot\text{м}. \quad (11.28)$$

## Задачи

**11.1.** По медному проводнику квадратного поперечного сечения со стороной  $a = 1$  мм течет ток силой  $I = 1$  А. Определите дрейфовую скорость электронов. Считайте, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

**11.2.** У серебра на каждый атом приходится один свободный электрон. Рассчитайте подвижность электронов в серебре при температуре  $0^\circ\text{C}$ .

**11.3.** По пластине кремния шириной  $a = 6,4$  мм и толщиной  $d = 125$  мкм течет ток  $I = 5,1$  мА. Концентрация электронов проводимости в данном образце составляет  $n = 1,5 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ , что во много раз превышает концентрацию носителей заряда в чистом кремнии. Определите среднюю дрейфовую скорость электронов.

**11.4.** При нагревании собственного полупроводника от температуры  $T_1 = 300$  К до температуры  $T_2 = 350$  К его проводимость увеличилась в  $\eta = 20$  раз. Чему равна ширина запрещенной зоны этого полупроводника? Какой это материал?

**11.5.** В чистом германии подвижность дырок в  $\eta = 2,1$  раза меньше подвижности электронов. Рассчитайте концентрацию свободных электронов в этом материале при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$ , если известно, что при этой температуре удельное сопротивление чистого германия  $\rho = 0,47 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ , а подвижность электронов  $\mu_n = 0,38 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Определите также, на сколько атомов германия приходится один свободный электрон при данной температуре.

**11.6.** Термопара железо – константан с дифференциальной термо-ЭДС  $\alpha = 53 \text{ мкВ/К}$  и сопротивлением  $R = 15 \text{ Ом}$  замкнута на гальванометр с внутренним сопротивлением  $R_{\Gamma} = 150 \text{ Ом}$ . Один спай термопары находится в сосуде с тающим льдом, а другой в веществе, температура которого неизвестна. Найдите эту температуру. Сила тока в гальванометре  $I = 0,2 \text{ мА}$ .

**11.7.** Дифференциальная термо-ЭДС термопары, состоящей из платины и платинородия, равна  $\alpha = 11$  мкВ/К. Определите концентрацию свободных электронов в платинородии, приняв во внимание, что она меньше чем в платине.

**11.8.** Во сколько раз изменится сопротивление полупроводникового диода при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$ , если прямое напряжение  $U = 0,1$  В изменить на такое же обратное?

**11.9.** При температуре  $t = 50^\circ\text{C}$  и обратном напряжении  $U_1 = 1$  В сила тока в германиевом диоде составляет  $I_1 = 1$  мкА. Найдите силу тока в этом диоде при прямом напряжении  $U = 0,1$  В.

**11.10.** В электрическую цепь последовательно включили полупроводниковый диод и резистор. Когда к этой цепи приложили напряжение  $U_1 = 1$  В, амперметр показал силу тока  $I_1 = 0,1$  А, а когда напряжение увеличили до  $U_2 = 2$  В, сила тока в цепи возросла до  $I_2 = 0,3$  А. Определите сопротивление резистора. Считать, что температура всех элементов цепи оставалась неизменной и составляла  $t = 25^\circ\text{C}$ .

**11.11.** Определите ширину запрещенной зоны (или энергию ионизации примеси), которую должен иметь инфракрасный детектор, настроенный на температуру человеческого тела  $t = 37^\circ\text{C}$ . Можно ли использовать для этой цели чистый кремний или германий?

**11.12.** Определите красную границу внутреннего фотоэффекта для кремниевого фоторезистора. Ширина запрещенной зоны кремния  $\Delta E = 1,1$  эВ. Будет ли такой фоторезистор работать в видимой области спектра?

**11.13.** Некоторый материал, не содержащий примесей, имеет ширину запрещенной зоны  $\Delta E = 4$  эВ. Определите, будет ли такой материал прозрачен в видимой области спектра.

**11.14.** Некоторый чистый полупроводник поглощает свет до максимальной длины волны  $\lambda = 1,78$  мкм. Найдите ширину запрещенной зоны полупроводника. Какой это материал?

**11.15.** Ток эмиссии катода составляет  $I_1 = 10$  мА при температуре  $T_1 = 2200$  К и  $I_2 = 172$  мА при температуре  $T_2 = 2500$  К. Рассчитайте работу выхода электронов из материала катода. Какой это материал?

**11.16.** Определите наименьшую скорость электронов в цезии, при которой они могут покинуть металл. Работа выхода электронов в цезии  $A = 1,9$  эВ.

**11.17.** Определите количество теплоты, необходимое для нагревания  $m = 1$  кг серебра от 10 К до 20 К и от 300 К до 310 К. Температура Дебая для серебра  $\theta_D = 225$  К.

**11.18.** На нагревание  $m = 1$  кг меди от 5 К до 25 К было затрачено  $Q = 90$  Дж теплоты. Пользуясь законом Дебая, рассчитайте температуру Дебая меди. Можно ли в данном случае использовать этот закон?

**11.19.** Образец металла в форме бруска с квадратным сечением площадью  $S = 1$  мм<sup>2</sup>, имеющий длину  $l = 20$  мм, помещен в поперечное магнитное поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл. Ток в образце создается напряжением  $U = 1$  В, при этом возникает холловская разность потенциалов  $U_H = 1$  мВ. Найдите подвижность носителей заряда.

**11.20.** Медный проводник квадратного сечения со стороной  $d = 5$  мм размещен в поперечном магнитном поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл. Определите максимальное значение холловской разности потенциалов в таком проводнике, учитывая, что граничная разрешаемая техническими нормами плотность тока для медных проводников составляет  $j = 10$  А/мм<sup>2</sup>. На каждый атом меди приходится один свободный электрон.

## § 12. Строение атомного ядра. Радиоактивность. Ядерные реакции

### Основные формулы и законы

#### 1. Символика обозначения атомных ядер:

$${}^A_Z X, \quad (12.1)$$

где  $X$  – химический символ элемента;  $A$  – массовое число ядра;  $Z$  – зарядовое число ядра.

#### 2. Радиус ядра:

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (12.2)$$

где  $R_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-13}$  см – коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех ядер.

**3. Дефект массы ядра:**

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a, \quad (12.3)$$

где  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{\text{я}}$  – массы протона, нейтрона и ядра;  $m_{\text{H}}$  и  $m_a$  – массы атома водорода и атома, соответствующего данному ядру (нуклиду).

**4. Энергия связи ядра:**

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2, \quad (12.4)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

**5. Удельная энергия связи ядра:**

$$\varepsilon_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}. \quad (12.5)$$

**6. Основной закон радиоактивного распада:**

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (12.6)$$

где  $N$  – число радиоактивных ядер в момент времени  $t$ ;  $N_0$  – число радиоактивных ядер в начальный момент времени;  $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада.

**7. Активность радиоактивного препарата:**

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \quad (12.7)$$

**8. Период полураспада радиоактивного ядра:**

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (12.8)$$

**9. Среднее время жизни радиоактивного ядра:**

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (12.9)$$

**10. Символическая запись ядерной реакции:**

$$A + a \rightarrow B + b + Q, \quad (12.10)$$

где  $A$  и  $B$  – исходное и конечное ядра;  $a$  и  $b$  – бомбардирующая исходное ядро и испускаемая в реакции частицы;  $Q$  – энергия ядерной реакции.

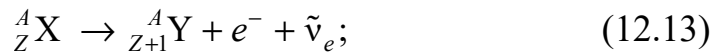
**11. Энергия ядерной реакции (тепловой эффект реакции):**

$$Q = \left( \sum_k m_k - \sum_k m'_k \right) c^2, \quad (12.11)$$

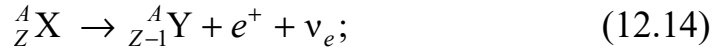
где в скобках стоит разность сумм масс покоя частиц до и после реакции.

**12. Схема  $\alpha$ -распада:****13. Схема  $\beta$ -распада:**

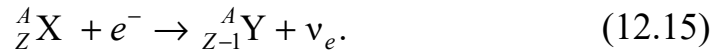
а)  $\beta^-$ -распад



б)  $\beta^+$ -распад



в) электронный захват

**14. Законы сохранения в ядерных реакциях:**

а) законы сохранения полной релятивистской энергии и импульса

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 + \dots + E'_n; \quad (12.16)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + \dots + \vec{p}'_n; \quad (12.17)$$

б) закон сохранения электрического заряда (зарядового числа)

$$Z_1 + Z_2 = Z'_1 + Z'_2 + \dots + Z'_n; \quad (12.18)$$

в) закон сохранения массового числа

$$A_1 + A_2 = A'_1 + A'_2 + \dots + A'_n, \quad (12.19)$$

где величины без штриха относятся к частицам до столкновения, а штрихованными буквами обозначены те же величины для частиц, образовавшихся в ядерной реакции.

**Примеры решения задач**

**Пример 1.** Определите состав атомных ядер железа  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  и урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$ . Оцените радиус, объем ядер и плотность ядерной материи.

Найдите энергию связи и удельную энергию связи для этих ядер. Какое из ядер является более прочным?

**Решение.** Атомное ядро представляет собой систему нуклонов (протонов и нейтронов), связанных между собой ядерными силами. Общее число нуклонов в ядре численно равно массовому числу  $A$ , а число протонов – зарядовому числу  $Z$ . Следовательно, число нейтронов в ядре  $N = A - Z$ . Используя символическое обозначение атомных ядер (12.1) для ядер железа и урана, получим

$${}_{26}^{56}\text{Fe}: \quad A_1 = 56, Z_1 = 26, N_1 = 30. \quad (12.20)$$

$${}_{92}^{238}\text{U}: \quad A_2 = 238, Z_2 = 92, N_2 = 146. \quad (12.21)$$

В первом приближении ядро можно считать сферическим, радиус которого определяется по формуле (12.2). Для ядер железа и урана найдем:

$$R_1 = R_0 A_1^{1/3} = 1,3 \cdot 10^{-13} \cdot 56^{1/3} \approx 5 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad (12.22)$$

$$R_2 = R_0 A_2^{1/3} = 1,3 \cdot 10^{-13} \cdot 238^{1/3} \approx 8 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \quad (12.23)$$

Используя (12.22), (12.23), выразим сферический объем атомных ядер:

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A_1, \quad V_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A_2. \quad (12.24)$$

Выполним вычисления по формулам (12.24):

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,3 \cdot 10^{-13})^3 \cdot 56 \approx 0,5 \cdot 10^{-36} \text{ см}^3; \quad (12.25)$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,3 \cdot 10^{-13})^3 \cdot 238 \approx 2,2 \cdot 10^{-36} \text{ см}^3. \quad (12.26)$$

Плотность ядерной материи численно равна отношению массы ядра к его объему. Так как масса ядра  $m \approx m_0 A$ , где  $m_0$  – масса нуклона, то с учетом (12.24) найдем, что плотность ядерного вещества одинакова для всех ядер и равна

$$\rho = \frac{3m_0}{4\pi R_0^3}. \quad (12.27)$$

Используя табличные данные для массы нуклона  $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-24}$  г, выполним вычисления по формуле (12.27):

$$\rho = \frac{3 \cdot 1,67 \cdot 10^{-24}}{4 \cdot 3,14 \cdot (1,3 \cdot 10^{-13})^3} \approx 1,8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3. \quad (12.28)$$

Это чрезвычайно большая плотность по сравнению с плотностью обычных веществ. Она характерна для некоторых космических объектов, например нейтронных звезд – пульсаров.

Энергию связи ядер определим по формуле (12.4). Дефект масс  $\Delta m$  выразим в атомных единицах масс и учтем, что 1 а. е. м. = 931,5 МэВ/ $c^2$ . Таким образом,

$$E_{\text{св}} = 931,5 \Delta m, \quad (12.29)$$

где энергия  $E_{\text{св}}$  выражена в мегаэлектронвольтах.

Дефект масс ядер железа и урана найдем по формуле (12.3):

$$\Delta m_{\text{Fe}} = Z_1 m_p + (A_1 - Z_1) m_n - m_{\text{Fe}}; \quad (12.30)$$

$$\Delta m_{\text{U}} = Z_2 m_p + (A_2 - Z_2) m_n - m_{\text{U}}. \quad (12.31)$$

Воспользуемся табличными значениями масс нуклидов:  $m_p = 1,00783$  а. е. м.,  $m_n = 1,00867$  а. е. м.,  $m_{\text{Fe}} = 55,94$  а. е. м.,  $m_{\text{U}} = 238,051$  а. е. м. Подставив массы в (12.30), (12.31) и приняв во внимание (12.20), (12.21), найдем

$$\Delta m_{\text{Fe}} = 0,524 \text{ а. е. м.}, \quad \Delta m_{\text{U}} = 1,935 \text{ а. е. м.} \quad (12.32)$$

Энергии связи ядер вычислим по формуле (12.29):

$$E_{\text{св1}} = 931,5 \cdot 0,524 \approx 488 \text{ МэВ}; \quad (12.33)$$

$$E_{\text{св2}} = 931,5 \cdot 1,935 \approx 1802,6 \text{ МэВ}. \quad (12.34)$$

Удельную энергию связи найдем по формуле (12.5):

$$\varepsilon_{\text{св1}} = \frac{E_{\text{св1}}}{A_1} = \frac{488}{56} \approx 8,7 \text{ МэВ}; \quad (12.35)$$

$$\varepsilon_{\text{св2}} = \frac{E_{\text{св2}}}{A_2} = \frac{1802,6}{238} \approx 7,6 \text{ МэВ}. \quad (12.36)$$

Удельная энергия связи характеризует прочность атомных ядер. Чем она больше, тем ядро прочнее. Поэтому более прочным является ядро железа.

**Пример 2.** Определите возраст древних деревянных предметов, у которых удельная активность изотопа  $^{14}\text{C}$  составляет  $\eta = 0,6$



удельной активности этого же нуклида в только что срубленных деревьях. Период полураспада углерода-14  $T_{1/2} = 5700$  лет.

