

ОПИСАНИЕ ПОЛЕЗНОЙ МОДЕЛИ К ПАТЕНТУ

(12)

РЕСПУБЛИКА БЕЛАРУСЬ



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ
СОБСТВЕННОСТИ

(19) ВУ (11) 10921

(13) U

(46) 2016.02.28

(51) МПК

H 03M 13/11 (2006.01)

H 04L 1/00 (2006.01)

(54)

УСТРОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО КАСКАДНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ КОДОВ НИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ ПРОВЕРКИ НА ЧЕТНОСТЬ

(21) Номер заявки: u 20150013

(22) 2015.01.14

(71) Заявитель: Учреждение образования
"Белорусский государственный техно-
логический университет" (ВУ)

(72) Авторы: Пацей Наталья Владимиров-
на; Шиман Дмитрий Васильевич (ВУ)

(73) Патентообладатель: Учреждение обра-
зования "Белорусский государственный
технологический университет"
(ВУ)

(57)

Устройство параллельного каскадного декодирования информации на основе кодов низкой плотности проверок на четность, содержащее канал, соединенный с первым и вторым декодерами низкой плотности проверок на четность, первый декодер, выход которого соединен со входом блока решения и перемежителем, который, в свою очередь, соединен со входом второго декодера низкой плотности проверок на четность, выход которого соединен со входом деперемежителя, а выход перемежителя подается на вход первого декодера, отличающееся тем, что добавлен блок коррекции вероятностей, первый вход которого является выходом первого декодера, второй вход которого является выходом второго декодера, а первый выход - вторым входом первого декодера, второй выход - вторым входом второго декодера, третий выход блока коррекции подается на приемник сигналов.

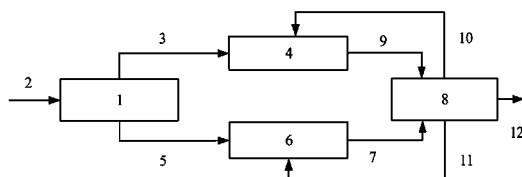
(56)

1. RFC 5170 on Low Density Parity Check (LDPC) Staircase and Triangle Forward Error Correction (FEC) Schemes / V. Roca, C. Neumann, D. Furodet. [Electronic resource]. - Mode of access: <http://search.usa.gov>. - Date of access: 25.06.2008.

2. Gallager R.G. Low Density Parity Check Codes, Cambridge. - MA: MIT, Press, 1963. - 90 p.

3. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. - М.: Техносфера, 2005. - 238 с.

4. Патент US 7559008, МПК G 06F 11/00, 2006.



Фиг. 1

5. Патент US 2005/0160351, МПК Н 03М 13/00 G 06F 11/10, 2005.

6. MacKay D.J.C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices. - IEEE Trans. Inform. Theory. - V. 45. - No. 2. - 1999. - P. 399-431.

Полезная модель относится к вычислительной технике, а именно к системам обнаружения ошибок в сигналах, и предназначена для использования в области передачи цифровой информации. Технический результат заключается в увеличении скорости декодирования сигналов и снижении вероятности ошибочного декодирования. Устройство параллельного каскадного декодирования блочных кодов низкой плотности проверки на четность (НППЧ) (Low Density Parity Check - LDPC) обладает высокой скоростью декодирования и может быть использовано в системах беспроводной связи для повышения скорости и надежности передачи.

Надежная передача информации обеспечивается использованием канальных схем обнаружения и коррекции ошибок. Коды низкой плотности проверок на четность [1, 2] характеризуются большим количеством элементов в проверочной матрице, равной нулю, и малым количеством единиц. Они относятся к линейным блочным кодам и задаются параметрами (n, k, w_c, w_r) , где n - длина кодового блока, k - длина информационного блока, w_c - количество единиц в каждом столбце (или функция распределения, если количество единиц меняется), w_r - количество единиц в каждой строке (или функция распределения, если количество единиц меняется). Коды НППЧ описываются с помощью проверочной матрицы H размера $(n-k) \times n$. Каждой проверочной матрице H ставится в соответствие порождающая матрица G [2].

Под параллельным каскадным кодом понимается схема кодирования/декодирования, состоящая из двух параллельно соединенных через перемежитель кодов [3]. Если совместно с НППЧ-кодом использовать еще один помехоустойчивый код, корректирующая способность системы декодирования возрастает. Однако дополнительный кодовый процесс добавляет проверочные биты и снижает скорость кода. Кроме того, дополнительное кодирование/декодирование усложняет и замедляет систему передачи информации.

Известно устройство вложенного LDPC кодирования/декодирования данных [4]. Согласно [4] система кодирования генерирует первый кодовый блок, состоящий из i кодовых подблоков, полученных на основе подматриц матрицы H_1 . Затем первый кодовый блок последовательно кодируется матрицей H_2 , а полученные биты четности второго кодового слова добавляются к первому кодовому слову. Таким образом, если невозможно выполнить декодирование по H_1 , система выполняет "расширенное" декодирование по H_2 . Недостатками системы являются низкая скорость кодирования за счет последовательной работы кодеров, а также низкая скорость декодирования, т.к. в случае невозможности декодирования вторым составным декодером происходят взаимозависимое циклическое обновление кодовых слов в обоих декодерах и переход к следующей итерации.

Наиболее близким техническим решением к предлагаемому устройству является устройство параллельно-конкатентного НППЧ кодирования/декодирования [5]. Предлагаемый код представляет собой композицию двух составных кодов, имеющих одинаковую конфигурацию. При кодировании информационный блок подается в канал связи, а также на первый кодер и через перемежитель на второй кодер. Затем полученные проверочные блоки кодеров объединяются. Декодер работает на основе итерационного декодирования с распространением доверия и содержит первый декодер, соединенный с блоком решения, а также через перемежитель со вторым декодером, выход которого через деперемежитель соединен с первым декодером. Блок решения предназначен для определения, какая часть входного блока информации должна быть использована декодерами, первым и вторым соответственно.

