

В.В. Дударев, доц., канд. техн. наук;  
 В.Н. Фарафонов, доц., канд. техн. наук;  
 С.В. Здитовецкая, доц., канд. техн. наук  
 (БГТУ, г. Минск)

## НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ МАГНИТОЖИДКОСТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОПОРЫ

Несущая способность гидростатической опоры может быть увеличена за счёт действия на опорный элемент дополнительной выталкивающей силы магнитного происхождения. Для этого необходимо чтобы опорный элемент являлся источником магнитного поля, а рабочая жидкость была способна намагничиваться – магнитная жидкость (МЖ). Теоретической основой для проектирования этих устройств является гидростатика магнитных жидкостей.

В общем случае, согласно [1], выражение силы, действующей на немагнитное тело с площадью поверхности  $S$ , погружённое в МЖ, имеет вид

$$F = -\oint_S \left[ p + \frac{1}{2} \mu_0 (Mn)^2 \right] ndS, \quad (1)$$

где  $p$  – магнитожидкостное давление;  $n$  – вектор внешней нормали к участку поверхности  $dS$ .

Таким образом, под воздействием подъемной силы, созданной внешним неоднородным магнитным полем, немагнитные тела способны плавать. Магнитные тела, сами являясь источниками магнитного поля способны к самолевитации МЖ. Магнит, помещенный в сосуд с магнитной жидкостью, стремится занять устойчивое положение под действием силы, которая также определяется выражением (1) [1].

Магнитожидкостное давление, входящее в подынтегральное выражение (1), определяется

$$p = \mu_0 \int_{H_0}^H M(H) dH. \quad (2)$$

Второе слагаемое в выражении (1) – магнитный скачок давления на границе тела, обусловлено скачком максвелловских напряжений при переходе через поверхность тела.

Расчет силы взаимодействия цилиндрического магнита бесконечной длины радиусом  $R_2$  однородно намагниченного перпендикулярно своей оси до намагниченности равной  $M_f$ , плавающего в линейно

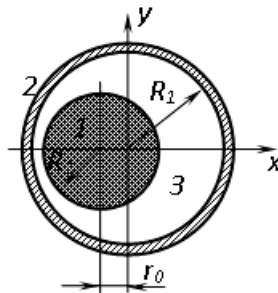
намагничивающейся ( $M = \chi H$ ) МЖ с малой магнитной восприимчивостью ( $\chi < 1$ ) внутри полого немагнитного цилиндра радиусом  $R_1$  представлен на рисунке 1 [2].

В силу соображений симметрии сила, действующая на шип, будет иметь только  $x$ -составляющую.

$$\left. \begin{aligned} \widehat{F} = F_x / F_* &= Sh \alpha_2 \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 d_n C_n - n(n+1)(C_n d_n + d_n C_n)); \\ d_n &= \frac{e^{-2n(\alpha_2 - \alpha_1)}}{1 - \left(\frac{\chi}{\chi + 3}\right)^2 e^{-2n(\alpha_2 - \alpha_1)}}; \\ C_n &= \frac{e^{-2n\alpha_2}}{1 - \left(\frac{\chi}{\chi + 3}\right)^2 e^{-2n(\alpha_2 - \alpha_1)}}; \\ Ch\alpha_1 &= \frac{1 - b^2 + a^2}{2a}; \quad Ch\alpha_2 = \frac{1 - b^2 - a^2}{2ab}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $F_* = \frac{\chi(\chi + 1)}{(2 + \chi)^3} 4\pi\mu_0 MR_2$  – масштаб силы;

$$0 < a = \frac{r_0}{R_1} \leq 1, \quad 0 < b = \frac{R_2}{R_1} \leq 1.$$



1 – шип; 2 – втулка; 3 – магнитная жидкость

**Рисунок 1 – Геометрия задачи**

Согласно модели (3), обезразмеренная сила является функцией 4-х безразмерных параметров; магнитной восприимчивости жидкости  $\chi$  и обезразмеренных по радиусу втулки радиуса шипа  $b$  и смещения  $a$  его центра относительно центра втулки.

Численный анализ решения задачи (3) показал, что некоторые существенные особенности зависимости силы от ее аргументов в [2] остались нераскрытыми, из-за нетривиальности анализа

зависимостей (3) применительно к моменту контакта. Исследованиями установлено, что, максимальное значение силы  $F_m$ , достигается при предельном смещении шипа  $a = 1 - b$  (момент контакта цилиндров). Кроме того, существует оптимальное соотношение  $b^*$  радиусов, при котором достигается абсолютный максимум  $F_m^*$  (далее – оптимальная сила). Целью настоящей работы явилось создание модели, удобной для анализа зависимости выталкивающей магнитной силы от геометрических параметров немагнитного тела и источника магнитного поля и обеспечивающую в тоже время приемлемую для инженерных расчетов точность при проектировании магнитожидкостных цилиндрических опор.