**Решение.** Согласно условию, активность углерода в только что срубленных деревьях  $a_0$  и активность  $a$  в древних деревянных изделиях связаны между собой соотношением

$$a = \eta a_0. \quad (12.37)$$

Из определения активности (12.7) следует, что

$$N = \eta N_0, \quad (12.38)$$

где  $N$  – число радиоактивных ядер углерода в древних деревянных изделиях;  $N_0$  – число радиоактивных ядер в только что срубленных деревьях.

В живых деревьях биологические процессы восполняют процесс радиоактивного распада. Такой баланс нарушается после того, как дерево срубят. В срубленных деревьях количество активных ядер изотопа  $^{14}\text{C}$  уменьшается вследствие радиоактивного распада. Из основного закона радиоактивного распада (12.6) с учетом (12.38) следует, что

$$e^{-\lambda t} = \eta. \quad (12.39)$$

Отсюда промежуток времени, который прошел после того, как дерево срубили (возраст древних деревянных предметов), составит

$$\Delta t = \frac{\ln(1/\eta)}{\lambda}. \quad (12.40)$$

Постоянную радиоактивного распада найдем из формулы (12.8) для периода полураспада:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (12.41)$$

Подставив (12.41) в (12.40), получим

$$\Delta t = \frac{\ln(1/\eta)}{\ln 2} T_{1/2} = \frac{\ln(1/0,6)}{\ln 2} 5700 \approx 4200 \text{ лет.} \quad (12.42)$$

**Пример 3.** Определите начальную активность радиоактивного магния  $^{27}_{12}\text{Mg}$  массой  $m = 0,2$  мкг, а также активность по истечении времени  $\Delta t = 5$  ч. Период полураспада магния  $T_{1/2} = 9,5$  мин.

**Решение.** Активность изотопа определяется по формуле (12.7) и численно равна числу распадов ядер в единицу времени:

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right|, \quad (12.43)$$

где число радиоактивных ядер  $N$  в момент времени  $t$  дается основным законом радиоактивного распада (12.6):

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (12.44)$$

Продифференцировав (12.44) по времени, найдем активность препарата в момент времени  $t$ :

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (12.45)$$

где  $a_0$  – начальная активность препарата

$$a_0 = \lambda N_0. \quad (12.46)$$

Постоянную радиоактивного распада найдем из формулы (12.8) для периода полураспада:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (12.47)$$

Число радиоактивных ядер  $N_0$ , содержащихся в препарате, равно произведению постоянной Авогадро  $N_A$  на количество молей вещества  $\nu$  данного изотопа:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A, \quad (12.48)$$

где  $m$  – масса изотопа;  $M$  – молярная масса.

С учетом формул (12.47) и (12.48) начальная активность изотопа (12.46) примет вид

$$a_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M} N_A. \quad (12.49)$$

Приняв во внимание, что для магния  $M = 27 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, выполним вычисления по формуле (12.49):

$$a_0 = \frac{\ln 2}{9,5 \cdot 60} \cdot \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} 6,02 \cdot 10^{23} \approx 5,42 \cdot 10^{12} \text{ Бк}. \quad (12.50)$$

Приняв во внимание (12.47) и (12.50), активность препарата в момент времени  $t = 5 \text{ ч} = 300 \text{ мин}$  определим по формуле (12.45):

$$a = 5,42 \cdot 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{9,5} \cdot 300} \approx 1,7 \cdot 10^3 \text{ Бк.} \quad (12.51)$$

**Пример 4.** Альфа-частица с кинетической энергией  $K_\alpha = 5,3 \text{ МэВ}$  возбуждает реакцию  ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + n$ , энергия которой  $Q = 5,7 \text{ МэВ}$ . Определите кинетическую энергию нейтрона, вылетевшего под прямым углом к направлению движения  $\alpha$ -частицы.

**Решение.** Применим закон сохранения полной релятивистской энергии (12.16), который для данной реакции имеет следующий вид:

$$E_\alpha + E_{\text{Be}} = E_{\text{C}} + E_n. \quad (12.52)$$

Полная релятивистская энергия – это сумма кинетической энергии частицы и ее энергии покоя. Считая, что до столкновения ядро бериллия покоилось, перепишем (12.52) в виде

$$K_\alpha + Q = K_{\text{C}} + K_n, \quad (12.53)$$

где  $Q$  – энергия ядерной реакции (12.11);  $K_{\text{C}}$  и  $K_n$  – кинетические энергии ядра углерода и нейтрона.

Второе уравнение, связывающее неизвестные  $K_{\text{C}}$ ,  $K_n$ , запишем, применив закон сохранения импульса (12.17), который для данной реакции имеет вид

$$\vec{p}_\alpha = \vec{p}_{\text{C}} + \vec{p}_n. \quad (12.54)$$

Так как нейтрон вылетел под прямым углом к направлению движения  $\alpha$ -частицы (рисунок), то модули импульсов связаны соотношением

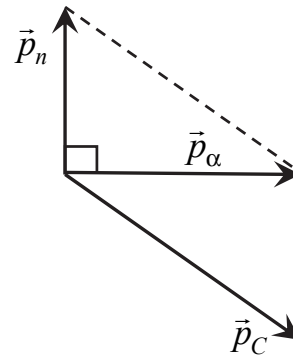
$$p_\alpha^2 + p_n^2 = p_{\text{C}}^2. \quad (12.55)$$

Приняв во внимание связь между импульсом и кинетической энергией  $p^2 = 2mK$ , преобразуем соотношение (12.55) к виду

$$m_\alpha K_\alpha + m_n K_n = m_{\text{C}} K_{\text{C}}, \quad (12.56)$$

где  $m_\alpha$ ,  $m_n$  и  $m_{\text{C}}$  – массы  $\alpha$ -частицы, нейтрона и ядра углерода.

Подставив в (12.53) кинетическую энергию  $K_{\text{C}}$  ядра углерода, полученную из (12.56), найдем кинетическую энергию нейтрона:



Рисунок

$$K_n = \frac{K_\alpha(1 - m_\alpha / m_C) + Q}{1 + m_n / m_C}. \quad (12.57)$$

Приняв во внимание, что  $m_\alpha / m_C \approx 1/3$  и  $m_n / m_C \approx 1/12$ , выполним вычисления по формуле (12.57):

$$K_n = \frac{5,3 \cdot (1 - 1/3) + 5,7}{1 + 1/12} \approx 8,5 \text{ МэВ}. \quad (12.58)$$

**Пример 5.** Какая энергия освобождается в реакции синтеза ядер дейтерия и трития  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + n$ ?

**Решение.** Энергия, освобождаемая в ядерной реакции, численно равна энергии ядерной реакции (12.11), которая для данной реакции имеет вид

$$Q = (m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^3_1\text{H}} - m_{{}^4_2\text{He}} - m_n)c^2. \quad (12.59)$$

Воспользуемся табличными значениями масс нуклидов:  $m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01410$  а. е. м.,  $m_{{}^3_1\text{H}} = 3,01605$  а. е. м.,  $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260$  а. е. м.,  $m_n = 1,00867$  а. е. м. Подставив массы в (12.59) и приняв во внимание, что  $1$  а. е. м. =  $931,5$  МэВ/ $c^2$ , найдем

$$Q \approx 17,6 \text{ МэВ}. \quad (12.60)$$

## Задачи

**12.1.** Оцените радиус ядра меди  ${}^{64}_{29}\text{Cu}$ . Чему равно значение массового числа ядра, радиус которого  $R = 3,9 \cdot 10^{-13}$  см? Что это за ядро?

**12.2.** Нейтронная звезда состоит из нейтронов с примерно ядерной плотностью. Оцените для нейтронной звезды диаметром  $D = 10$  км: а) ее массу; б) массовое число; в) ускорение силы тяжести на ее поверхности.

**12.3.** Определите порядковый номер и массовое число изотопа, который получится из тория  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  после трех  $\alpha$ - и двух  $\beta^-$ -распадов.

**12.4.** Энергия связи ядра, состоящего из двух протонов и одного нейтрона, равна  $E_{\text{св}} = 7,72$  МэВ. Определите массу нейтрального атома, имеющего это ядро.

**12.5.** Найдите энергию связи нейтрона в ядре  $^{17}_8\text{O}$ . Массы ядер  $^{17}_8\text{O}$  и  $^{16}_8\text{O}$  соответственно равны  $m_1 = 16,99913$  а. е. м. и  $m_2 = 15,99491$  а. е. м.

**12.6.** Определите энергию связи и удельную энергию связи ядер: а)  $^6_3\text{Li}$  и б)  $^{208}_{82}\text{Pb}$ . Массы ядер лития и свинца соответственно равны  $m_{\text{Li}} = 6,01513$  а. е. м. и  $m_{\text{Pb}} = 207,97665$  а. е. м.

**12.7.** Какая энергия требуется для удаления: а) протона и б) нейтрона из ядра  $^{16}_8\text{O}$ ? Объясните разницу в ответах. Массы ядер  $^{15}_8\text{O}$  и  $^{16}_8\text{O}$  соответственно равны  $m_1 = 15,00307$  а. е. м. и  $m_2 = 15,99491$  а. е. м.

**12.8.** Период полураспада радиоактивного аргона  $^{41}_{18}\text{Ar}$  равен  $T_{1/2} = 1,82$  ч. Определите: а) постоянную распада этого изотопа; б) время, в течение которого распадется  $\eta = 25\%$  начального количества вещества.

**12.9.** Определите максимальную кинетическую энергию частиц, высвобождающихся, когда углерод  $^{11}_6\text{C}$  распадается, превращаясь в бор  $^{11}_5\text{B}$ . Какова максимальная энергия, которой может обладать нейтрино? Какова его минимальная энергия? Энергию отдачи ядра бора не учитывать. Массы ядер углерода и бора соответственно равны  $m_{\text{C}} = 11,01143$  а. е. м. и  $m_{\text{B}} = 11,00930$  а. е. м.

**12.10.** У радиоактивного материала регистрируется активность  $a_0 = 1280$  Бк, а через промежуток времени  $\Delta t = 4,6$  ч –  $a = 320$  Бк. Каков его период полураспада?

**12.11.** Определите возраст изделия из дерева, если известно, что активность образца из этого изделия по изотопу  $^{14}_6\text{C}$  составляет одну треть активности свежей древесины. Период полураспада  $^{14}_6\text{C}$  равен  $T_{1/2} = 5,7 \cdot 10^3$  лет.

**12.12.** Нуклид бериллия  $^7_4\text{Be}$  распадается с периодом полураспада около  $T_{1/2} = 53$  дня. Он образуется в верхних слоях атмосферы и в виде осадков попадает на поверхность Земли. Обнаружено, что у листа растения активность бериллия  $a_0 = 450$  Бк. Определите: а) время, за которое активность снизится до  $a = 15$  Бк; б) начальную массу бериллия на листе.

**12.13.** В начальный момент времени при  $t = 0$  чистый образец из радиоактивных ядер содержит  $N_0$  ядер, постоянная распада которых

равна  $\lambda$ . Найдите число образующихся при распаде дочерних ядер  $N_D$  как функцию времени. Считать, что дочернее ядро стабильно и в начальный момент времени  $N_D = 0$ .

**12.14.** Масса  $m = 92$  г природного углерода содержит обычную долю изотопа  $^{14}_6\text{C}$ , равную  $\eta = 1,3 \cdot 10^{-10}\%$ . Оцените, за какое время останется только одно ядро  $^{14}_6\text{C}$ ? Как изменится ответ, если масса образца составляет  $m = 280$  г? Каково влияние количества образца на время радиоуглеродного датирования? Период полураспада углерода-14 равен  $T_{1/2} = 5,7 \cdot 10^3$  лет.

**12.15.** Изотоп рубидия  $^{87}_{37}\text{Rb}$  является  $\beta$ -излучателем с периодом полураспада  $T_{1/2} = 4,75 \cdot 10^{10}$  лет. В результате распада образуется ядро стронция  $^{87}_{38}\text{Sr}$ . Рубидий используется для определения возраста горных пород и окаменелостей. Породы, содержащие окаменелости древних животных, содержат соотношение  $^{87}_{38}\text{Sr}$  к  $^{87}_{37}\text{Rb}$ , равное  $\eta = 0,016$ . Предполагая, что при формировании пород стронций отсутствовал, оцените возраст этих окаменелостей.

**12.16.** Найден древний деревянный предмет обихода, содержащий  $m = 290$  г углерода и обладающий активностью  $a = 8,0$  Бк. Определите возраст предмета, предполагая, что в живых деревьях доля углерода-14 составляет  $\eta = 1,3 \cdot 10^{-10}\%$ . Период полураспада углерода-14 равен  $T_{1/2} = 5,7 \cdot 10^3$  лет.

**12.17.** Изотоп йода  $^{131}_{53}\text{I}$  используется в медицине для диагностики функции щитовидной железы. Если пациент проглотил  $m = 600$  мкг препарата. Определите его активность: а) сразу же после приема этого препарата; б) через 1,0 ч во время тестирования щитовидной железы; в) через 6 мес. Период полураспада йода равен  $T_{1/2} = 8$  сут.

**12.18.** Образец природного самария массой  $m = 1$  г испускает  $\alpha$ -частицы с частотой  $\nu = 120$  с $^{-1}$ , что обусловлено присутствием изотопа  $^{147}_{62}\text{Sm}$ . Естественное содержание  $^{147}_{62}\text{Sm}$  составляет  $\eta = 15\%$ . Определите период полураспада для этого процесса.

**12.19.** Изотоп урана  $^{238}_{92}\text{U}$  претерпевает три  $\alpha$ - и два  $\beta^-$ -распада. Запишите общую схему распада и определите конечный продукт деления.

**12.20.** Период полураспада цезия  $^{137}_{55}\text{Cs}$   $T_{1/2} = 30,8$  с. Определите: а) число ядер в начальном количестве препарата цезия массой

$m = 8,8$  мкг; б) число ядер цезия через 2,0 мин; в) активность цезия в это время; г) время, через которое активность снизится до  $a = 1$  Бк.

**12.21.** Активность образца серы  ${}^{35}_{16}\text{S}$   $a = 2,65 \cdot 10^5$  Бк. Определите массу образца, если период его полураспада  $T_{1/2} = 7,55 \cdot 10^6$  с.