Недостатком решения [5] является то, что первый и второй декодеры имеют одинаковую структуру, а декодирование выполняется последовательно, т.е. каждый из декодеров вычисляет внешнюю информацию, которая подается на вход другого декодера. По сути декодеры работают последовательно и жестко связаны между собой. При большом количестве ошибок (или стираний) в полученном блоке это приведет или к увеличению времени декодирования, или к отказу от декодирования при достижении заданного количества итераций.

Задачей настоящей полезной модели является увеличение скорости декодирования за счет взаимной коррекции логарифмического отношения правдоподобия кодового слова в первом и втором декодерах низкой плотности проверок на четность и распараллеливания процесса декодирования, что позволит сократить число итераций декодирования и тем самым увеличить производительность системы кодирования/декодирования, а также снизить вероятность ошибочного декодирования.

Поставленная задача решается тем, что в устройство параллельного каскадного декодирования информации на основе кодов низкой плотности проверок на четность, содержащее канал, соединенный с первым и вторым декодерами низкой плотности проверок на четность, первый декодер, выход которого соединен со входом блока решения и перемешителем, который, в свою очередь, соединен со входом второго декодера низкой плотности проверок на четность, выход которого соединен со входом деперемешителя, а выход перемешителя подается на вход первого декодера, введен блок коррекции вероятностей, первый вход которого является выходом первого декодера, второй вход которого является выходом второго декодера, а первый выход - вторым входом первого декодера, второй выход - вторым входом второго декодера, третий выход блока коррекции подается на приемник сигналов.

Изобретение поясняется фиг. 1-4.

Фиг. 1 - структурная схема устройства параллельного каскадного декодирования информации на основе кодов низкой плотности проверок на четность.

Фиг. 2 - структурная схема устройства параллельного кодирования на основе кодов низкой плотности проверок на четность.

Фиг. 3 - блок-схема алгоритма параллельного декодирования.

Фиг. 4 - результаты экспериментального моделирования, зависимость BER от SNR.

Для оптимизации системы декодирования информации в предлагаемом техническом решении изменен, по сравнению с прототипом [5], способ соединения декодеров и добавлена возможность динамической коррекции логарифмического отношения правдоподобия (Log-likelihoods Ratios - LLR) декодируемых информационных бит после каждой итерации (внешняя информация) декодеров. В результате устройство выполняет параллельное декодирование на основе различных кодов низкой плотности проверок на четность и корректирует рассчитанные декодерами вероятности.

Декодирование основано на методе распространения доверия (belief propagation decoding) [6]. Оно является "мягким" декодированием, т.е. декодированием на основе вектора, состоящего не из дискретных значений (0 и 1), а из вещественных величин, полученных на выходе канала путем пересчета вероятностей [2].

В общем случае декодирование с мягким решением более трудоемко, чем "жесткое" декодирование. Это обусловлено тем, что "мягкое" декодирование требует выполнения операций с действительными числами. Другая причина увеличения сложности связана с необходимостью вычисления апостериорных вероятностей для кодовых символов. Тем не менее увеличение трудоемкости окупается потенциальным улучшением эффективности системы кодирования.

Обобщенная структурная схема устройства параллельного каскадного декодирования информации на основе кодов низкой плотности проверок на четность (фиг. 1) состоит из блока решения 1, формирующего из входной последовательности априорных вероятно-

стей 2 два вектора вероятностей для первого и второго декодеров. Первый выход 3 блока 1 содержит априорную вероятность для первого кодового слова и соединен с первым входом первого декодера 4, второй выход 5 блока 1 содержит априорную вероятность второго кодового слова и поступает на первый вход второго декодера 6, выходом 7 соединенного с первым входом блока коррекции вероятностей 8. Аналогично, выход 9 первого декодера 4 является вторым входом блока коррекции 8. Блок коррекции 8 анализирует полученную с декодеров 4 и 6 апостериорную вероятность после первой итерации, принимает жесткое решение по векторам и вычисляет синдромы для решения вопроса об окончании процесса декодирования, в противном случае взаимно корректирует апостериорные вероятности для следующей итерации. Поэтому первый выход 10 блока 8, содержащий вероятность первого кодового слова, является, в свою очередь, вторым входом декодера 4, второй выход 11 блока коррекции 8 является вторым входом декодера 6, а третий выход 12 является результирующей декодированной последовательностью в случае успешного декодирования. В схеме устройства (фиг. 1) сигналы питания и синхронизации не показаны.

Описанное устройство (фиг. 1) декодирует информацию, предварительно закодированную параллельным каскадным кодером на основе кодов низкой плотности проверок на четность, структурная схема которого представлена на фиг. 2.

Каскадный кодер (фиг. 2) содержит первый кодер 13 и второй кодер 14 низкой плотности проверок на четность, на вход которых поступает информационная последовательность 15, а выходы первого и второго кодеров 13 и 14 соответственно соединены с первым входом 16 и вторым входом 17 блока объединения 18, выход 19 которого формирует составное кодовое слово.

Для информационного блока длины k , длины проверочного блока первого декодера m' и длины проверочного блока второго декодера m'' скорость параллельного конкатентного кодера

$$R = \frac{k}{k + m' + m''}.$$

Поясним работу параллельного каскадного кодера (фиг. 2) на примере. Выберем проверочную матрицу для первого кодера 13 заведомо небольшого размера. Пусть проверочная матрица первого кодера 13 имеет вид:

$$H' = \begin{bmatrix} 0111010000 \\ 1010001000 \\ 1010100100 \\ 0011100010 \\ 1100100001 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Соответственно, порождающая матрица:

$$G' [I \quad H'^T] = \begin{bmatrix} 1000001101 \\ 0100010001 \\ 0010011110 \\ 0001010010 \\ 0000100111 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Пусть необходимо передать информационный блок $u = [u_1 u_2 u_3 \dots u_n] = [11001]$. Кодовое слово может быть получено на основе $c' = uG'$. Для матрицы 2 проверочные биты вычисляются на основе выражений:

$$\begin{aligned} p_1 &= u_2 \oplus u_3 \oplus u_5 = 0, \\ p_2 &= u_1 \oplus u_5 = 0, \\ p_3 &= u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus u_4 = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

BY 10921 U 2016.02.28

$$p_4 = u_1 \oplus u_4 = 1,$$

$$p_5 = u_3 \oplus u_4 \oplus u_5 = 1.$$

Таким образом, получим закодированное первым кодером 13 кодовое слово:

$$c' = [1\ 1\ 0\ 0\ 1\ | 0\ 0\ 0\ 1\ 1]. \quad (4)$$

Параллельно выполняется кодирование информационного блока 15 вторым кодером

14. Структура кодера 14 может отличаться от кодера 13.

