УДК 62-52621.923

А.А. Лялько, ст. преп. (БГТУ, г. Минск)

СИНТЕЗ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О СОСТОЯНИИ В СРЕДЕ MATLAB

Рассмотрим непрерывную модель объекта управления

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Gw \\ y_v = Cx + Du + Hw + v \end{cases}$$

с известными входами u и возмущениями по входам w и измерениям n , которые являются "белым" шумом со следующими характеристиками:

$$M\{w\} = M\{v\} = 0,$$
$$M\{w[t]w[\tau]\} = Q\delta(t-\tau),$$
$$M\{v[t]v[\tau]\} = R\delta(t-\tau),$$
$$M\{v[t]w[\tau]\} = N\delta(t-\tau),$$

Требуется найти закон управления, минимизирующий критерий критерий качества следующего вида:

$$\mathrm{J} = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)dt \to \min_u$$

Эта задача отличается от задачи стохастического оптимального управления с полной информацией тем, что в данном случае управление формируется на основе информации, получаемой путем обработки измеряемой с помехой выходной переменной.

Закон оптимального управления в этом случае будет иметь следующий вид:

$$u = -R^{-1} \cdot B^T \cdot S\hat{x}$$

где $\hat{x}$ - оценка вектора переменных состояния, полученная с помощью фильтра Калмана-Бьюси

Рисунок 1 - Стохастическая оптимальная система при неполной информации

Фильтр Калмана-Бьюси использует известные входы u и результаты измерений, искаженные случайными помехами, для того, чтобы вычислить оценки вектора переменных состояния $\hat{x}$ и выходов $\hat{y}$.

Таким образом, при неполной информации стохастически оптимальный регулятор состоит из оптимального фильтра (фильтра Калмана-Бьюси) и детерминированного оптимального регулятора. Этот результат известен как принцип разделения, или принцип стохастической эквивалентности.

В соответствии с этим принципом задача синтеза стохастической оптимальной системы управления при неполной информации сводится к двум задачам: к задаче синтеза фильтра Калмана-Бьюси и задаче синтеза детерминированной оптимальной системы.

Если шумы и начальное состояние подчиняются нормальному закону распределения, то в результате такого синтеза получим стохастическую оптимальную систему, в противном случае (когда шумы и начальное состояние подчиняются другим законам) можно гарантировать только, что полученная таким путем система будет оптимальной в классе линейных систем.

Для синтеза фильтра Калмана в системе Matlab предназначены следующие функции:

[kest, L, P] = kalman(sys, Qn, Rn, Nn)
[kest, L, P] = kalman(sys, Qn, Rn, Nn, sensors, known)
для дискретных моделей
[kest, L, P, M, Z] = kalman(sys, Qn, Rn, Nn)
для синтеза дискретного фильтра Калмана для непрерывных систем
[kest, L, P, M, Z] = kalmz(sys, Qn, Rn, Nn)

Приведенные выше функции выполняют синтез фильтров Калмана для оценки переменных состояния объекта управления на основе данных о случайных внешних возмущениях и ошибках измерений.

Функция [kest, L, P] = kalman(sys, Qn, Rn, Nn) возвращает модель фильтра Калмана kest в пространстве состояний для модели объекта управления sys и ковариационной матрицы случайных возмущений и помех Qn, Rn, Nn. Система sys должна быть представлена моделью в пространстве состояний с матрицами A, [B, G], C, [D, H].

Функция Kalman позволяет выполнять расчеты фильтра Калмана-Бьюси как для непрерывных, так и для дискретных моделей объекта управления. При этом для непрерывных моделей рассчитывается непрерывный фильтр Калмана-Бьюси, а для дискретных – дискретный.

Для непрерывных моделей функция Kalman также возвращает матрицу коэффициентов обратных связей L и ковариационную матрицу ошибок оценивания P. Матрица P является решением соответствующего уравнения Риккати. Для дискретных моделей функция [kest, L, P, M, Z] = kalman(sys, Qn, Rn, Nn) возвращает матрицу коэффициентов обратных связей L, обновлённую матрицу обратных связей M и ковариационные матрицы ошибок оценивания P и Z.

Функция [kest, L, P] = kalman(sys, Qn, Rn, Nn, sensors, known) применяются для объектов управления общего вида, в которых не все выходы измеряются и не все входы известны. Векторы индексов sensors и known определяют, какие выходы системы измеряются и какие входы известны. Все другие входы подразумеваются случайными и неизвестными.

Пример синтеза САУ с оптимальным регулятором и фильтром Калмана-Бьюси:

V=normrnd(0,1,1,N);% генерация случайного процесса с нормальным законом распределения, математическим ожиданием =0 и дисперсией = 1 (помеха по выходу)

W=normrnd(0,1,n,N););% генерация случайного процесса с нормальным законом распределения, математическим ожиданием =0 и дисперсией = 1 (помеха по входу)

H=0; % Матрицы весовых коэф. при помехах

G=0.01*ones(n,1); % Матрицы весовых коэф. при помехах

%зададим расширенную модель объекта с учетом помех

S1=ss(A,[B G],C,[D H]);

Disp1=cov(W(1,:)); % Найдём ковариационные матрицы

Disp2=cov(V); % Матрицы весовых коэф. при помехах

%расчет Фильтр Калмана

[kest, L, P]=kalman(S1,Disp1,Disp2);

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Г. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие для вузов по спец. «Автоматика и упр. в техн. системах». М.: Высш. шк, 1989. – 263 с.

2. Picinbono B., Duvaut P. Optimal Linear Quadratic systems for detection and estimation // IEEE Trans. Infor. Theory. 1988. Vol. 34. P.304-311.

3. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. М.: Мир, 1988. – 168 с.

4. Дэвис М.Х.А. Линейное оценивание и стохастическое управление. М.: Наука, 1984. – 203 с.