**12.22.** Определите период полураспада радиоактивного препарата, если за сутки его активность уменьшается в четыре раза.

**12.23.** Определите массу полония  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  в радиоактивном веществе, активность которого  $a = 3,4 \cdot 10^{11}$  Бк. Период полураспада полония  $T_{1/2} = 138$  сут.

**12.24.** Сколько ядер  ${}^{238}_{92}\text{U}$  осталось в образце породы, если регистрируется активность  $a = 640$  Бк? Период полураспада урана равен  $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$  лет.

**12.25.** Определите: а) постоянную распада урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$ , период полураспада которого составляет  $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$  лет; б) период полураспада некоторого ядра, если его постоянная радиоактивного распада составляет  $\lambda = 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ .

**12.26.** Активность образца калия  ${}^{40}_{19}\text{K}$  составляет  $a = 670$  Бк. Определить массу этого образца, если период полураспада калия равен  $T_{1/2} = 1,28 \cdot 10^9$  лет.

**12.27.** Образец урана  ${}^{233}_{92}\text{U}$  с периодом полураспада  $T_{1/2} = 1,59 \cdot 10^5$  лет содержит  $N = 7,5 \cdot 10^{19}$  ядер. Определите: а) постоянную радиоактивного распада этого образца; б) количество распадов в минуту.

**12.28.** Определите массу образца чистого калия  ${}^{40}_{19}\text{K}$  с радиоактивной активностью  $a = 2 \cdot 10^5$  Бк. Период полураспада калия  ${}^{40}_{19}\text{K}$  составляет  $T_{1/2} = 1,28 \cdot 10^9$  лет.

**12.29.** Испускаемая при распаде  ${}^{238}_{92}\text{U}$   $\alpha$ -частица обладает кинетической энергией  $K = 4,2$  МэВ. Определите кинетическую энергию дочернего ядра и значение энергии этого  $\alpha$ -распада.

**12.30.** Ядро фосфора  ${}^{32}_{15}\text{P}$  распадается, испуская электрон с максимальной кинетической энергией  $K = 1,71$  МэВ. Какое дочернее ядро образуется при этом? Вычислите атомную массу дочернего ядра.

**12.31.** Изотоп кобальта  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  распадается с испусканием  $\beta^-$ -частицы. Какова максимальная кинетическая энергия этой частицы? Масса кобальта-60 составляет  $m = 59,93382$  а. е. м.

**12.32.** Изотоп полония  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  распадается с испусканием  $\alpha$ -частицы. Определите энергию данной реакции. Масса полония-218 составляет  $m = 218,00897$  а. е. м.

**12.33.** Найдите электрическую мощность атомной электростанции, расходующей  $m = 0,08$  кг урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  в сутки, если КПД станции равен  $\eta = 16\%$ , а энергия, выделяющаяся в каждом акте реакции деления, равна  $E = 200$  МэВ.

**12.34.** Запишите уравнение реакции захвата электрона бериллием. Какая энергия выделяется при таком захвате?

**12.35.** Протоны с кинетической энергией  $K = 1$  МэВ бомбардируют неподвижную литиевую мишень, возбуждая реакцию  $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$ . Образовавшиеся при этом две  $\alpha$ -частицы летят с одинаковой скоростью. Определите кинетическую энергию этих частиц.

**12.36.** Запишите уравнение  $\beta^-$ -распада трития  ${}^3_1\text{H}$ . Какая энергия выделяется при этом?

**12.37.** В результате распада нуклида  ${}^{191}_{76}\text{Os}$  образуется электрон с кинетической энергией  $K = 0,14$  МэВ и  $\gamma$ -кванты с энергией  $\varepsilon_1 = 0,042$  МэВ и  $\varepsilon_2 = 0,129$  МэВ. Определите дочернее ядро и запишите уравнение распада. Нарисуйте диаграмму энергетических уровней, показывающую основные состояния родительского и дочернего ядер. В какое из дочерних состояний происходит распад  ${}^{191}_{76}\text{Os}$ ?

**12.38.** Какая энергия выделяется при поглощении ядром  ${}^{238}_{92}\text{U}$  медленного нейтрона и его последующем превращении в  ${}^{239}_{92}\text{U}$ ? Кинетической энергией нейтрона можно пренебречь.

**12.39.** Определите суточный расход  ${}^{235}_{92}\text{U}$  атомной электростанцией мощностью  $P = 1000$  МВт, если при делении  ${}^{235}_{92}\text{U}$  за один акт деления выделяется энергия  $E = 200$  МэВ.

**12.40.** Определите, во сколько раз увеличится количество нейтронов в ядерном реакторе за время  $t = 5$  мин, если среднее время жизни нейтрона  $\tau = 0,2$  с, а коэффициент размножения нейтронов  $k = 1,003$ .

**12.41.** Определите долю кинетической энергии, которую теряет нейтрон при упругом столкновении с покоящимся ядром гелия  ${}^4_2\text{He}$ , если после столкновения обе частицы движутся вдоль одной прямой.



**12.42.** Определите массу нейтрального атома, если ядро этого атома состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра  $E_{св} = 26,3$  МэВ.

**12.43.** Если бы масса протона была немного ближе к массе нейтрона, то могла стать возможной следующая реакция, даже при малых энергиях столкновения:  $e^- + p \rightarrow n + \nu$ . Почему эта ситуация привела бы к катастрофе? На сколько процентов нужно было бы увеличить массу протона, чтобы сделать эту реакцию возможной?

**12.44.** Энергия связи ядра  $^{18}_8\text{O}$  равна  $E_{св\text{O}} = 139,8$  МэВ, ядра  $^{19}_9\text{F} - E_{св\text{F}} = 147,8$  МэВ. Определите какую минимальную энергию нужно затратить, чтобы удалить один протон из ядра фтора.

**12.45.** Покоившееся ядро радона  $^{220}_{86}\text{Rn}$  выбросило  $\alpha$ -частицу со скоростью  $v_\alpha = 1,6 \cdot 10^7$  м/с. В какое ядро превращается ядро радона? Какую скорость получило это ядро вследствие отдачи? Относительные массы ядер принять равными массовым числам.

**12.46.** Определите энергию, которую можно получить при расщеплении урана  $^{235}\text{U}$  массой  $m = 1$  г, если при делении каждого ядра выделяется энергия  $E_0 = 200$  МэВ.

**12.47.** Найдите массу нуклида  $^{235}\text{U}$ , подвергшуюся делению при взрыве ядерной бомбы с тротильным эквивалентом  $m_{\text{экв}} = 30$  кг, если тепловой эквивалент тротила равен  $q = 4,1$  кДж/г. Считать, что при каждом акте деления ядра урана выделяется энергия  $E_0 = 200$  МэВ.

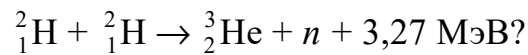
**12.48.** Определите энергию, выделяющуюся при образовании двух  $\alpha$ -частиц, в результате синтеза ядер  $^2_1\text{H}$  и  $^6_3\text{Li}$ , если известно, что удельные энергии связи  $^2_1\text{H}$ ,  $^6_3\text{Li}$  и  $^4_2\text{He}$  равны  $\epsilon_{св1} = 1,12$  МэВ,  $\epsilon_{св2} = 5,34$  МэВ и  $\epsilon_{св3} = 7,08$  МэВ, соответственно.

**12.49.** В реакции взаимодействия дейтрона с ядром бериллия  $^9_4\text{Be}$  образовались новое ядро и нейтрон. Определите массовое число  $A$  и порядковый номер  $Z$  образовавшегося ядра. Чему равен энергетический эффект реакции?

**12.50.** Определите энергию, выделяющуюся при сгорании  $m = 1,0$  кг  $^{235}\text{U}$ ? Считать, что при каждом акте деления ядра урана выделяется энергия  $E_0 = 200$  МэВ. Какое количество нефти с теплоотворной способностью  $q = 42$  кДж/г выделяет при сгорании такую энергию?

**12.51.** Найдите электрическую мощность атомной электростанции, в которой расход нуклида  $^{235}\text{U}$  составляет  $m = 200$  кг в год при КПД  $\eta = 30\%$ . При каждом акте деления ядра урана выделяется энергия  $E_0 = 200$  МэВ.

**12.52.** Средняя потребляемая мощность электроэнергии на одну квартиру составляет  $P = 1$  кВт. Какое количество содержащего чистый дейтерий топлива понадобится, чтобы заменить годовое потребление этого количества электроэнергии энерговыделением в реакции синтеза



## ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

**1.1.**  $n = n_B / \sin\varphi \approx 1,54$ . **1.2.**  $\beta = 2\varphi = 120^\circ$ . **1.3.**  $\beta \approx 77^\circ$ . **1.4.**  $D = d(2 + H/h) = 0,5$  м. **1.5.**  $v \approx 2,04 \cdot 10^8$  м/с;  $n = \sqrt{1 + h^2/r^2} \approx 1,47$ . **1.6.**  $s \approx 1,88$  м. **1.7.**  $\alpha = \text{arctg}(n_2/n_1) \approx 48,3^\circ$ . **1.8.**  $\Delta x \approx 9,7$  мм. **1.9.**  $n_{\text{ж}} \approx 1,36$ . **1.10.**  $v \approx 2 \cdot 10^8$  м/с. **1.11.**  $D_{\text{min}} = 2h/\sqrt{n^2 - 1} \approx 57$  см. **1.12.**  $\alpha_{\text{max}} = \text{arcsin}(\sqrt{n^2 - 1}) \approx 65^\circ$ . **1.13.**  $a = 2R/3$ . **1.14.**  $f = 3l/8 = 7,5$  см. **1.15.**  $b = 7,5$  см;  $H = 1,5$  см. **1.16.**  $R = (n - 1)/D = 0,15$  м. **1.17.**  $a = 2f$ . **1.18.**  $l = R(k + 1)^2 / 2k(n - 1) = 0,72$  м. **1.19.**  $D_1 = D(n - n_0)/n_0(n - 1) \approx -0,94$  дптр;  $f = 1/D_1 \approx -1,06$  м. **1.20.**  $\theta = 2\delta = 20^\circ$ . **1.21.**  $a = 0,15$  м;  $H = 0,5$  см. **1.22.**  $a = 0,12$  м;  $H = 0,8$  см. **1.23.**  $d = 10$  см. **1.24.**  $v \approx 2 \cdot 10^8$  м/с. **1.25.**  $\theta = \text{arcsin}(n \sin\varphi) - \varphi \approx 34,6^\circ$ . **1.26.**  $f_1/f_2 = (n_2 - 1)/(n_1 - 1) = 1,4$ . **1.27.**  $D = 2(n - 1)/R_1 = 2$  дптр. **1.28.**  $f = a / (1 + (S/s)^{0,5}) \approx 0,11$  м. **1.29.**  $\Gamma = Ll / (ff_2) = 562,5$ . **1.30.**  $R = 2L(n - 1)/\Gamma = 25$  мм. **1.32.**  $b = R(\Gamma - 1)/(n - 1) = 0,6$  м;  $a = 0,3$  м. **1.33.**  $\Delta t = 0,5d(n_1 + n_2)/c = 0,5 \cdot 10^{-10}$  с. **1.34.**  $f = kl / (k^2 - 1) = 10$  см. **1.35.**  $b = 0,2$  м;  $H = 3$  см. **1.36.**  $D \approx 4,7$  мм. **1.37.**  $\varphi = \text{arctg}(\sin\theta / (n - \cos\theta)) \approx 35,4^\circ$ . **1.38.**  $n = \sin((\varphi + \theta_{\text{min}})/2) / \sin(\varphi/2) \approx 1,41$ . **1.39.**  $f_2 = Ll / f_1\Gamma = 2$  см. **1.40.**  $\Delta x = d \sin(\alpha - \beta) / \cos\beta$ , где  $\alpha = \text{arcsin}(1/n)$ ,  $\beta = \text{arcsin}(1/n^2)$ .

**2.1.**  $R = h\sqrt{2} \approx 1$  м. **2.2.**  $M = 2\pi B_0 / 3 \approx 6,28 \cdot 10^3$  лм/м<sup>2</sup>. **2.3.**  $\Phi = 2\pi I(1 - \alpha) \approx 16,6$  лм, где  $\alpha = h/\sqrt{R^2 + h^2}$ . **2.4.**  $k = 1,11$ . **2.5.**  $M = E(1 + h^2/r^2) = 5 \cdot 10^3$  лм/м<sup>2</sup>. **2.6.**  $r = 1$  м;  $h \approx 0,7$  м. **2.7.**  $E_1/E_2 \approx 1,21$ . **2.8.**  $h = S^{0,5} / 2 = 2,5$  м. **2.9.**  $E_B/E_T = \text{ctg}\alpha \approx 5,67$ . **2.10.**  $\Phi = IS(1/r^2 + 1/(r + 2a)^2) \approx 8,33$  лм. **2.11.**  $E = 4\pi\eta I / S \approx 209$  лк. **2.12.**  $E = \Phi / S = 2 \cdot 10^3$  лк;  $M = \rho E = 1,5 \cdot 10^3$  лм/м<sup>2</sup>;  $B = M / \pi \approx 478$  кд/м<sup>2</sup>. **2.13.**  $B = 4I / \pi d^2 = 12 \cdot 10^6$  кд/м<sup>2</sup>. **2.14.**  $M = 4I / d^2 = 16 \cdot 10^4$  лм/м<sup>2</sup>,  $B = M / \pi \approx 5 \cdot 10^4$  кд/м<sup>2</sup>. **2.15.**  $\rho = \pi B / E \approx 0,021$ . **2.16.**  $E_1 = E_2 = I_0 / h^2 = 200$  лк;  $\Phi = \pi R^2 I_0 / h^2 \approx 157$  лм. **2.17.** На расстоянии  $x = 2$  м от первого источника. **2.18.**  $E = \pi R^2 B / h^2 \approx 36,2$  лк. **2.19.**  $\Phi = 4\pi r^2 E \approx 735$  лм. **2.20.** 1)  $E \approx 21$  лк; 2)  $E \approx 22,6$  лк. **2.21.**  $I = Rr^2 = 400$  кд.