Пусть проверочная матрица второго кодера 14 имеет вид:

$$H'' = \begin{bmatrix} 11010100 \\ 10001010 \\ 00111001 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Соответственно, порождающая матрица:

$$G'' = \begin{bmatrix} 10000110 \\ 01000100 \\ 00100001 \\ 00010101 \\ 00001011 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Кодовое слово вычисляется на основе $c'' = uG''$ и равно

$$c'' = [1\ 1\ 0\ 0\ 1\ | 0\ 0\ 1]. \quad (7)$$

Так как код систематический, то результирующее кодовое слово получается на основе конкатенации исходного информационного слова u , проверочных разрядов p' , полученных первым кодером 13, и проверочных разрядов p'' , полученных вторым кодером 14 блоком объединения 18:

$$c = [u\ p'\ p'']. \quad (8)$$

Для рассмотренного примера:

$$c = [1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1]. \quad (9)$$

Устройство параллельного каскадного декодирования (фиг. 1) на вход 2 принимает логарифмические вероятности правдоподобия (log likelihood ratios - LLR), которые для каждого символа x бинарной последовательности рассчитываются на основе метрики:

$$L(x) = \log \left(\frac{p(x=0)}{p(x=1)} \right), \quad (10)$$

где \log означает \log_e , а $p(x=1)$ и $p(x=0)$ - вероятности приема 1 и 0 соответственно. Если $p(x=0) > p(x=1)$, то значение $L(x)$ положительное. Чем больше разница между $p(x=0)$ и $p(x=1)$, тем больше вероятность приема 0 и наоборот. Знак $L(x)$ позволяет выполнять жесткое решение по символу x , а амплитуда $|L(x)|$ является вероятностью этого решения.

Цель декодирования - вычислить максимальную апостериорную вероятность (maximum a posteriori probability - MAP) для каждого кодового бита $P_i = P\{c_i = 1|N\}$ - вероятность, что i -й бит кодового слова - 1. Дополнительную информацию по i -му биту, полученную от проверок, будем называть внешней информацией.

Таким образом, каждый из декодеров 4 и 6 устройства параллельно итеративно вычисляет аппроксимацию значения MAP для каждого кодового бита. Обозначим внешнюю информацию от проверочного бита j к информационному биту i - $E_{j,i}$. Фактически данная величина представляет собой вероятность, что для значения i -го бита j -я проверка выполняется. Вероятность, что проверка выполняется, если бит i установлен в 1:

$$P_{j,i}^{\text{ext}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} (1 - 2P_{i'}^{\text{int}}), \quad (11)$$

где $P_{j,i'}^{int}$ - текущая оценка для j при i' равном 1. Вероятность того, что проверка выполняется, если i -й бит равен 0, будет $1 - P_{j,i'}^{ext}$. Выразим ее через логарифмическую вероятность:

$$E_{j,i} = \text{LLR}(P_{j,i'}^{ext}) = \log\left(\frac{1 - P_{j,i'}^{ext}}{P_{j,i'}^{ext}}\right), \quad (12)$$

Подставим 11 в 12:

$$E_{j,i} = \log\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} (1 - 2P_{j,i'}^{int})}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i' \in B_j, i' \neq i} (1 - 2P_{j,i'}^{int})}\right). \quad (13)$$

Используя соотношение

$$\tanh\left(\frac{1}{2} \log\left(\frac{1-p}{p}\right)\right) = 1 - 2p, \quad (14)$$

получим

$$E_{j,i} = \log\left(\frac{1 + \prod_{i' \in B_j, j' \neq i} \tanh(M_{j,i'}/2)}{1 - \prod_{i' \in B_j, j' \neq i} \tanh(M_{j,i'}/2)}\right), \quad (15)$$

где

$$M_{j,i} = \text{LLR}(P_{j,i'}^{int}) = \log\left(\frac{1 - P_{j,i'}^{int}}{P_{j,i'}^{int}}\right). \quad (16)$$

Каждый бит имеет входную априорную вероятность LLR - r_i и LLR от каждого связанного проверочного бита. Результирующая LLR i -го бита представлена суммой:

$$L_j = \text{LLR}(P_i^{int}) = r_i + \sum_{j \in A_i} E_{j,i}. \quad (17)$$

Полученное значение вероятностей для первого 4 и второго декодера 6 поступает в блок коррекции 8, который принимает на основании 17 жесткое решение для первого z' и второго z'' кодового слова и вычисляет синдромы:

$$s = zH^T. \quad (18)$$

Если синдром s' для z' равен 0, процесс декодирования прекращается, считая, что найдено верное кодовое слово. В противном случае проверяется синдром s'' для z'' , если он равен 0, процесс декодирования завершается. Если получено значение, отличное от 0, то взаимно корректируются апостериорные вероятности (входная информация) для первого 4 и второго 6 кодеров на следующей итерации. Процесс продолжается, пока не будут выполнены заданное число итераций, найдено кодовое слово или установлена ошибка декодирования. Описанная работа устройства параллельного каскадного декодирования поясняется блок-схемой на фиг. 3.