Модель для линейно намагничивающейся жидкости. Распределение напряженности поля, создаваемого длинным поперечно намагниченным цилиндром в намагничивающейся среде

$$\vec{H} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{2(\vec{P}\vec{r})\vec{r}}{r^4} - \frac{\vec{P}}{r^2} \right); \quad \vec{P} = \frac{\pi R^2 M_f}{1 + \chi/2}, \quad (4)$$

где  $P$  – дипольный момент на единицу длины цилиндра;  $r$  – радиус-вектор, проведенный из центра диполя в точку наблюдения [2].

Для удобства анализа результатов решения задачи введём ряд параметров:  $p_h$  – зависящее от рода жидкости характеристическое давление, которое согласно (2) для линейно намагничивающейся жидкости

выражается  $p_h = \frac{1}{2} \mu_o \chi H_h^2$ , а намагниченной до насыщения жидкости комплексом  $p_h = \mu_o M_s H_h$ , где  $H_h = M_s / \chi$  – поле половинного намагничивания,  $M_s$  – намагниченность насыщения МЖ;  $H/H_h = N \cdot h$

– безразмерная напряженность поля;  $N = H_*/H_h$  – параметр нелинейности кривой намагничивания;  $h = H/H_* = R_2^2/r^2$  – безразмерное распределение модуля напряжённости поля, нормированное на единицу;  $H_* = \frac{P}{2\pi r^2} = \frac{M_f}{(2 + \chi)}$  – характерный масштаб напряжённости поля.

Сила, действующая на магнит в линейно намагничивающейся МЖ, определяется

$$\vec{F} = -p_h N^2 \oint \frac{1}{2} h^2 \vec{n} dS = p_* \pi 2R_2 l \vec{f}^{(1)} = p_* \pi 2R_1 l b \vec{f}^{(1)}; \quad p_* = p_h N. \quad (5)$$

Удельная сила (отнесенная к площади продольного сечения магнита  $S = 2R_2 l$ ), действующая на магнит,  $b \vec{f}^{(1)}$  – на немагнитное тело

$$\vec{f}^{(1)} = -\frac{b^3}{2\pi} \oint \frac{R_1^4}{2r^4} \frac{\vec{n}dS}{R_1 l}. \quad (6)$$

Модуль силы взаимодействия (6) магнитного и немагнитного цилиндров описывается формулой

$$\vec{f}^{(1)} = \frac{ab^3}{(a^2 - 1)^3}. \quad (7)$$

Из анализа формулы (6) следует вывод о том, что цилиндры притягиваются, а их соосное расположение является положением устойчивого равновесия. При малых смещениях ( $a \leq 0,1$ ) сила прямо пропорциональна смещению  $f_0^{(1)} = (b^3 a)$  т. е. является квазиупругой, при больших смещениях – обратно пропорционально 5-ой степени смещения. Наибольшее значение  $f^{(1)} = f_m^{(1)}$  – удельная несущая способность магнита достигается в момент контакта цилиндров

$$\vec{f}^{(1)} = \frac{(1+b)}{(2+b)^3}. \quad (8)$$

Формула (8) и модель [2] для значений  $\chi < 0,1$  дают тождественные результаты. Из условия экстремума  $df_m^{(1)}/db = 0$  находим оптимальное отношение радиусов  $b_* = -0,5$  и значение предела удельной несущей способности магнита  $f_m^{(1)}(-0,5) = f_*^{(1)} = 0,148$ .

Предел удельной несущей способности немагнитного цилиндра находим  $\frac{d(bf_m^{(1)})}{db} = 0 \Rightarrow b_* = -0,732$ ;  $bf_*^{(1)} = \frac{b_*(1+b_*)}{(2+b_*)^3} = -0,096$ .

В размерной форме выражение предела несущей способности магнитного и немагнитного цилиндров имеет вид:

- магнитный цилиндр  $F_{\max} = 0,148 \cdot 2\pi p_h N^2 (2R_2 l)$ ;
- немагнитный цилиндр  $F_{\max} = -0,096 \cdot 2\pi p_h N^2 (2R_1 l)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Берковский Б.М., Медведев В.Ф., Краков М.С. Магнитные жидкости. – М.: Химия, 1989. – 240 с.
2. Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О. Магнитные жидкости. – Рига: Зинатне, 1989. – 386 с.