**3.1.**  $s_2 \approx 12,5$  см;  $L_1 = L_2 \approx 20$  см. **3.2.**  $L = 2dn^2 / \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \approx 16$  мм.  
**3.3.**  $\Delta = 2d(n_1 - 1) + h(n_2 - 1) \approx 3,9$  мм. **3.4.**  $\Delta\delta = 2\pi h(n - 1) / \lambda =$   
 $= 8\pi / 3$  рад. **3.6.**  $\lambda = 2\Delta x h / l = 0,54$  мкм. **3.7.**  $l = 2\eta\Delta x \Delta h / \lambda(\eta - 1) =$   
 $= 1$  м. **3.8.** Увеличить в  $\eta = 1,25$  раза. **3.9.** 1)  $\Delta x = \lambda l / 2h = 0,035$  мм;  
2)  $x = 2ah / (l + a) \approx 0,36$  см; 3)  $m_{\max} = 51, N = 103$ . **3.10.**  $d_{\min} = \lambda / 4(n -$   
 $- 1) = 0,32$  мкм. **3.11.**  $I = I_0 / 4$ . **3.12.**  $\lambda = sd / 2ml \approx 589$  нм;  $\Delta x = s / 2m =$   
 $= 0,275$  мм. **3.13.**  $N = sd / \lambda l = 10$ . **3.14.**  $I = I_{\max} \cos^2 \eta x, I_{\max} = 4I_0$ , где  
 $\eta = \pi d / \lambda l \approx 12 \cdot 10^3$  м<sup>-1</sup>. **3.15.**  $s = (n_2 - n_1)lh / d = 1,2$  мм, в сторону  
пластинки с большим показателем преломления. **3.16.**  $s = (n -$   
 $- 1)(h_2 - h_1)l / d = 1,8$  мм, к более толстой пластинке. **3.17.**  $n = 1 +$   
 $+ 4\lambda / h = 1,48$ . **3.18.**  $h_{\min} = \lambda / 2(n - 1) = 0,7$  мкм. **3.19.**  $n_{Cl} = n + N\lambda / h =$   
 $= 1,000867$ , в сторону кюветы. **3.20.**  $N \approx 15; l_{\text{кор}} \approx 4,5$  мкм;  $\tau_{\text{кор}} \approx$   
 $\approx 1,5 \cdot 10^{-14}$  с. **3.21.**  $d < \lambda l / D \approx 0,05$  мм. **3.22.**  $l_{\text{кор}} \approx 0,02$  мм;  $h_{\text{кор}} \approx 1,1$  мм;  
 $\tau_{\text{кор}} \approx 7 \cdot 10^{-14}$  с. **3.23.** 1)  $\varphi = \lambda(a + b) / 2\Delta x a \approx 8,25'$ ; 2)  $d = 2a\varphi = 0,96$  мм;  
 $x = 2b\varphi = 4,8$  мм;  $N = 2b\varphi / \Delta x = 7$ . **3.24.**  $\Delta x = \lambda / 2\varphi \approx 0,45$  мм;  $N =$   
 $= 4\varphi^2 b / \lambda = 7$ . **3.25.** Увеличить в  $\eta = (1 + \eta_2\eta_1) / (1 + \eta_1) \approx 1,4$  раза,  
увеличится в  $\eta' \approx 2$  раза. **3.26.**  $l = 1,5$  мм;  $m_{\max} = 6; \varphi \approx 4,4'$ .  
**3.27.** 1)  $\Delta x = s / (2m + 1) = 0,8$  мм; 2)  $d \approx 2a\varphi \approx 1,2$  мм,  $x \approx 2b\varphi \approx 7$  мм;  
3)  $\lambda = 2a\varphi s / (2m + 1)(a + b) \approx 0,53$  мкм. **3.28.**  $\lambda = 2\varphi\Delta x \approx 0,52$  мкм,  
 $x = 2b\varphi \approx 2,6$  мм;  $N = 2b\varphi / \Delta x = 9$ . **3.29.**  $\Delta x = \lambda(a + b) / 2(n - 1)\varphi a \approx$   
 $\approx 0,34$  мм;  $x = 2(n - 1)\varphi b \approx 4,8$  мм;  $N = 4(n - 1)^2\varphi^2 ab / \lambda(a + b) = 15$ .  
**3.30.**  $\varphi = \lambda / 2(n - 1)\Delta x \approx 7'$ ;  $N = 4(n - 1)^2\varphi^2 b / \lambda = 9$ . **3.31.**  $s = 3\lambda(a +$   
 $+ b) / (n - 1)\varphi a \approx 2$  мм;  $x = 2(n - 1)\varphi b \approx 4,4$  мм;  $m_{\max} = 6$ . **3.32.**  $\lambda =$   
 $= 2\Delta x(n - 1)\varphi a / (a + b) \approx 0,52$  мкм;  $x = 2(n - 1)\varphi b \approx 8,5$  мм;  $N =$   
 $= 4(n - 1)^2\varphi^2 ab / \lambda(a + b) = 29$ . **3.33.**  $a_2 = \lambda_2 a_1 b / (\lambda_1 b + (\lambda_1 - \lambda_2)a_1) \approx$   
 $\approx 41$  см. **3.34.**  $b = H / 4(n - 1)\varphi \approx 3,6$  м;  $\Delta x = \lambda / 2(n - 1)\varphi \approx 0,19$  мм;  
 $x = H / 2 = 1,25$  см;  $N = H(n - 1)\varphi / \lambda = 67$ . **3.35.**  $N = 27; \Delta x =$   
 $= \lambda / (n - 1)\varphi \approx 0,3$  мм;  $s = \lambda\Delta x / \Delta\lambda \approx 3,9$  мм. **3.36.**  $\Delta x = \lambda(c - 2f) / 2h =$   
 $= 0,28$  мм. **3.37.**  $\lambda = \Delta x h / (f + 3c / 2) = 0,5$  мкм. **3.38.**  $c = Df / 2h =$   
 $= 6,25$  м;  $\Delta x = \lambda f / h = 0,15$  мм;  $N_{\max} = Dh / 2\lambda f = 167$ . **3.39.**  $\lambda =$   
 $= d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \approx 0,58$  мкм, желтым. **3.40.**  $d_{\min} = \lambda / 4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \approx$   
 $\approx 0,14$  мкм. **3.41.**  $d_{\min} = 3\lambda_1 / 2n = 5\lambda_2 / 4n \approx 0,56$  мкм. **3.42.**  $d =$   
 $= \lambda_1\lambda_2 / 4n(\lambda_1 - \lambda_2) \approx 0,32$  мкм. **3.43.**  $d = (2m + 1)\lambda / 4n_2 = (2m + 1) \cdot 0,13$  мкм,  
 $m = 0, 1, 2, \dots$ . **3.44.**  $\Delta t_{\min} = \lambda / 2v\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \approx 10$  мин. **3.45.**  $d =$   
 $= \Delta m\lambda / 2(n - (n^2 - 1)^{0,5}) \approx 0,3$  мм. **3.46.**  $\Delta x = \lambda / 2n\varphi \approx 0,25$  мм;

$N = 2nl\varphi / \lambda = 40$ . **3.47.**  $\varphi = \lambda \cos \alpha / 2\Delta x \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \approx 2'$ . **3.48.**  $\lambda = 2nl\varphi / N \approx 0,6$  мкм. **3.49.** 1)  $\Delta x = \lambda / 2n\varphi \approx 0,25$  мм; 2)  $N_{\max} \approx \lambda / \Delta\lambda = 2730$ ; 3)  $s = \lambda^2 / 2\Delta\lambda n\varphi \approx 68$  см,  $d \approx 0,5$  мм. **3.50.**  $\Delta\lambda \approx \lambda\Delta x / s \approx 0,01$  мкм;  $\varphi = \lambda / 2n\Delta x \approx 2'$ . **3.51.**  $\lambda = (D_1^2 - D_2^2)n / 4R\Delta m \approx 0,63$  мкм. **3.52.**  $\Delta l \approx 0,62$  мм. **3.53.**  $R = (r_2^2 - r_1^2) / \Delta m\lambda \approx 40$  см. **3.54.**  $\lambda_{\kappa} = 4,5r_8^2\lambda_c / 7,5r_5^2 \approx 0,67$  мкм;  $R = r_5^2 / 4,5\lambda_c \approx 80$  см. **3.55.**  $d = (m - 1/2)\lambda / 2n \approx 0,47$  мкм. **3.56.**  $f = r^2 / 7,5(n - 1)\lambda \approx 80,4$  см. **3.57.**  $R = r^2n / (m - 1/2)\lambda \approx 44$  см. **3.58.**  $R = (r_2^2 - r_1^2) / \lambda(m_2 - m_1) \approx 20$  см. **3.59.**  $h = (D_1^2 - D_2^2) / 8R = 7$  мкм. **3.60.**  $r_0 = \sqrt{r^2 - m\lambda R} = 2,5$  мм. **3.61.**  $r = \sqrt{(m - 1/2)\lambda R} / 2 \approx 1,2$  мм;  $r' = r / \sqrt{n} \approx 1$  мм. **3.62.**  $f = r_1^2 r_2^2 / 14,5(n - 1)(r_1^2 + r_2^2)\lambda \approx 47,7$  см. **3.63.**  $r_2 = (R_2 / R_1)^{1/2} r_1 \approx 2,7$  мм. **3.64.**  $r \approx 1,27$  мм. **3.65.**  $r = \lambda(R / \Delta\lambda)^{0,5} \approx 2$  мм;  $r' = r / n^{0,5} \approx 1,6$  мм. **3.66.**  $n_{\kappa} = n_{\text{в}} + N\lambda / l = 1,000472$ . **3.67.**  $\Delta n = (N_1 - N_2)\lambda / l = 46,2 \cdot 10^{-5}$ . **3.68.**  $D \approx \lambda l / d \approx 116 \cdot 10^7$  км. **3.69.**  $\Delta\lambda \approx 0,01$  мкм. **3.70.**  $\lambda = 2h / N = 0,6$  мкм. **3.71.**  $n = 1 + h / d = 1,56$ .

**4.1.**  $m = 3$ , максимум. **4.2.**  $m = 0,5$ ,  $I \approx 2I_0$ . **4.3.**  $r_2 = \sqrt{0,4r_5} \approx 1,2$  мм;  $S_5 = S_2 = \pi r_5^5 / 5 \approx 2,27$  мм<sup>2</sup>;  $S = 3S_5 \approx 6,8$  мм<sup>2</sup>. **4.4.**  $b_1 = 135$  см,  $b_2 = 45$  см,  $b_3 = 27$  см. **4.5.** Увеличится в 1,3 раза. **4.6.** 1) увеличить в  $\sqrt{2}$  раза; 2) увеличить в  $\sqrt{3}$  раза. **4.7.** В  $\sqrt{3}$  раза. **4.8.**  $b_{\max} = D^2 / 8\lambda \approx 1,3$  м. **4.9.**  $b = d^2 / 4\lambda = 0,5$  м;  $I \approx 4I_0$ . **4.10.** Два раза,  $a' \approx 36,3$  см и  $a'' \approx 213,7$  см. **4.11.** Уменьшится в 4 раза. **4.12.** Уменьшится в 2 раза. **4.13.**  $\lambda = R^2(1 / b_2 - 1 / b_1) / 2 \approx 0,54$  мкм. **4.14.**  $R = \sqrt{2\lambda a_2 a_1} / (a_1 - a_2) \approx 0,8$  мм. **4.15.**  $b = (R_2^2 - R_1^2) / 2\lambda \approx 80$  см. **4.16.**  $R_{\min} \approx (\lambda ab / 3(a + b))^{0,5} \approx 0,35$  мм. **4.17.**  $I \approx 4I_0$ . **4.18.**  $I \approx 2I_0$ . **4.19.**  $R = \sqrt{5}R_0 \approx 2$  мм. **4.20.**  $I \approx I_0$ , уменьшится до  $I \approx 0$ . **4.21.**  $l = D^2 / \lambda \approx 6$  м;  $I \approx I_0$ . **4.22.** а)  $I \approx 9I_0 / 16$ ; б)  $I \approx I_0 / 16$ ; в)  $I \approx I_0 / 4$ . **4.23.**  $I \approx (1 - \varphi / 2\pi)^2 I_0 = 25I_0 / 36$ . **4.24.**  $I \approx (1 + \varphi / 2\pi)^2 I_0 = 81I_0 / 64$ . **4.25.** а)  $I \approx 25I_0 / 16$ ; б)  $I \approx 9I_0 / 4$ . **4.26.**  $I \approx 3I_0 / 2$ . **4.27.** а)  $I \approx I_0 / 4$ ; б)  $I \approx 0$ ; в)  $I \approx I_0 / 4$ . **4.28.**  $I \approx 4I_0$ . **4.29.**  $h_{\min} = 5\lambda / 8(n - 1) = 0,8$  мкм;  $I \approx (1 + \sqrt{2})^2 I_0$ . **4.30.**  $h_{\min} = 7\lambda / 8(n - 1) = 1,26$  мкм;  $I \approx (\sqrt{2} - 1)^2 I_0$ . **4.31.**  $d_{\min} = 3\lambda / 8(n - 1) = 0,42$  мкм. **4.32.**  $I \approx 2,5I_0$ . **4.33.**  $I \approx 0$  — при  $m$  четном,  $I \approx 4I_0$  — при  $m$  нечетном. **4.34.**  $a = m\lambda \sqrt{1 + 4(f / s)^2} \approx 18$  мкм. **4.35.**  $\varphi_1 \approx 33^\circ$ ,  $\varphi_2 \approx 60^\circ$ . **4.36.**  $\lambda = a \sin \Delta\varphi / \sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi} \approx 0,56$  мкм. **4.37.**  $s \approx f\lambda / a = 1,5$  см. **4.38.**  $\psi \approx 2\lambda / a = 2,3^\circ$ ;  $\Delta x \approx 2f\lambda / a = 6$  мм. **4.39.**  $a \approx 5,2$  мкм. **4.40.**  $s_2 = 2s_1 / 3 \approx 1,7$  мм.