Поясним на примере работу параллельного декодера (фиг. 1). Пусть в результате кодирования получено кодовое слово:

$$c = [u|p'|p''] = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1|0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1|0 \ 0 \ 1]. \quad (19)$$

Для передачи выберем канал с аддитивным белым гауссовским шумом (additive white Gaussian noise - AWGN) с двоичной фазовой модуляцией (binary phase-shift keying - BPSK), для которого примем $\frac{E_s}{N_0} = 1,25(0,97\text{dB})$.

Пусть в ходе передачи информации произошли три ошибки: в 3-м, 4-м и 5-м битах кодового слова:

$$\tilde{c} = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0|0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1|0 \ 0 \ 1]. \quad (20)$$

Полученный сигнал соответствует:

$$y = [0.6 \ -0.6 \ -0.4 \ -0.6 \ -1 \ -0.9 \ -0.9 \ 0.8 \ -0.7 \ -0.5 \ 0.5 \ 1 \ -0.8]. \quad (21)$$

BY 10921 U 2016.02.28

Для AWGN-канала априорные вероятности LLR задаются на основе соотношения:

$$r_i = 4y_i \frac{E_s}{N_0}, \quad (22)$$

тогда на вход 2 декодера (фиг. 1) поступает вектор:

$$r = [3 \ -3 \ -2 \ -3 \ -5 \ -4.5 \ -4.5 \ 4 \ -3.5 \ -2.5 \ 4 \ -3.5 \ -2.5]. \quad (23)$$

Блок 1 детектора разделяет полученный вектор на два кодовых слова 3 и 5:

$$r' = [3 \ -3 \ -2 \ -3 \ -5 \ -4.5 \ -4.5 \ 4 \ -3.5 \ -2.5]. \quad (24)$$

$$r'' = [3 \ -3 \ -2 \ -3 \ -5 \ 2.5 \ 5 \ -4], \quad (25)$$

которые подаются на вход первого 4 и второго декодера 6 соответственно. Процесс декодирования распараллеливается.

Рассмотрим первую итерацию первого декодера 4. На первой итерации на основе проверочной матрицы выполняется инициализация:

$$M_{i,j} = r_i. \quad (26)$$

Для первого декодера 4 первый бит входит во 2-ю, 3-ю и 4-ю проверки (1), поэтому

$$M'_{2,1} = r'_1 = 3, \quad M'_{3,1} = r'_1 = 3, \quad M'_{4,1} = r'_1 = 3. \quad (27)$$

Для 2-го бита:

$$M'_{1,2} = r'_2 = -3, \quad M'_{5,2} = r'_2 = -3. \quad (28)$$

Аналогично для всех оставшихся бит первого декодера 4:

$$i = 3: \quad M'_{1,3} = r'_3 = -2, \quad M'_{2,3} = r'_3 = -2, \quad M'_{3,3} = r'_3 = -2, \quad M'_{4,3} = r'_3 = -2; \quad (29)$$

$$i = 4: \quad M'_{1,4} = r'_4 = -3, \quad M'_{4,4} = r'_4 = -3; \quad (30)$$

$$i = 5: \quad M'_{3,5} = r'_5 = -5, \quad M'_{4,5} = r'_5 = -5, \quad M'_{5,5} = r'_5 = -5; \quad (31)$$

$$i = 6: \quad M'_{1,6} = r'_6 = -4.5; \quad (32)$$

$$i = 7: \quad M'_{2,7} = r'_7 = -4.5; \quad (33)$$

$$i = 8: \quad M'_{3,8} = r'_8 = 4; \quad (34)$$

$$i = 9: \quad M'_{4,9} = r'_9 = -3.5; \quad (35)$$

$$i = 10: \quad M'_{4,10} = r'_{10} = -2.5. \quad (36)$$

Рассчитываем внешние вероятности первого декодера 4 на основе 15. Проверка 1 включает 2-й, 3-й, 4-й и 6-й биты, т.е. внешняя вероятность от 1-й проверки ко 2-му биту зависит от вероятностей 3-го, 4-го и 6-го бита:

$$\begin{aligned} E'_{1,2} &= \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{1,3}/2) \tanh(M'_{1,4}/2) \tanh(M'_{1,6}/2)}{1 - \tanh(M'_{1,3}/2) \tanh(M'_{1,4}/2) \tanh(M'_{1,6}/2)} \right) = \\ &= \log \left(\frac{1 + \tanh(-2/2) \tanh(-3/2) \tanh(-4.5/2)}{1 - \tanh(-2/2) \tanh(-3/2) \tanh(-4.5/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.76)(-0.9)(-0.98)}{1 - (-0.76)(-0.9)(-0.98)} \right) = -1.64, \end{aligned} \quad (37)$$

BY 10921 U 2016.02.28

$$E'_{1,3} = \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{1,2}/2) \tanh(M'_{1,4}/2) \tanh(M'_{1,6}/2)}{1 - \tanh(M'_{1,2}/2) \tanh(M'_{1,4}/2) \tanh(M'_{1,6}/2)} \right) = \quad (38)$$

$$= \log \left(\frac{1 + \tanh(-3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-4.5/2)}{1 - \tanh(-3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-4.5/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.9)(-0.9)(-0.98)}{1 - (-0.9)(-0.9)(-0.98)} \right) = -2.2,$$

$$E'_{1,4} = \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{1,2}/2) \tanh(M'_{1,3}/2) \tanh(M'_{1,6}/2)}{1 - \tanh(M'_{1,2}/2) \tanh(M'_{1,3}/2) \tanh(M'_{1,6}/2)} \right) = \quad (39)$$

$$= \log \left(\frac{1 + \tanh(-3/2) \tanh(-2/2) \tanh(-4.5/2)}{1 - \tanh(-3/2) \tanh(-2/2) \tanh(-4.5/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.9)(-0.76)(-0.98)}{1 - (-0.9)(-0.76)(-0.98)} \right) = -1.64,$$

$$E'_{1,6} = \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{1,2}/2) \tanh(M'_{1,3}/2) \tanh(M'_{1,4}/2)}{1 - \tanh(M'_{1,2}/2) \tanh(M'_{1,3}/2) \tanh(M'_{1,4}/2)} \right) = \quad (40)$$

$$= \log \left(\frac{1 + \tanh(-3/2) \tanh(-2/2) \tanh(-3/2)}{1 - \tanh(-3/2) \tanh(-2/2) \tanh(-3/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.9)(-0.76)(-0.9)}{1 - (-0.9)(-0.76)(-0.9)} \right) = -1.46.$$