**4.41.**  $\lambda = a \sin(\alpha / 2) / 2 = 0,55$  мкм. **4.42.**  $I_1 / I_0 = 4 / 9\pi^2 \approx 0,045$ ,  $I_2 / I_0 = 4 / 25\pi^2 \approx 0,016$ . **4.43.**  $\varphi_2 = \arcsin(\lambda_2 \sin \varphi_1 / 3\lambda_1) \approx 11,5^\circ$ ;  $d = 3$  мкм. **4.44.**  $d \approx 3,8$  мкм;  $\varphi_{\max} \approx 62^\circ$ . **4.45.**  $d = 2\lambda \sqrt{5 - 4 \cos \Delta \varphi} / \sin \Delta \varphi \approx 3$  мкм. **4.46.**  $m_{\max} = 7$ ;  $\varphi_{\max} \approx -64^\circ$ ;  $M = 10$ . **4.47.**  $M = 10$ ;  $\varphi \approx 15,4^\circ$ . **4.48.**  $\Delta \varphi \approx (\lambda_{\text{кр}} - \lambda_{\text{ф}})n \approx 5^\circ$ . **4.49.**  $M = 7$ ,  $\eta_1 = 9 / \pi^2 \approx 0,9$ ,  $\eta_2 = 27 / 4\pi^2 \approx 0,68$ ,  $\eta_3 = 4 / \pi^2 \approx 0,4$ . **4.50.**  $I_1 / I_4 = 16 \sin^2(\pi a / d) / \sin^2(4\pi a / d) \approx 3,6$ . **4.51.** 1)  $m = 3k$ ; 2)  $m = 4k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . **4.52.**  $\eta_m = 0$  для четных  $m$ ;  $\eta_m = 4 / m^2 \pi^2$  для нечетных  $m$ . **4.53.**  $n = \sin \varphi / m\lambda \approx 200$  штрихов/мм. **4.54.**  $\Delta \varphi \approx 2\lambda / l \approx 0,2'$ . **4.55.**  $M = 9$ ;  $\varphi \approx 56,7^\circ$ . **4.56.**  $\lambda = \sin(\Delta \varphi / 2) / n \approx 0,55$  мкм. **4.57.**  $N \geq \lambda_1 / (\lambda_2 - \lambda_1) = 4600$ . **4.58.**  $m \geq 3$ . **4.59.**  $d \leq 16,5$  мкм. **4.60.**  $m_{\max} = 4$ ,  $D = m_{\max} / d \sqrt{1 - (m_{\max} \lambda / d)^2} \approx 10$  угл. мин/мм. **4.61.**  $M = 10$ ;  $D_{1,2} = 2 / d \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 \pm 2\lambda / d)^2}$ ;  $D_1 \approx 4,8$  угл. мин/мм,  $D_2 \approx 2,3$  угл. мин/мм. **4.62.**  $D = \text{tg} \varphi / \lambda \approx 6,9$  угл. мин/мм. **4.63.**  $l \leq 6$  км. **4.64.**  $s_{\min} \approx 1,5$  см. **4.65.**  $D_{\min} \approx 7$  см. **4.66.**  $d \approx 187$  пм. **4.67.**  $\lambda = 2d \sin \alpha / \sqrt{10 - 6 \cos \alpha} \approx 65,6$  пм. **4.68.**  $\lambda = d \sin((\alpha_1 + \alpha_2) / 2) \approx 46,6$  пм. **4.69.**  $d \approx 282$  пм.

**5.1.**  $\eta_2 = 2\eta_1^2 \cos^2 \varphi = 8\%$ . **5.2.**  $\eta = 1 / \cos^2 \varphi = 1,33$ ;  $\varphi_{\min} = \varphi / 2 = 15^\circ$ . **5.3.**  $I = I_0 \sin^2 2\varphi / 8 = 3I_0 / 32$ . **5.4.**  $\varphi = \arccos((2\eta)^{1/6}) = 45^\circ$ . **5.5.**  $\Phi_0 = 2vW = 6$  мВт. **5.6.**  $\eta = 2 / (1 - k)^2 \cos^2 \varphi \approx 2,8$ . **5.7.**  $I = I_0(1 - k)^2 \cos^4 \varphi \approx 0,23I_0$ . **5.8.**  $\varphi = \arccos((2(1 - \eta))^{0,5} / (1 - k)) \approx 70^\circ$ . **5.9.** Уменьшится в  $\eta = 2 / (1 - k)^4 \cos^4 \varphi \approx 2,8$ . **5.10.**  $\eta = 1 / (\cos^2 \varphi_1 \cos^2(\varphi_2 - \varphi_1)(1 - k)^2) \approx 1,6$ . **5.11.**  $k = 1 - (2 / \eta)^{0,5} / \cos \varphi \approx 9\%$ . **5.12.** 1)  $P_1 = 0,2$ ; 2)  $P_2 = 0,6$ . **5.13.** 1)  $I_{\text{ест}} / I_{\text{п}} = 4$ ; 2)  $I_{\text{ест}} / I_{\text{п}} = 1$ ; 3)  $I_{\text{ест}} / I_{\text{п}} = 0,25$ . **5.14.**  $P = (\eta - 1) / (\eta + \cos 2\varphi) \approx 0,6$ . **5.15.**  $\eta = (1 + P) / (1 + P \cos 2\varphi) = 2,8$ . **5.16.**  $\varphi = \arccos \sqrt{(\eta - 1)(1 - P) / 2P} = 60^\circ$ . **5.17.**  $P = (\alpha_1 - \alpha_2) / (\alpha_1 + \alpha_2) \approx 0,78$ , уменьшится в  $\eta = 2 / (\alpha_1 + \alpha_2) \approx 2,2$ . **5.18.**  $\eta = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) / 2 = 45\%$ ;  $P = (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) / (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) = 0,8$ . **5.19.**  $\eta = 1 / \alpha_1 \alpha_2 \approx 4,7$ ;  $P = 0$ . **5.20.**  $\eta = 1 / \sqrt{1 - P^2} \approx 3,2$ . **5.21.**  $\eta' = (\eta + 1) / \eta = 1,2$ . **5.22.**  $n = 1 / \text{tg} \beta \approx 1,6$ . **5.23.**  $\varphi = 2 \arctg(1 / n) \approx 67,4^\circ$ . **5.24.**  $v = c / \text{tg} \alpha \approx 2 \cdot 10^8$  м/с. **5.25.**  $\varphi = \arctg(1 / n) \approx 33^\circ$ . **5.26.**  $I = I_0(n^2 - 1)^2 / 2(n^2 + 1)^2 \approx 0,13I_0$ ;  $\rho = I / I_0 \approx 0,13$ . **5.27.**  $P'' = \rho / (1 - \rho) = 0,25$ . **5.28.**  $I'' = I_0(1 - \rho) / n \approx 0,57I_0$ . **5.29.**  $P_0 = \rho = 0,07$ . **5.30.** 1)  $\rho = (n^2 - 1)^2 / (n^2 + 1)^2 \approx 0,17$ ; 2)  $I' = \rho I_0 \approx 0,17I_0$ ,  $I'' = (1 - \rho)I_0 / n \approx 0,54I_0$ . **5.31.**  $\rho = 0$ ;  $I' = 0$ ;  $I'' = I_0 / n \approx 0,67I_0$ .

**5.32.**  $\rho = (n^2 - 1)^2 \sin^2 \varphi / (n^2 + 1)^2 \approx 0,095$ . **5.33.**  $P'' = \rho P' / (1 - \rho) \approx 0,03$ .  
**5.34.**  $P' \approx 0,44$ ;  $P'' = 0,009$ . **5.35.**  $I' \approx 0,05I_0$ ;  $I'' \approx 0,76I_0$ . **5.36.**  $\rho \approx 0,056$ ;  
 $\tau \approx 0,944$ ;  $P' = P'' = 0$ . **5.37.**  $I_2 = 0,93I_0$ ;  $I_3 = 0,06I_0$ ;  $I_4 = 0,87I_0$ ;  $P_1 =$   
 $= P_3 = 1$ ;  $P_2 \approx 0,075$ ;  $P_4 \approx 0,15$ . **5.38.**  $P = (1 - \alpha^N) / (1 + \alpha^N)$ , где  $\alpha =$   
 $= (1 - 2\rho)^2$ ;  $P_4 \approx 0,57$ ;  $P_8 \approx 0,86$ . **5.39.**  $d_2 = \Delta n_1 d_1 / |\Delta n_2| \approx 15$  мм,  $\delta_1 =$   
 $= -\delta_2 \approx 513,2\pi$  рад. **5.40.**  $\lambda \approx 0,69$ ;  $0,6$ ;  $0,53$ ;  $0,47$ ;  $0,43$  мкм. **5.41.**  $d_{\max} \approx$   
 $\approx 0,98$  мм. **5.42.**  $d = 0,75$  мм. **5.43.**  $d_{\min} = 3\lambda_1 / (n_e - n_o) \approx 0,18$  мм.  
**5.44.**  $d_1 \approx 0,88$  мкм;  $d_2 \approx 16,6$  мкм. **5.45.**  $\beta_1 = -30^\circ$ ;  $\beta_2 = 60^\circ$ .  
**5.46.**  $\lambda_1 \approx 679,2$  нм;  $\lambda_2 \approx 654,5$  нм. **5.47.**  $I \approx 0,19I_0$ . **5.48.**  $\eta \approx 1,5$ .  
**5.49.**  $d < \lambda^2 / \Delta\lambda |n_e - n_o|$ ;  $d_1 < 1,7$  мм;  $d_2 < 0,09$  мм. **5.50.**  $d_{\min} =$   
 $= \arctg(\eta^{0,5})\lambda / \pi(n_e - n_o) \approx 0,022$  мм. **5.51.**  $d_{\min} = \arctg(1 / 3^{0,5})\lambda / \pi(n_e -$   
 $- n_o) \approx 0,01$  мм. **5.52.**  $d_{1\min} \approx 2,8$  мм;  $d_{2\min} \approx 5,6$  мм. **5.53.**  $d_{\min} = 12$  мм.  
**5.54.**  $d'_{\min} \approx 5,3$  мм. **5.55.**  $d_{\min} \approx 3,3$  мм. **5.56.**  $\eta = \sin^2(\alpha d) / 2 \approx 35\%$ .  
**5.57.**  $\beta = 60^\circ$ . **5.58.**  $E_{\max} \approx 44,6$  кВ/см. **5.59.**  $E = \sqrt{1/4lB} \approx 10,7$  кВ/см.  
**5.60.**  $\eta \approx 1,3$ . **5.61.**  $H = (\varphi_1 - \varphi_2) / 2Vl = 25,2$  кА/м. **5.62.**  $I =$   
 $= I_0 \sin^2(VlH) / 2 = 0,25I_0$ . **5.63.**  $H_{\min} = 13,8$  кА/м. **5.64.**  $\varphi_{\min} = 45^\circ$ ;  
 $H = 10$  кА/м.

**6.1.**  $v = c / (a + bv^2)$ ;  $u = c / (a + 3bv^2)$ . **6.2.**  $u = c(1 + (\lambda / n)dn / d\lambda) / n$ .  
**6.3.**  $dn / d\lambda = -7,3 \cdot 10^4$  м<sup>-1</sup>;  $v = 1,94 \cdot 10^8$  м / с;  $u = 1,89 \cdot 10^8$  м/с; нор-  
 мальная дисперсия. **6.4.**  $V_1 = 25,3$ ;  $V_2 = 41,7$ ; второй образец. **6.5.**  $v / u =$   
 $= 1,05$ . **6.6.**  $u = v / 3$ . **6.7.**  $\Delta\lambda = -0,25$  мкм. **6.8.**  $u = c^2 / v$ . **6.9.**  $v - u =$   
 $= 2,3$  Мм/с. **6.10.**  $\varepsilon = a / \omega^2 + 2$ , где  $a$  – некоторая постоянная.  
**6.11.**  $u(\lambda_m) = v(\lambda_m) = c(a + 2\sqrt{bf})^{-1/2}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме.  
**6.12.**  $\eta = 1,5$ . **6.13.**  $l_1 = 13,86$  м;  $l_2 = 29,96$  м. **6.14.**  $\eta = 9$ . **6.15.**  $d_2 =$   
 $= 0,45$  мм. **6.16.**  $\alpha = 0,02$  см<sup>-1</sup>;  $l_1 = 10$  см. **6.17.**  $d_2 = 1,4$  см. **6.18.**  $N = 8$ .  
**6.19.**  $\eta = 2,6$ . **6.20.** а)  $I = 125,1$  Вт/м<sup>2</sup>; б)  $I = 138,2$  Вт/м<sup>2</sup>; в)  $I = 135,7$  Вт/м<sup>2</sup>.  
**6.21.**  $\Delta\lambda = \lambda_0 / \sqrt{2}$ . **6.22.**  $d = 3,9$  см. **6.23.**  $h = 2h_0$ . **6.24.**  $\alpha = 0,4$  см<sup>-1</sup>;  $\tau =$   
 $= 0,67$ ;  $D = 0,174$ . **6.25.**  $\eta = 9$ . **6.26.**  $C = 0,005$  моль/л. **6.27.**  $\varepsilon =$   
 $= 14$  л/(моль·см). **6.28.**  $\eta = 4$ . **6.29.**  $\Phi_1 / \Phi_2 = 3$ . **6.30.**  $r \approx 0,01$  см<sup>-1</sup>.  
**6.31.**  $\Delta r = 0,016$  см<sup>-1</sup>. **6.32.**  $\lambda_0 = 612$  нм. **6.33.**  $v = 0,385c$ . **6.34.**  $v =$   
 $= 1,14 \cdot 10^6$  м/с. **6.35.**  $v \approx 62162$  км/с. **6.36.**  $\Delta\lambda = \pm\lambda_0 v / c$ . **6.37.**  $\Delta\lambda =$   
 $= \lambda_0 v^2 / 2c^2$ . **6.38.**  $T \approx 292$  К. **6.39.**  $\Delta\lambda = 69$  пм. **6.40.**  $v = 500$  м/с.  
**6.41.**  $\Delta v = 5$  кГц. **6.42.**  $v = 0,46c$ .