Проверка два включает 1-ый, 3-й и 7-й биты и соответственно равна:

$$E'_{2,1} = \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{2,3}/2) \tanh(M'_{2,7}/2)}{1 - \tanh(M'_{2,3}/2) \tanh(M'_{2,7}/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.76)(-0.99)}{1 - (-0.76)(-0.99)} \right) = -1.92, \quad (41)$$

$$E'_{2,3} = \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{2,1}/2) \tanh(M'_{2,7}/2)}{1 - \tanh(M'_{2,1}/2) \tanh(M'_{2,7}/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.9)(-0.99)}{1 - (-0.9)(-0.99)} \right) = -2.8, \quad (42)$$

$$E'_{2,7} = \log \left(\frac{1 + \tanh(M'_{2,1}/2) \tanh(M'_{2,3}/2)}{1 - \tanh(M'_{2,1}/2) \tanh(M'_{2,3}/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.9)(-0.76)}{1 - (-0.9)(-0.76)} \right) = -1.69. \quad (43)$$

Повторяя данную процедуру для всех проверок получим матрицу внешней вероятности LLR:

$$E' = \begin{bmatrix} & -1.64 & -2.2 & -1.64 & & -1.46 & & & \\ 1.92 & & -2.8 & & & & & -1.69 & \\ 1.83 & & -2.54 & & -1.6 & & & & 1.66 \\ & & -2.45 & -1.76 & -1.55 & & & & -1.14 \\ -1.98 & 1.98 & & & 2.24 & & & & 2.24 \end{bmatrix}, \quad (44)$$

где запись (i,j) в матрице E' представляет число E'_{i,j}, если оно существует.

Внутренние и внешние вероятности для каждого бита комбинируются. Первый бит имеет внешнюю LLR от 1-й и 3-й проверок и внутреннюю информацию LLR из канала. Результирующая LLR для 1-го бита определяется суммой на основе 17 с учетом 44:

$$L'_1 = r'_1 + E'_{2,1} + E'_{3,1} + E'_{5,1} = 3 + 1.92 + 1.83 - 1.98 = 4.77. \quad (45)$$

Как видно, вероятность, полученная из канала, положительная, следовательно, бит соответствует нулю, две внешние LLR положительные и одна отрицательная. Суммарная вероятность положительная, и решение по данному биту будет соответствовать нулю, т.е.

BY 10921 U 2016.02.28

первоначальное решение не изменилось. Повторяя данную процедуру для бит от 2-го до 10-го получим:

$$L'_2 = r'_2 + E'_{1,2} + E'_{5,2} = -2.66, \quad (46)$$

$$L'_3 = r'_3 + E'_{1,3} + E'_{2,3} + E'_{3,3} + E'_{4,3} = -12.04, \quad (47)$$

$$L'_4 = r'_4 + E'_{1,4} + E'_{4,4} = -6.4, \quad (48)$$

$$L'_5 = r'_5 + E'_{3,5} + E'_{4,5} + E'_{5,5} = -5.9, \quad (49)$$

$$L'_6 = r'_6 + E'_{1,6} = -5.96, \quad (50)$$

$$L'_7 = r'_7 + E'_{2,7} = -6.19, \quad (51)$$

$$L'_8 = r'_8 + E'_{3,8} = 5.66, \quad (52)$$

$$L'_9 = r'_9 + E'_{4,9} = -4.64, \quad (53)$$

$$L'_{10} = r'_{10} + E'_{5,10} = -0.26. \quad (54)$$

На основе вероятностей (46)-(54):

$$L' = [4.78 \ -2.66 \ -12.04 \ -6.4 \ -5.9 \ -5.96 \ -6.19 \ 5.66 \ -4.64 \ -0.26]. \quad (55)$$

Параллельно такой же расчет выполняется по матрице (5) второго декодера б:

$$M''_{1,1} = r''_1 = 3, \quad M''_{2,1} = r''_2 = 3; \quad (56)$$

$$M''_{1,2} = r''_2 = -3; \quad (57)$$

$$M''_{3,3} = r''_3 = -2; \quad (58)$$

$$M''_{1,4} = r''_4 = -3, \quad M''_{3,4} = r''_4 = -3; \quad (59)$$

$$M''_{2,5} = r''_5 = -5, \quad M''_{3,5} = r''_5 = -5; \quad (60)$$

$$M''_{1,6} = r''_6 = 2.5; \quad (61)$$

$$M''_{2,7} = r''_7 = 5; \quad (62)$$

$$M''_{3,8} = r''_8 = -4. \quad (63)$$

Параллельно второй декодер б рассчитывает внешние вероятности для 1-го бита:

BY 10921 U 2016.02.28

$$\begin{aligned}
 E''_{1,1} &= \log \left(\frac{1 + \tanh(M''_{1,2}/2) \tanh(M''_{1,4}/2) \tanh(M''_{1,6}/2)}{1 - \tanh(M''_{1,2}/2) \tanh(M''_{1,4}/2) \tanh(M''_{1,6}/2)} \right) = \\
 &= \log \left(\frac{1 + \tanh(-3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-2.5/2)}{1 - \tanh(-3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-2.5/2)} \right) = \log \left(\frac{1 + (-0.9)(-0.9)(-0.85)}{1 - (-0.9)(-0.9)(-0.85)} \right) = 1.72,
 \end{aligned} \tag{64}$$

$$\begin{aligned}
 E''_{1,2} &= \log \left(\frac{1 + \tanh(M''_{1,1}/2) \tanh(M''_{1,4}/2) \tanh(M''_{1,6}/2)}{1 - \tanh(M''_{1,1}/2) \tanh(M''_{1,4}/2) \tanh(M''_{1,6}/2)} \right) = \\
 &= \log \left(\frac{1 + \tanh(3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-2.5/2)}{1 - \tanh(3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-2.5/2)} \right) = -1.72,
 \end{aligned} \tag{65}$$

$$\begin{aligned}
 E''_{1,4} &= \log \left(\frac{1 + \tanh(M''_{1,1}/2) \tanh(M''_{1,2}/2) \tanh(M''_{1,6}/2)}{1 - \tanh(M''_{1,1}/2) \tanh(M''_{1,2}/2) \tanh(M''_{1,6}/2)} \right) = \\
 &= \log \left(\frac{1 + \tanh(3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-2.5/2)}{1 - \tanh(3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-2.5/2)} \right) = -1.72,
 \end{aligned} \tag{66}$$

$$\begin{aligned}
 E''_{1,6} &= \log \left(\frac{1 + \tanh(M''_{1,1}/2) \tanh(M''_{1,2}/2) \tanh(M''_{1,4}/2)}{1 - \tanh(M''_{1,1}/2) \tanh(M''_{1,2}/2) \tanh(M''_{1,4}/2)} \right) = \\
 &= \log \left(\frac{1 + \tanh(3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-3/2)}{1 - \tanh(3/2) \tanh(-3/2) \tanh(-3/2)} \right) = 1.91.
 \end{aligned} \tag{67}$$

Аналогично рассчитываются значения для всех оставшихся бит. В результате получаем матрицу внешней вероятности второго декодера б:

$$E'' = \begin{bmatrix} 1.72 & -1.72 & -1.71 & 1.91 & & & \\ -4.31 & & & 2.87 & -2.87 & & \\ & -2.59 & 0.68 & -1.6 & & -1.66 & \end{bmatrix} \tag{68}$$

Внутренние и внешние вероятности для каждого бита второго декодера б комбинируются, и получаем для каждого бита соответственно:

$$L''_1 = r''_1 + E''_{1,1} + E''_{2,1} = 3 + 1.72 - 4.31 = 0.41, \tag{69}$$

$$L''_2 = r''_2 + E''_{1,2} = -4.72, \tag{70}$$

$$L''_3 = r''_3 + E''_{3,3} = -4.59, \tag{71}$$

$$L''_4 = r''_4 + E''_{1,4} + E''_{3,4} = -4.03, \tag{72}$$

$$L''_5 = r''_5 + E''_{2,5} + E''_{3,5} = -3.73, \tag{73}$$

$$L''_6 = r''_6 + E''_{1,6} = 4.41, \tag{74}$$

$$L''_7 = r''_7 + E''_{2,7} = 2.13, \tag{75}$$

BY 10921 U 2016.02.28

$$L_8'' = r_8'' + E_{3,8}'' = -5.66. \quad (76)$$

$$L'' = [0.41 \ -4.72 \ -4.59 \ -4.03 \ -3.73 \ 4.41 \ 2.13 \ -5.66]. \quad (77)$$

В блок коррекции 8 поступают вектора вероятностей 9 и 7 первого L' и второго L'' декодеров соответственно. По первому вектору 9 блок коррекции 8 принимает жесткое решение:

$$z' = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1]. \quad (78)$$

Для проверки, является ли вектор z' кодовым словом вычисляется синдром на основе (18):

$$s' = z'H^T = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

Так как s' не равен нулю, следовательно, z' не кодовое слово.

По второму вектору L'' блок коррекции 8 принимает жесткое решение:

$$z'' = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]. \quad (79)$$

Вычисляет синдром:

$$s'' = z''H^T = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0 \ 1 \ 0]. \quad (80)$$

Синдром не равен нулю, а следовательно, z'' не является кодовым словом. Первая итерация не привела к правильному декодированию ни в первом 4, ни во втором декодере 6. Блок коррекции вероятностей 8 анализирует эту информацию и выполняет корректировку вероятностных векторов L' и L'' в разрядах информационной последовательности, основанной на нелинейной функции зависимости. Начинается вторая итерация декодирования, и на вход 10 и 11 декодеров 4 и 6 соответственно подаются вектора:

$$L_c'' = [4.37 \ -2.06 \ 7.45 \ 2.37 \ 2.18 \ -5.96 \ -6.19 \ 5.66 \ -4.64 \ -0.26], \quad (81)$$

$$L_c'' = [4.37 \ -2.06 \ 7.45 \ 2.37 \ 2.18 \ 4.41 \ 2.13 \ -5.66]. \quad (82)$$

На второй итерации первый декодер 4 рассчитывает:

$$E' = \begin{bmatrix} & -2.34 & 1.51 & 2.04 & & -1.52 & & & & \\ -5.94 & & -4.22 & & & & 4.32 & & & \\ 2.14 & & 2.04 & & 4.09 & & & 2.07 & & \\ & & -1.54 & -2.09 & -2.27 & & & & 0.51 & \\ 0.16 & -0.19 & & & -1.39 & & & & & -1.39 \end{bmatrix}, \quad (83)$$

$$L' = [0.72 \ -4.59 \ 5.25 \ 12.3 \ 2.61 \ -7.48 \ -1.87 \ 7.73 \ -4.13 \ -1.64]. \quad (84)$$

Второй декодер 6 рассчитывает:

$$E'' = \begin{bmatrix} -1.47 & -2.14 & & 1.88 & & 1.47 & & & & \\ 1.47 & & & & -2.03 & & -2.07 & & & \\ & & -1.57 & -0.09 & -2.33 & & & & 1.58 & \end{bmatrix}, \quad (85)$$

$$L'' = [-4.37 \ -4.19 \ 5.88 \ 4.17 \ -2.18 \ 5.87 \ 0.06 \ -4.08]. \quad (86)$$

В блоке коррекции вероятностей 8 рассчитываются синдромы:

$$z' = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1], \quad (87)$$

$s' = z'H^T = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0] \Rightarrow$ продолжение декодирования,

$$z'' = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1], \quad (88)$$

$s'' = z''H''^T = [0 \ 0 \ 0] \Rightarrow$ конец декодирования.

Второй декодер 6 получил кодовое слово и прекращает процесс декодирования. Входной вектор 10 первого декодера 4 для третьей итерации корректируется:

$$L'_c = [-3.64 \ -8.79 \ 11.13 \ 6.48 \ 0.43 \ -7.48 \ -1.87 \ 7.73 \ -4.13 \ -1.64].$$

Рассчитывается:

$$E' = \begin{bmatrix} & -6.16 & 6.1 & 7.22 & & -6.38 & & & & \\ -1.87 & & 1.72 & & & & -3.64 & & & \\ 0.43 & & -0.41 & & -3.63 & & & -0.41 & & \\ & & -0.42 & & -4.04 & & & & 0.19 & \\ 0.29 & 0.27 & & -0.42 & 0.41 & & & & & 0.41 \end{bmatrix}, \quad (89)$$

$$L' = [-4.78 \ -14.67 \ 18.12 \ 13.28 \ -6.83 \ -13.86 \ -5.52 \ 7.32 \ -3.94 \ -1.23].$$

В блоке коррекции 8 вычисляется:

$$z'' = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1], \quad (90)$$

$s' = z''H^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \Rightarrow$ конец декодирования.

Кодовое слово найдено. Процесс декодирования может быть остановлен, как только какой-либо из декодеров 4 или 6 обнаружит кодовое слово. В данном примере это произошло на второй итерации декодирования вторым декодером 6.

Рассмотрим теперь пример работы устройства с одним декодером на основе матриц H' и G' . Пусть количество и разряды ошибочных позиций будут такие же, как в рассмотренном выше примере для параллельного каскадного декодера, в 1-м, 3-м и 4-м битах.

В ходе первой итерации получим:

$$y = [0.6 \ -0.6 \ -0.4 \ -0.6 \ -1 \ -0.9 \ -0.9 \ 0.8 \ -0.7 \ -0.5],$$

$$r = [3 \ -3 \ -2 \ -3 \ -5 \ -4.5 \ -4.5 \ 4 \ -3.5 \ -2.5],$$

BY 10921 U 2016.02.28

$$E = \begin{bmatrix} & -1.63 & -2.2 & -1.64 & & -1.46 & & & & \\ 1.92 & & -2.79 & & & & & -1.69 & & \\ 1.83 & & -2.59 & & -1.6 & & & & 1.66 & \\ & & -2.45 & -1.76 & -1.54 & & & & & -1.66 \\ -1.98 & 1.98 & & & & 2.24 & & & & & 2.24 \end{bmatrix},$$

$$L = [4.78 \ -2.66 \ -12.04 \ -6.4 \ -5.83 \ -5.93 \ -6.19 \ 5.65 \ -4.6 \ -0.3],$$
$$z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1],$$
$$s = zH^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

Вторая итерация:

$$E = \begin{bmatrix} & -5.46 & -2.6 & -2.62 & & -2.63 & & & & \\ 6.19 & & -4.55 & & & & & -4.77 & & \\ 5.08 & & -4.22 & & -4.42 & & & & 4.5 & \\ & & -4.26 & -4.39 & -4.48 & & & & & -4.7 \\ -0.22 & 0.25 & & & & 2.51 & & & & & 2.5 \end{bmatrix},$$

$$L = [15.82 \ -7.87 \ -15.65 \ -13.41 \ -12.3 \ -8.6 \ -4.77 \ 10.15 \ -9.4 \ 2.3],$$
$$z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0],$$
$$s = zH^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Таким образом, на второй итерации установлено, что кодовое слово $z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$ является допустимым, хотя оно отличается от переданного, что соответствует ошибке декодирования.

Рассмотрим работу альтернативного устройства на основе одного декодера 4 по матрицам 5 и 6. Пусть ошибки произошли в 1-м, 3-м и 4-м битах.

Первая итерация:

$$y = [0.6 \ -0.6 \ -0.4 \ -0.6 \ -1 \ -0.5 \ 1 \ -0.8],$$
$$r = [3 \ -3 \ -2 \ -3 \ -5 \ 2.5 \ 5 \ -1],$$

$$E = \begin{bmatrix} 1.71 & -1.72 & & -1.72 & & 1.91 & & & & \\ -4.3 & & & & & 2.87 & & & -2.87 & \\ & & & -2.59 & 0.68 & -1.6 & & & & -1.66 \end{bmatrix},$$

$$L = [0.4 \ -4.72 \ -4.6 \ -4.03 \ -3.73 \ 4.41 \ 2.13 \ -5.65],$$
$$z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1],$$
$$s = zH^T = [0 \ 1 \ 0] \Rightarrow \text{не кодовое слово.}$$

Вторая итерация:

$$r = [0.41 \ -4.72 \ -4.6 \ -4.03 \ -3.73 \ 4.41 \ 2.13 \ -5.65],$$

$$E = \begin{bmatrix} 3.25 & -0.38 & & -0.39 & & 0.39 & & & & \\ -1.94 & & & & & 0.32 & & & -0.39 & \\ & & & -3.1 & -2.41 & -3.5 & & & & -2.95 \end{bmatrix},$$

$$L = [1.71 \ -5.1 \ -7.69 \ -6.83 \ -6.87 \ 4.79 \ 1.73 \ -8.62],$$
$$z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1],$$
$$s = zH^T = [0 \ 1 \ 0] \Rightarrow \text{не кодовое слово.}$$