**7.1.**  $W = 2,5$  кДж. **7.2.**  $t_2 = 1474^\circ\text{C}$ . **7.3.**  $R_{T2} / R_{T1} = 256$ ;  $\varepsilon_{\lambda_{\max, T2}} / \varepsilon_{\lambda_{\max, T1}} = 1024$ . **7.4.**  $\lambda_{\max} = 1,8$  мкм. **7.5.**  $T_2 = 748$  К. **7.6.**  $\varepsilon_{\lambda_{\max, T}} = 1,3 \cdot 10^{-9}$  Вт/(м<sup>2</sup>·нм). **7.7.**  $R_{T2} / R_{T1} = 3,84$ . **7.8.**  $\lambda_{\max} = 10,6$  мкм. **7.9.**  $\eta = 1,24$ . **7.10.**  $\varepsilon_{\lambda_{\max, T}} = 1,59 \cdot 10^4$  Вт/(м<sup>2</sup>·нм). **7.11.**  $T_1 = 3,82$  кК;  $T_2 = 7,63$  кК. **7.12.**  $T = 1,15$  кК. **7.13.**  $R_T \approx 4,4$  кВт/м<sup>2</sup>. **7.14.**  $\lambda_{\max} = 9,4$  мкм. **7.15.**  $T_1 = 3,5$  кК;  $T_2 = 7$  кК. **7.16.** а)  $\lambda_{\max} = 9,7 \cdot 10^{-7}$  м, инфракрасная область спектра; б)  $\lambda_{\max} = 4,8 \cdot 10^{-7}$  м, видимая область спектра; в)  $\lambda_{\max} = 2,9 \cdot 10^{-10}$  м, рентгеновское излучение. **7.17.**  $P \approx 1,1$  Вт. **7.18.**  $R_{T2} / R_{T1} = 81$ ;  $\varepsilon_{\lambda_{\max, T2}} / \varepsilon_{\lambda_{\max, T1}} = 243$ ;  $\Delta\lambda_{\max} = -1,9$  мкм. **7.19.**  $T_2 = 471$  К. **7.20.**  $\lambda_{\max} = 1,93 \cdot 10^{-6}$  м. **7.21.**  $\Delta R_T / R_T = 0,46$ . **7.22.** В 1,32 раза. **7.23.**  $S = 6$  см<sup>2</sup>. **7.24.**  $P \approx 7,6$  Вт. **7.25.**  $T = 771$  К. **7.26.**  $W \approx 5,6$  кДж. **7.27.**  $W \approx 275$  кДж;  $R_{T0} / R_T = 0,54$ . **7.28.**  $P = 0,1$  Вт. **7.29.**  $\eta = 22\%$ . **7.30.**  $T = 1,3$  кК. **7.31.**  $\lambda_{\max} = 5,3 \cdot 10^{-7}$  м (зеленая область видимого спектра);  $W = 52$  МДж. **7.32.**  $P = 3,9 \cdot 10^{20}$  МВт. **7.33.**  $R_T = 64$  МВт/м<sup>2</sup>;  $\Phi_3 = 3,9 \cdot 10^{20}$  МВт. **7.34.**  $\Phi_3 = 6,2 \cdot 10^{13}$  Вт. **7.35.**  $T = 10^4$  К. **7.36.**  $C = 1,4$  кДж/(м<sup>2</sup>·с). **7.37.**  $R_T \approx 65$  МВт/м<sup>2</sup>;  $T = 5,8 \cdot 10^3$  К. **7.38.**  $T = 396$  К. **7.39.**  $C_m = 605$  Дж/(м<sup>2</sup>·с). **7.40.**  $\lambda_{\max} = 500$  нм. **7.41.** 1)  $R_T = 130$  кВт/м<sup>2</sup>; 2)  $W = 39$  кДж. **7.42.**  $a_T = 0,24$ . **7.43.**  $a_T = 0,26$ . **7.44.**  $T = 1432$  К. **7.45.**  $S = 0,4$  см<sup>2</sup>. **7.46.**  $T = 2,8 \cdot 10^3$  К. **7.47.**  $P_2 = 1,3$  кВт,  $a_T = 0,53$ . **7.48.**  $a_T = 0,2$ . **7.49.**  $t = 28$  мин. **7.50.**  $T_2 = 345$  К. **7.51.**  $P = 40$  кВт/м<sup>2</sup>. **7.52.**  $\varepsilon_{\lambda, T} \approx 3,23 \cdot 10^{11}$  Вт/м<sup>3</sup>,  $R_T \approx 6,46$  кВт/м<sup>2</sup>. **7.53.**  $\varepsilon_{\nu, T} \approx 1,03 \cdot 10^{-8}$  Дж/м<sup>2</sup>;  $R_T \approx 103$  кВт/м<sup>2</sup>.

**8.1.**  $\varepsilon \approx 3,6 \cdot 10^{-19}$  Дж;  $m \approx 4,0 \cdot 10^{-36}$  кг;  $p_\phi \approx 1,2 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с. **8.2.**  $p_\phi \approx 5,3 \cdot 10^{-24}$  кг·м/с. **8.3.**  $\varepsilon \approx 8,2 \cdot 10^{-14}$  Дж;  $\lambda \approx 2,43$  пм. **8.4.**  $\lambda \approx 696$  нм. **8.5.**  $\lambda \approx 1,8 \cdot 10^{-7}$  м. **8.6.**  $\lambda \approx 0,56$  нм. **8.7.**  $N = 50$ . **8.8.**  $U \approx 1,24$  кВ. **8.9.**  $\nu = 1,4$  км/с. **8.10.**  $\Delta\varepsilon \approx 23 \cdot 10^{-20}$  Дж. **8.11.**  $N = 26 \cdot 10^{14}$ . **8.12.** 1)  $m \approx 3,2 \cdot 10^{-36}$  кг; 2)  $m \approx 8,8 \cdot 10^{-32}$  кг; 3)  $m \approx 1,8 \cdot 10^{-30}$  кг. **8.13.**  $\lambda_{\max} \approx 235$  нм. **8.14.**  $\nu_{\max} \approx 6,4 \cdot 10^5$  м/с. **8.15.**  $A_{\text{вых}} = 2,2$  эВ. **8.16.**  $A_{\text{вых}} \approx 7,2 \cdot 10^{-19}$  Дж;  $K_{\max} \approx 3,8 \cdot 10^{-19}$  Дж;  $\nu_{\max} = 9,1 \cdot 10^5$  м/с. **8.17.**  $K_{\max} \approx 0,27 \cdot 10^{-19}$  Дж. **8.18.**  $U_3 \approx 0,96$  В. **8.19.**  $\nu_{\max} = 5,2 \cdot 10^5$  м/с. **8.20.**  $\nu_{\text{кр}} = 4,98 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>. **8.21.**  $\nu \approx 7,5 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>. **8.22.** Фотоэффекта не будет, так как  $\lambda > \lambda_{\text{кр}}$ . **8.23.**  $\lambda_{\text{кр}} \approx 276$  нм. **8.24.**  $A_{\text{вых}} \approx 2$  эВ. **8.25.**  $K_{\max} \approx 3,2 \cdot 10^{-19}$  Дж;  $\nu_{\max} = 8,4 \cdot 10^5$  м/с. **8.26.**  $\nu = 5 \cdot 10^5$  м/с. **8.27.**  $\lambda = 252$  нм. **8.28.**  $A_{\text{вых}} / \varepsilon = 0,82$ . **8.29.**  $A_{\text{вых}} \approx 6,7 \cdot 10^{-19}$  Дж;  $\lambda_{\text{кр}} \approx 297$  нм. **8.30.**  $\lambda = 0,196$  мкм. **8.31.**  $\lambda = 225$  нм. **8.32.**  $A_{\text{вых}} = 1,89$  эВ. **8.33.**  $A_{\text{вых}} = 4,5$  эВ. **8.34.**  $\nu = 6,6 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>. **8.35.**  $U_{32} \approx 1,8$  В. **8.36.**  $\nu = 1,3 \cdot 10^{15}$  Гц. **8.37.**  $\Delta p \approx 8 \cdot 10^{-25}$  кг·м/с. **8.38.**  $U_3 = 0,91$  В. **8.39.**  $\lambda \approx 367$  нм. **8.40.**  $K = 0,52$  МэВ;  $p_e = 4,8 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с.



**8.41.**  $\lambda' \approx 2,25 \cdot 10^{-12}$  м;  $K \approx 1,04 \cdot 10^{-13}$  Дж;  $p_e = 5,56 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. **8.42.**  $\varepsilon \approx 1$  МэВ. **8.43.**  $p' = 4,3 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. **8.44.**  $\varepsilon' / \varepsilon = 33\%$ . **8.45.**  $K = 0,51$  МэВ;  $p_e = 4,7 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. **8.46.**  $\theta \approx 60,7^\circ$ . **8.47.**  $\theta \approx 30^\circ$ . **8.48.**  $\theta \approx 119,3^\circ$ . **8.49.**  $K = 200$  кэВ. **8.50.** На электроде. **8.51.**  $\varepsilon' \approx 0,216$  МэВ. **8.52.**  $p_e = 3,6 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. **8.53.**  $\varepsilon = 1,85$  МэВ. **8.54.**  $\varepsilon = 0,37$  МэВ. **8.55.**  $\varepsilon = 0,51$  МэВ;  $p = 2,7 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. **8.56.** 1)  $\varepsilon' / \varepsilon = 0,67$ ;  $K / \varepsilon = 0,33$ ; 2)  $\varepsilon' / \varepsilon = 0,5$ ;  $K / \varepsilon = 0,5$ . **8.57.**  $\Delta\lambda = 2,43$  пм;  $K = 81,3$  кэВ;  $p_e = 1,6 \cdot 10^{-22}$  кг·м/с. **8.58.**  $\varepsilon \approx 0,7$  МэВ. **8.59.**  $E_3 = 6$  кВТ/м<sup>2</sup>. **8.60.**  $p = 9,1$  мкПа. **8.61.**  $E_3 = 111$  ВТ/м<sup>2</sup>;  $p = 3,7 \cdot 10^{-7}$  Па. **8.62.**  $\rho = 0,25$ . **8.63.**  $p = 6,67 \cdot 10^{-7}$  Па. **8.64.**  $p = 5,8$  мкПа. **8.65.**  $p \approx 0,27 \cdot 10^{-4}$  Па. **8.66.**  $\lambda \approx 501$  нм. **8.67.**  $P \approx 19$  Вт. **8.68.**  $N = 1,5 \cdot 10^{17}$ . **8.69.**  $p = 3,3$  мкПа. **8.70.**  $F = 8 \cdot 10^{-9}$  Н. **8.71.**  $p \approx 1 \cdot 10^{-6}$  Па. **8.72.**  $\lambda = 663$  нм. **8.73.**  $P = 75,4$  Вт. **8.74.**  $n = 1,24 \cdot 10^{13}$  м<sup>-3</sup>. **8.75.**  $\Delta p = 3 \cdot 10^{-6}$  кг·м/с. **8.76.**  $p \approx 12$  мкПа. **8.77.**  $N = 2,9 \cdot 10^{21}$ . **8.78.**  $F = 4 \cdot 10^{-9}$  Н. **8.79.**  $N = 3,73 \cdot 10^{18}$ ;  $F = 3$  нН. **8.80.**  $n = 3 \cdot 10^{11}$  м<sup>-3</sup>;  $N = 9 \cdot 10^{19}$ .

**9.1.** а)  $\Delta x \approx 6$  см; б) значение координаты  $y$  не определено ( $\Delta y = \infty$ ). В случае  $\alpha$ -частицы  $\Delta x$  уменьшится в 4 раза. **9.2.**  $\Delta v / v \approx 1 / 2\pi \approx 0,16$ . **9.3.** а)  $\Delta p \geq 10^{-24}$  кг·м/с; б)  $\Delta v \geq 10^6$  м/с; в)  $\Delta K \geq \Delta p \Delta v \approx 6$  эВ. **9.4.**  $\Delta \varepsilon \approx 10^{-7}$  эВ. **9.5.**  $\Delta \lambda \approx \lambda^2 / 2\pi c \tau \approx 1,3$  нм. **9.6.** а)  $\lambda_{\text{Бр}} \approx 7,3$  нм; б)  $\lambda_{\text{Бр}} \approx 0,15$  нм; в)  $\lambda_{\text{Бр}} = 6,63 \cdot 10^{-31}$  м, волновые свойства не проявляются. **9.7.** а)  $\lambda_{\text{Бр}} \approx 2,9 \cdot 10^{-14}$  пм; б)  $\lambda_{\text{Бр}} \approx 0,07 \cdot 10^{-14}$  пм. **9.8.**  $m = 2,73 \cdot 10^{-30}$  кг. **9.9.**  $\lambda_{\text{Бр}} = h / qBr$ . **9.10.**  $K \approx \hbar^2 / 2ml^2 \approx 0,95$  эВ,  $\lambda_{\text{Бр}} \approx 2\pi l \approx 1,3$  нм. **9.11.**  $v \approx 2lh / m\Delta x a \approx 2 \cdot 10^6$  м/с. **9.12.**  $C = 1 / \sqrt{\pi a^3}$ . **9.13.**  $C = \sqrt{2/a}$ . **9.14.**  $\langle r \rangle = 1 / 2a$ . **9.15.**  $r_{\text{вер}} = a$ . **9.16.**  $\psi(x) = C \sin(n\pi x / a)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . **9.17.**  $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2ma^2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . **9.18.**  $k = n\pi / a$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;  $C = \sqrt{2/a}$ . **9.19.**  $\langle x \rangle = a / 2$ . **9.20.** а)  $P = 1 / 4 - 1 / 2\pi \approx 0,091$ ; б)  $P = 1 / 3 - \sin(2\pi / 3) / 2\pi \approx 0,196$ ;  $P = 1 / 4 + 1 / 2\pi \approx 0,409$ . **9.21.** а)  $P = 0,25$ ; б)  $P = 0,5$ . **9.22.**  $D = 4$ . **9.23.**  $\psi(x) = C e^{i\lambda x}$ ;  $\lambda = 2\pi n / a$ , где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . **9.24.**  $\langle K \rangle = p^2 / 2m$ . **9.25.**  $E = \pi^2 k^2 / 2m$ , энергетический спектр является непрерывным. **9.26.** а)  $E_2 - E_1 = 3\alpha$ ; б)  $E_3 - E_2 = 5\alpha$ ; в)  $E_5 - E_4 = 9\alpha$ , где  $\alpha = \pi^2 \hbar^2 / 2ma^2$ . **9.27.**  $a = \hbar \pi \sqrt{(2n+1) / 3mkT}$ . **9.28.**  $E_{n+1} - E_n \approx 0,6 \cdot 10^{-37} (2n+1) \ll 3kT / 2$ , расстояние между уровнями меньше средней кинетической энергии теплового движения, что приводит к образованию квазинепрерывного спектра. **9.29.**  $L_z = \hbar m$ , где  $m = 0, \pm 1$ . **9.30.** а)  $\alpha \approx 35,3^\circ$ ; б)  $\alpha = 30^\circ$ . **9.31.**  $\alpha = \pi / 2$  для любых значений  $l$ .