Третья итерация:

$$r = [1.71 \ -5.099 \ -7.69 \ -6.83 \ -6.87 \ 4.79 \ 1.74 \ -8.62],$$

$$E = \begin{bmatrix} 4.17 & -1.66 & & -1.64 & & 1.67 & & & & \\ -1.73 & & & & & 1.06 & & & -1.7 & \\ & & & -6.1 & -4.52 & -6.4 & & & & -5.96 \end{bmatrix},$$

BY 10921 U 2016.02.28

$$L = [4.15 \ -6.76 \ -13.77 \ -12.99 \ -12.2 \ 6.47 \ 0.03 \ -14.58],$$

$$z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1],$$

$$s = zH^T = [0 \ 1 \ 0] \Rightarrow \text{не кодовое слово.}$$

Четвертая итерация:

$$r = [4.15 \ -6.76 \ -13.77 \ -12.99 \ -12.2 \ 6.47 \ 0.03 \ -14.58],$$

$$E = \begin{bmatrix} 5.91 & -4.05 & & -3.99 & & & & 4.07 \\ -0.03 & & & & & & 0.03 & & -4.15 \\ & & & -11.75 & -7.76 & -12.48 & & & -11.68 \end{bmatrix},$$

$$L = [10.02 \ -10.82 \ -25.52 \ -24.74 \ -24.63 \ 10.54 \ -4.11 \ -26.26],$$

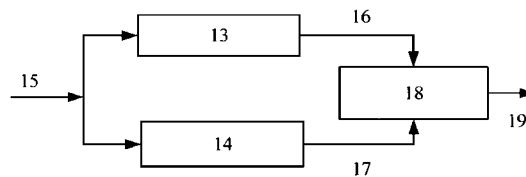
$$z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1],$$

$$s = zH^T = [0 \ 0 \ 0] \Rightarrow \text{кодовое слово.}$$

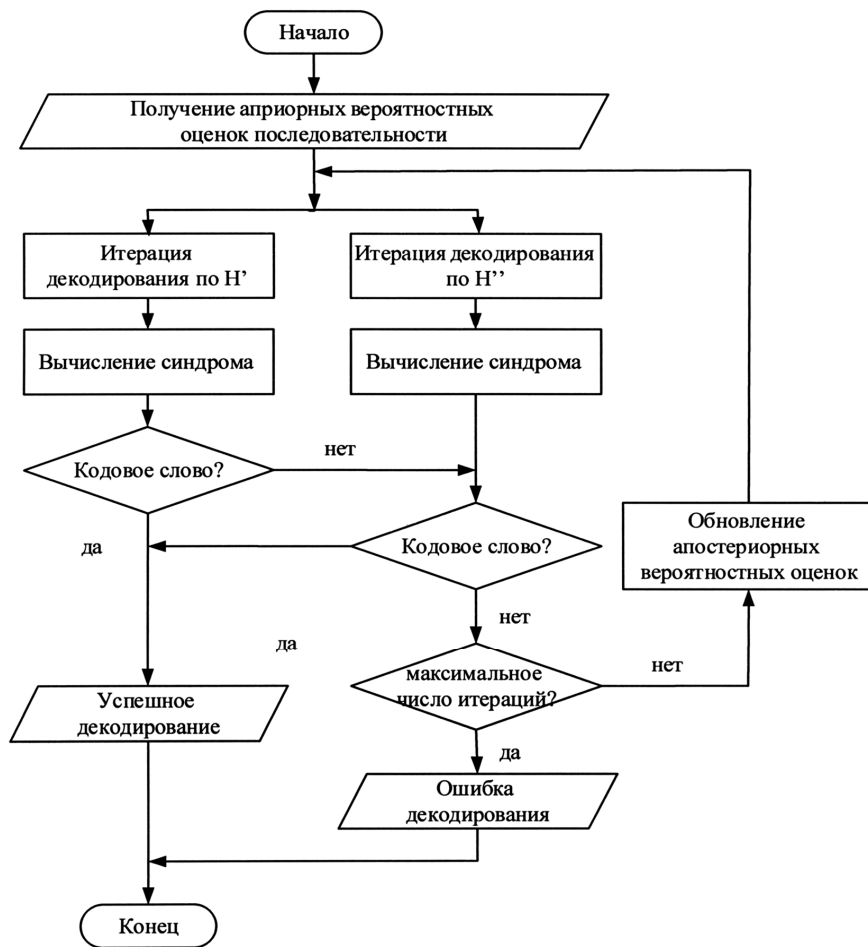
Таким образом, на четвертой итерации установлено кодовое слово $z = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1]$, которое отличается от переданного и приводит к ошибочному декодированию.

На фиг. 4 представлены результаты компьютерного имитационного моделирования системы передачи информации, подтверждающие эффективность использования представленного устройства параллельного декодирования. Для сравнения производительности представлены результаты работы систем на основе трех различных декодеров: параллельного каскадного, последовательного каскадного и одиночного. Минимальное расстояние ($d = 10$) и скорость кодеров ($R = 1/2$) одинаковые.

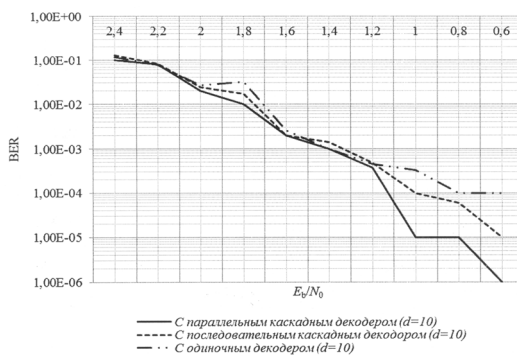
Таким образом, предлагаемое параллельное каскадное устройство декодирования кодов низкой плотности проверок на четность выполняет те же функции, что и известное. Преимущество декодера состоит в увеличении скорости декодирования за счет коррекции логарифмического отношения правдоподобия кодового слова и распараллеливания процесса декодирования, что сокращает число итераций декодирования, позволяет увеличить производительность системы декодирования, а также снижает вероятность ошибочного декодирования по сравнению с [5].



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4