**9.32.**  $D = 0,1$ . **9.33.**  $\Pi_0 - E \approx 0,114$  эВ. **9.34.**  $D \approx 3 \cdot 10^{-86}$ , барьер непрозрачен; увеличить в  $\eta \approx 42,8$  раза. **9.35.** Уменьшится в  $\eta \approx 2,6$  раза. **9.36.**  $E = \hbar^2 \pi^2 / 2ma^2 + \Pi_0 \approx 32,4$  эВ. **9.37.**  $n \approx 0,58$ . **9.38.**  $\lambda_{\text{бр}} = 54,7$  пм. **9.39.**  $R \approx 0,029$ . **9.40.**  $R = 0,035$ .

**10.1.**  $\varepsilon \approx 12$  эВ. **10.2.**  $\varepsilon_{\text{гол}} = 1,89$  эВ;  $\varepsilon_{\text{гр}} = 3,4$  эВ. **10.3.**  $\lambda = 1876$  нм. **10.4.**  $\lambda' \approx 121,5$  нм. **10.5.**  $\lambda = 434,2$  нм, серия Бальмера. **10.6.**  $\varepsilon_{41} = 12,75$  эВ;  $\varepsilon_{42} = 2,55$  эВ;  $\varepsilon_{43} = 0,66$  эВ;  $\varepsilon_{31} = 12,1$  эВ;  $\varepsilon_{32} = 1,89$  эВ;  $\varepsilon_{21} = 10,2$  эВ. **10.7.**  $n = (1 - ck / Rdsin\varphi)^{-1/2}$ . **10.8.**  $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$  м. **10.9.**  $\Delta E \approx 2,56$  эВ. **10.10.**  $\lambda \approx 1883,5$  нм. **10.11.**  $p_m = \mu_B n \approx 2,8 \cdot 10^{-23}$  А·м<sup>2</sup>. **10.12.**  $\Delta L = 3,15 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. **10.13.**  $\Pi = -27,2$  эВ. **10.14.**  $\nu = 0,1 \cdot 10^{15}$  Гц. **10.15.**  $\varepsilon = 3,02$  эВ. **10.16.**  $E_i = 13,6$  эВ. **10.17.**  $\varphi_1 = 10,2$  В. **10.18.**  $A = 3,4$  эВ. **10.19.**  $\nu = 1,5 \cdot 10^6$  м/с. **10.20.**  $n = 4$ . **10.21.** а)  $Z = 2$ , He<sup>+</sup>; б)  $Z = 3$ , Li<sup>2+</sup>. **10.22.** а)  $\Delta E = 0$ ; б)  $\Delta E \approx 0,66$  мкэВ. **10.23.**  $\Delta E / \varepsilon \approx \lambda / 2\pi\tau c \approx 0,46 \cdot 10^{-7}$ . **10.24.**  $K \approx \hbar^2 / 2ma^2 \approx 13,53$  эВ. **10.25.**  $C = 1 / \sqrt{\pi a^3}$ . **10.26.** 1)  $P = 1 - 5 / e^2 \approx 0,32$ ; 2)  $P = 1 - 41 / e^8 \approx 0,986$ . **10.27.**  $r_{\text{вер}} = a$ . **10.28.**  $\langle \Pi \rangle = -ke^2 / a$ . **10.29.**  $L_{lz} = \pm 3\hbar$ . **10.30.**  $L_l = \hbar\sqrt{6}$ . **10.31.**  $\eta \approx 1,4$ . **10.32.**  $\Delta L_l = \hbar\sqrt{2}$ . **10.33.**  $l = 1$ . **10.34.**  $l = 2$ . **10.35.**  $N = n^2 = 9$ ;  $E_3 = -1,51$  эВ. **10.36.**  $L_{l\text{max}} = 3,464\hbar$ ;  $L_{lz} = 3\hbar$ ;  $\varphi_{\text{min}} = \arccos(L_{lz} / L_{l\text{max}}) = 30^\circ$ . **10.37.**  $\Delta\lambda = 0,034$  нм, линия расщепляется в триплет с  $\lambda$  равными 599,966, 600,0 и 600,034 нм. **10.38.**  $\Delta E = 1,16 \cdot 10^{-4}$  эВ. **10.39.**  $\Delta E \approx 2$  мэВ;  $B \approx 18$  Тл. **10.40.**  $\Delta E \approx 4,53 \cdot 10^{-5}$  эВ. **10.41.**  $Z_{\text{эфф}} = 1,84$ . **10.42.**  $a_l = 9,1$ . **10.43.** В этом ряду увеличивается орбитальное квантовое число  $l$  и электрон удаляется от ядра, уменьшая экранирование. **10.44.**  $Z = 42$ , Мо. **10.45.**  $E_1 = 0$ ;  $E_2 \approx 0,48$  мэВ;  $E_3 \approx 1,43$  мэВ;  $\lambda \approx 0,13$  мкм. **10.46.** а)  $\lambda = 4,67$  мкм; б)  $\lambda = 4,56$  мкм. **10.47.**  $\sigma_S \approx -1,37$ . **10.48.**  $\sigma_P \approx -0,885$ . **10.49.**  $\sigma_S \approx -0,41$ . **10.50.**  $L_{\text{max}} = \hbar 2\sqrt{5}$ .

**11.1.**  $u \approx 7,4 \cdot 10^{-5}$  м/с. **11.2.**  $\mu \approx 7 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/(В·с). **11.3.**  $u \approx 0,266$  м/с. **11.4.**  $\Delta E \approx 1,09$  эВ, кремний. **11.5.**  $n \approx 2,37 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>;  $n_{\text{Ge}} / n \approx 1,86 \cdot 10^9$ . **11.6.**  $t_2 \approx 623^\circ\text{C}$ . **11.7.**  $n_2 \approx 5,8 \cdot 10^{28}$  м<sup>-3</sup>. **11.8.**  $R_2 / R_1 \approx 52,3$ . **11.9.**  $I \approx 35,2$  мкА. **11.10.**  $R \approx 4,86$  Ом. **11.11.**  $\Delta E \approx 0,027$  эВ, нет. **11.12.**  $\lambda_0 \approx 1130$  нм, да. **11.13.**  $\lambda_0 \approx 311$  нм, будет прозрачен. **11.14.**  $\Delta E \approx 0,698$  эВ, германий. **11.15.**  $A \approx 4,1$  эВ, тантал. **11.16.**  $\nu \approx 8,17 \cdot 10^5$  м/с. **11.17.** 1)  $Q \approx 59$  Дж; 2)  $Q \approx 2308$  Дж. **11.18.**  $\theta_D \approx 320$  К, можно. **11.19.**  $\mu \approx 0,1$  м<sup>2</sup>/(В·с). **11.20.**  $U_H \approx 7,4 \cdot 10^{-7}$  В.

**12.1.**  $R = 5,2 \cdot 10^{-13}$  см;  $A = 27$ , магний  ${}_{12}^{27}\text{Mg}$ . **12.2.** а)  $m \approx 0,9 \cdot 10^{29}$  кг; б)  $A = 5,4 \cdot 10^{55}$ ; в)  $g \approx 6 \cdot 10^{10}$  м/с<sup>2</sup>. **12.3.**  $Z = 86$ ;  $A = 220$ ;  ${}_{86}^{220}\text{Rn}$ . **12.4.**  $m = 3,016$  а. е. м. **12.5.**  $E_{\text{св}} \approx 4$  МэВ. **12.6.** а)  $E_{\text{св}} = 32$  МэВ,  $\epsilon_{\text{св}} = 5,33$  МэВ; б)  $E_{\text{св}} = 1,6$  ГэВ,  $\epsilon_{\text{св}} = 7,7$  МэВ. **12.7.** а)  $E = 12,1$  МэВ; б)  $E = 15,7$  МэВ. Для удаления протона требуется меньше энергии, так как существует также кулоновская сила отталкивания от других протонов. **12.8.** а)  $\lambda = 1,05 \cdot 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>; б)  $\Delta t \approx 45,3$  мин. **12.9.**  $K_{\text{max}} = 962$  кэВ;  $K_{\text{min}} = 0$ . **12.10.**  $T_{1/2} = 2,3$  ч. **12.11.**  $\Delta t = 9034$  г. **12.12.** а)  $\Delta t \approx 8,5$  мес; б)  $m \approx 3,5 \cdot 10^{-17}$  кг. **12.13.**  $N_D = N_0(1 - e^{-\lambda t})$ . **12.14.**  $\Delta t \approx 2,4 \cdot 10^5$  лет,  $\Delta t \approx 2,5 \cdot 10^5$  лет. **12.15.**  $\Delta t \approx 1,1 \cdot 10^9$  лет. **12.16.**  $\Delta t \approx 1,8 \cdot 10^4$  лет. **12.17.** а)  $a = 2,77 \cdot 10^{12}$  Бк; б)  $a = 2,76 \cdot 10^{12}$  Бк; в)  $a = 3,6 \cdot 10^5$  Бк. **12.18.**  $T_{1/2} = 1,1 \cdot 10^{11}$  лет. **12.19.**  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ . **12.20.** а)  $N_0 = 4,3 \cdot 10^{16}$ ; б)  $N = 2,9 \cdot 10^{15}$ ; в)  $a = 6,5 \cdot 10^{13}$  Бк; г)  $\Delta t \approx 26$  мин. **12.21.**  $m = 1,68 \cdot 10^{-13}$  кг. **12.22.**  $T_{1/2} = 12$  ч. **12.23.**  $m = 2$  мг. **12.24.**  $N = 1,3 \cdot 10^{20}$ . **12.25.** а)  $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-10}$  лет; б)  $T_{1/2} = 2,3$  ч. **12.26.**  $m = 2,6$  мг. **12.27.** а)  $\lambda = 1,38 \cdot 10^{-13}$  с<sup>-1</sup>; б)  $a = 6,2 \cdot 10^8$  расп/мин. **12.28.**  $m = 0,77$  г. **12.29.**  $K = 0,0718$  МэВ;  $Q = 4,27$  МэВ. **12.30.**  ${}_{16}^{32}\text{S}$ ;  $m = 31,972$  а. е. м. **12.31.**  $K_{\text{max}} = 2,31$  МэВ. **12.32.**  $Q \approx 6$  МэВ. **12.33.**  $P \approx 12$  МВт. **12.34.**  ${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e$ ;  $Q = 0,86$  МэВ. **12.35.**  $K_{\text{He}} \approx 9,2$  МэВ. **12.36.**  ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \tilde{\nu}_e$ ;  $Q = 18,63$  кэВ. **12.37.**  ${}_{77}^{191}\text{Ir}$ . **12.38.**  $Q = 4,81$  МэВ. **12.39.**  $m = 1,05$  кг. **12.40.** В 89 раз. **12.41.**  $\eta = 0,64$ . **12.42.**  $m_0 = 5,01259$  а. е. м. **12.43.**  $\eta = 0,083\%$ . **12.44.**  $W_{\text{min}} = 8$  МэВ. **12.45.**  ${}_{84}^{216}\text{Po}$ ;  $\nu = 2,9 \cdot 10^5$  м/с. **12.46.**  $W = 82$  ГДж. **12.47.**  $m = 1,5$  кг. **12.48.**  $Q = 22,36$  МэВ. **12.49.**  $Z = 5$ ;  $A = 10$ ;  $Q = 4,67$  МэВ. **12.50.**  $W = 8 \cdot 10^4$  ГДж;  $m \approx 2 \cdot 10^6$  кг. **12.51.**  $P = 156$  МВт. **12.52.**  $m = 0,4$  г.

# ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

## Основные тригонометрические формулы

Основные тождества
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
Формулы суммы
$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \end{aligned}$
Сумма функций
$\begin{aligned} \sin \alpha \pm \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2} \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \cos \alpha - \cos \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2} \end{aligned}$
Двойные углы
$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha, \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{aligned}$
Формулы понижения степени
$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} &= \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \end{aligned}$
Связь функций
$\sin^2 \alpha = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
Формулы приведения
$\begin{aligned} \sin(\pi \pm \alpha) &= \mp \sin \alpha, \quad \cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) &= \cos \alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha \end{aligned}$

Таблица П2

Приближенные формулы при  $x \ll 1$ 

$(1 \pm x)^\alpha \approx 1 \pm \alpha x$	$e^x \approx 1 + x$	$\ln(1 + x) \approx x$
$\sin x \approx x$	$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$	$\operatorname{tg} x \approx x$
$\frac{1}{\sqrt{1 \pm x^2}} \approx 1 \mp \frac{x^2}{2}$	$\sqrt{1 \pm x^2} \approx 1 \pm \frac{x^2}{2}$	$\sqrt{\frac{1 \pm x}{1 \mp x}} \approx 1 \pm x$

Таблица П3

## Некоторые пределы

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{x} = \alpha$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)^x = e^\alpha$	$\lim_{x \rightarrow m\pi} \frac{\sin^2 Nx}{\sin^2 x} = N^2, m = 0, 1, 2, \dots$
---	--	--

Таблица П4

## Таблица производных функций

Функция $f(x)$	Производная $f'(x)$	Функция $f(x)$	Производная $f'(x)$
$C$	$0$	$x^n$	$nx^{n-1}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$e^x$	$e^x$	$a^x$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$	$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$u(x)g(x)$	$u'(x)g(x) + u(x)g'(x)$	$\frac{u(x)}{g(x)}$	$\frac{u'(x)g(x) - u(x)g'(x)}{g^2(x)}$

Таблица П5

Таблица интегралов

$\int x^p dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C, p \neq -1$	$\int \frac{dx}{x} = \ln  x  + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, a \neq 1$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln  x + \sqrt{x^2 \pm a^2}  + C$
$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left  \frac{1 - \cos x}{\sin x} \right  + C$	$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left  \frac{1 + \sin x}{\cos x} \right  + C$
$\int u(x) dg(x) = u(x)g(x) - \int g(x) du(x)$	

Таблица П6

Греческий алфавит

Обозначения букв	Названия букв	Обозначения букв	Названия букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тета	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	йота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	мю	Ω, ω	омега

Таблица П7

**Десятичные приставки к названиям единиц**

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	$10^{18}$	деци	д	$10^{-1}$
пета	П	$10^{15}$	санτι	с	$10^{-2}$
тера	Т	$10^{12}$	милли	м	$10^{-3}$
гига	Г	$10^9$	микро	мк	$10^{-6}$
мега	М	$10^6$	нано	н	$10^{-9}$
кило	к	$10^3$	пико	п	$10^{-12}$
гекто	г	$10^2$	фемто	ф	$10^{-15}$
дека	да	$10^1$	атто	а	$10^{-18}$

Таблица П8

**Обозначения и названия некоторых единиц**

Обозначение	Название	Обозначение	Название	Обозначение	Название
А	ампер	°С	градус Цельсия	мин	минута
Å	ангстрем	Дж	джоуль	мм рт. ст.	миллиметр ртутного столба
атм	атмосфера	дптр	диоптрия	Н	ньютон
а. е. м.	атомная единица массы	К	кельвин	Па	паскаль
Б	бел	кал	калория	рад	радиан
б	барн	кд	кандела	с	секунда
Бк	беккерель	Ки	кюри	См	сименс
В	вольт	Кл	кулон	ср	стерадиан
Вб	вебер	л	литр	сут	сутки
Вт	ватт	лк	люкс	Тл	тесла
Гн	генри	лм	люмен	Ф	фарад
г	грамм	л. с.	лошадиная сила	ч	час
Гц	герц	м	метр	эВ	электрон-вольт

Таблица П9

## Единицы величин в СИ

Величина	Единица величины в СИ	Величина	Единица величины в СИ
Энергия, работа	Дж	Сила света	кд
Мощность, поток энергии	Вт	Освещенность	лк
Плотность потока энергии	Вт/м <sup>2</sup>	Светимость	лм/м <sup>2</sup>
Оптическая сила	дптр	Яркость	кд/м <sup>2</sup>
Световой поток	лм	Активность	Бк

Таблица П10

## Некоторые внесистемные единицы

Единица	Значение в СИ	Единица	Значение в СИ
1 ч	3600 с	1 Å	10 <sup>-10</sup> м
1 год	3,15 · 10 <sup>7</sup> с	1 а. е. м.	1,66 · 10 <sup>-27</sup> кг
1 атм	101,33 кПа	1 эВ	1,6 · 10 <sup>-19</sup> Дж
1 мм рт. ст.	133,3 Па	1 л	10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup>
1 кал	4,18 Дж	1° (угловой градус)	π / 180 рад
1 л. с.	735,5 Вт	1 Ки (кюри)	3,7 · 10 <sup>10</sup> Бк

Таблица П11

## Показатели преломления для желтой линии натрия (λ = 589,3 нм)

Вещество	<i>n</i>	Вещество	<i>n</i>	Вещество	<i>n</i>
Алмаз	2,417	Кислота серная	1,43	Сапфир	1,77–1,779
Анилин	1,586	Кислота соляная	1,254	Серная кислота	1,43
Ацетон	1,36	Масло анисовое	1,56	Скипидар	1,46–1,478
Бензины	1,38–1,41	Масло оливковое	1,467	Слюда	1,56–1,6
Бензол	1,501	Масло подсолнечное	1,47	Спирт метиловый	1,329
Вода	1,333	Нафталин	1,582	Спирт этиловый	1,361
Глицерин	1,474	Оптическое стекло	1,47–2,04	Толуол	1,497
Изумруд	1,588–1,599	Органическое стекло	1,485–1,5	Топаз	1,63
Каменная соль	1,544	Полистирол	1,592	Трансформаторное масло	1,476–1,488
Канадский бальзам	1,55	Рубин	1,76	Янтарь	1,53



Таблица П12

**Показатели преломления одноосных кристаллов для желтой линии натрия ( $\lambda = 589,3$  нм)**

Кристалл	$n_e$	$n_o$	Кристалл	$n_e$	$n_o$
Берилл	1,575	1,581	Рутил	2,903	2,616
Исландский шпат	1,486	1,658	Сапфир	1,76	1,768
Кварц	1,553	1,544	Турмалин	1,638	1,669
Лед	1,313	1,309	Циркон	1,968	1,923
Нитрат натрия	1,336	1,584			

Таблица П13

**Работа выхода электрона из металлов**

Металл	$A_{\text{вых}}, \text{эВ}$	Металл	$A_{\text{вых}}, \text{эВ}$	Металл	$A_{\text{вых}}, \text{эВ}$
Алюминий	4,2	Кобальт	5	Ниобий	3,99
Барий	2,6	Литий	2,93	Палладий	5,2
Бериллий	4,98	Магний	3,66	Платина	5,3
Висмут	4,3	Марганец	4,1	Ртуть	4,48
Вольфрам	4,5	Медь	4,8	Свинец	4,25
Железо	4,7	Молибден	4,6	Серебро	4,7
Золото	5,3	Натрий	2,36	Титан	4,33
Кадмий	4,08	Неодим	3,2	Цезий	2,14
Калий	2,29	Никель	5	Цинк	3,74

Таблица П14

**Ширина запрещенной зоны  $\Delta E$  различных материалов при  $T = 300$  К**

Материал	$\Delta E, \text{эВ}$	Материал	$\Delta E, \text{эВ}$
Si кремний	1,11	GaSb антимонид галлия	0,69
Ge германий	0,67	AlN нитрид алюминия	6,2
Se селен	1,74	AlSb антимонид алюминия	1,58
C углерод	5,46–6,40	TiO <sub>2</sub> оксид титана	3,2
InP фосфид индия	1,27	CdSe селенид кадмия	1,74
InAs арсенид индия	0,355	CdS сульфид кадмия	2,4
GaN нитрид галлия	3,37	PbTe теллурид свинца	0,31

Таблица П15

## Свойства некоторых стабильных изотопов

Изотоп	Масса, а. е. м.	Распространен- ность в при- роде, %	Изотоп	Масса, а. е. м.	Распространен- ность в при- роде, %
$^1_1\text{H}$	1,00783	99,9885	$^{19}_9\text{F}$	18,99840	100
$^2_1\text{H}$	2,01410	0,0115	$^{20}_{10}\text{Ne}$	19,99244	90,48
$^4_2\text{He}$	4,00260	99,9998	$^{23}_{11}\text{Na}$	22,98977	100
$^7_3\text{Li}$	7,01600	98,1	$^{28}_{14}\text{Si}$	27,97693	92,2
$^9_4\text{Be}$	9,01218	100	$^{31}_{15}\text{P}$	30,97376	100
$^{10}_5\text{B}$	10,01294	20,4	$^{35}_{17}\text{Cl}$	34,96885	75,8
$^{11}_5\text{B}$	11,00931	79,6	$^{39}_{19}\text{K}$	38,96371	93,3
$^{12}_6\text{C}$	12	99,04	$^{56}_{26}\text{Fe}$	55,93494	91,8
$^{13}_6\text{C}$	13,00335	0,96	$^{59}_{27}\text{Co}$	58,93320	100
$^{14}_7\text{N}$	14,00307	99,578	$^{88}_{38}\text{Sr}$	87,90561	82,6
$^{15}_7\text{N}$	15,00011	0,422	$^{127}_{53}\text{I}$	126,90447	100
$^{16}_8\text{O}$	15,99491	99,757	$^{133}_{55}\text{Cs}$	132,90545	100
$^{18}_8\text{O}$	17,99916	0,205	$^{208}_{82}\text{Pb}$	207,97665	52,4

Таблица П16

## Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Тип распада	Период полурас- пада, $T_{1/2}$	Изотоп	Тип распада	Период полурас- пада, $T_{1/2}$
$^3_1\text{H}$	$\beta^-$	12,3 лет	$^{222}_{86}\text{Rn}$	$\alpha$	3,8 сут
$^{13}_7\text{N}$	$\beta^+$	10 мин	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$\alpha, \gamma$	1600 лет
$^{27}_{12}\text{Mg}$	$\beta^-$	9,4 мин	$^{228}_{88}\text{Ra}$	$\alpha, \gamma$	5,75 лет
$^{32}_{15}\text{P}$	$\beta^-$	14,3 сут	$^{229}_{90}\text{Th}$	$\alpha, \gamma$	7000 лет
$^{60}_{27}\text{Co}$	$\beta^-, \gamma$	5,3 года	$^{235}_{92}\text{U}$	$\alpha, \gamma$	$7 \cdot 10^8$ лет
$^{90}_{38}\text{Sr}$	$\beta^-$	28,9 лет	$^{238}_{92}\text{U}$	$\alpha, \gamma$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
$^{131}_{53}\text{I}$	$\beta^-$	8 сут	$^{239}_{94}\text{Pu}$	$\alpha, \gamma$	$2,4 \cdot 10^4$ лет
$^{134}_{55}\text{Cs}$	$\beta^-$	2 года	$^{240}_{94}\text{Pu}$	$\alpha, \gamma$	6561 лет
$^{137}_{55}\text{Cs}$	$\beta^-$	30 лет	$^{241}_{95}\text{Am}$	$\alpha, \gamma$	432 года

Таблица П17

**Масса и энергия покоя некоторых частиц**

Частица	Масса	Энергия покоя, МэВ
Электрон	$\begin{cases} 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а. е. м.} \\ 9,1 \cdot 10^{-31} \end{cases}$	0,511
Протон	$\begin{cases} 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 1,00728 \text{ а. е. м.} \\ 1,672 \cdot 10^{-27} \end{cases}$	938,3
Нейтрон	$\begin{cases} 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 1,00867 \text{ а. е. м.} \\ 1,675 \cdot 10^{-27} \end{cases}$	939,6
$\alpha$ -частица	$\begin{cases} 6,645 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 4,00151 \text{ а. е. м.} \\ 6,64 \cdot 10^{-27} \end{cases}$	3727,4

Таблица П18

**Физические постоянные**

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Стандартное ускорение свободного падения	$g$	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R$	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	$e$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	$c$	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Атомная единица массы	1 а. е. м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = 1 / 4\pi\epsilon_0$	$9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$

Окончание табл. П18

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	$h$ $\hbar = h / 2\pi$	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma$	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )
Постоянная Вина	$b$	$2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К
Комптоновская длина волны	$\lambda_K$	$2,426 \cdot 10^{-12}$ м
Постоянная Ридберга	$R$	$3,29 \cdot 10^{15}$ с <sup>-1</sup>
Первый боровский радиус	$a$	$0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B$	$0,9274 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл

## ЛИТЕРАТУРА

---

---

1. Кленицкий, Д. В. Физика. Геометрическая, волновая и квантовая оптика [Электронный ресурс]: тексты лекций / Д. В. Кленицкий. – Минск: БГТУ, 2009. – 86 с. – Режим доступа: <https://elib.belstu.by/handle/123456789/9303>. – Дата доступа: 22.02.2023.
2. Кленицкий, Д. В. Физика. Строение и свойства вещества [Электронный ресурс]: тексты лекций для студентов инженерно-технических специальностей / Д. В. Кленицкий. – Минск: БГТУ, 2019. – 63 с. – Режим доступа: <https://elib.belstu.by/handle/123456789/29044>. – Дата доступа: 22.02.2023.
3. Наркевич, И. И. Физика для ВТУЗов. Электричество и магнетизм. Оптика. Строение вещества / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск: Выш. шк., 1994. – 554 с.
4. Кленицкий, Д. В. Физика. Сборник задач / Д. В. Кленицкий, В. Р. Мадьяров, В. В. Чаевский. – Минск: ИВЦ Минфина, 2014. – 216 с.
5. Иродов, И. Е. Задачи по общей физики / И. Е. Иродов. – СПб.: Лань, 2001. – 416 с.
6. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1985. – 384 с.
7. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1996. – 303 с.
8. Чертов, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1988. – 527 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

---

---

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	3
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ .....	4
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.....	5
§ 1. Геометрическая оптика.....	5
§ 2. Фотометрия.....	14
§ 3. Интерференция света.....	22
§ 4. Дифракция света .....	52
§ 5. Поляризация света .....	77
§ 6. Взаимодействие света с веществом. Эффект Доплера...	103
КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА .....	113
§ 7. Тепловое излучение .....	113
§ 8. Квантовая природа электромагнитного излучения .....	126
§ 9. Элементы квантовой механики .....	138
§ 10. Свойства атомов. Спектральные закономерности.....	150
§ 11. Электронные свойства твердых тел .....	164
§ 12. Строение атомного ядра. Радиоактивность. Ядерные реакции .....	172
ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ .....	187
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	196
ЛИТЕРАТУРА .....	205

Учебное издание

**Буцень Андрей Викторович**  
**Кленицкий Дмитрий Викентьевич**  
**Вершиловская Ирина Вацлавовна и др.**

**ФИЗИКА**  
**СБОРНИК ЗАДАЧ**

**В 3-х частях**

**Часть 3. Оптика. Квантовая физика**  
**и строение вещества**

Учебно-методическое пособие

Редактор *Е. И. Гоман*  
Компьютерная верстка *Е. А. Матейко*  
Дизайн обложки *П. М. Никитина*  
Корректор *Е. И. Гоман*

Подписано в печать 22.06.2023. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать ризографическая.  
Усл. печ. л. 12,0. Уч.-изд. л. 12,4.  
Тираж 300 экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение:  
УО «Белорусский государственный технологический университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/227 от 20.03.2014.  
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.