– полный цикл проверки релейной защиты, единой защиты и схем управления;

– полный цикл проверки систем управления для HVDC, SVC, TCSC и синхронных машин;

– разработка устройств FACTS и связанных с ней средств управления;

– изучение работы систем переменного тока, включая режим генерации и передачи электрической энергии;

– исследование взаимодействия оборудования для энергетики;

– изучение взаимодействия между объединенными AC/DC системами;

– обучение и тренировка инженерно-технического персонала объектов электроэнергетики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гилмор Р., Прикладная теория катастроф. – Т1 – М.: Наука, 1966. – 540с.
2. https://www.vniir.ru/simcenter/about/ (дата доступа 03.01.2022).

УДК 517.626

Зав. кафедрой Н.М. Дмитрук; маг. М.А. Готовец
(БГУ, г. Минск)

СИНТЕЗ КЛАССИЧЕСКОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ КЛАССИФИКАЦИИ

1. Проблема синтеза оптимальных систем является центральной в теории оптимального управления. Классическими подходами здесь являются принцип максимума Л.С. Понтрягина, который позволяет синтезировать оптимальные обратные связи в аналитической форме для стационарных моделей невысокого порядка (в частности, в задачах линейного оптимального быстродействия для систем второго порядка), и динамическое программирование, практическая реализация которого сдерживается проклятием размерности.

Одним из современных подходов к решению проблемы синтеза является управление в режиме реального времени [1]. Основу подхода [1] составляет алгоритм работы оптимального регулятора, который в каждый момент времени решает задачу оптимального программного управления для текущей позиции процесса управления – текущих момента времени и состояния (или его измерения) управляемого объекта. Значение оптимального программного управления этой задачи в текущий момент времени есть значение оптимальной обратной связи на текущей позиции. Оно подается на вход объекта управления до поступления следующего измерения, остальные значения оптимальной программы игнорируются.

Накопленный нами опыт по реализации алгоритмов работы оптимальных регуляторов [2, 3] позволяет утверждать, что в процессе работы регулятор вырабатывает достаточно большой объем данных, которые непосредственно в управлении не используются и чаще всего отбрасываются. В настоящий момент применение искусственных нейронных сетей, методов обучения на размеченных данных, обучения с подкреплением, других методов машинного обучения при решении задач управления является перспективным направлением в теории систем и процессов управления.

Цель настоящей работы – применить методы классификации данных (в частности, основной аппарат будет основан на методе опорных векторов – Support Vector Machine, SVM [4]) для построения субоптимальной обратной связи в линейных задачах оптимального управления.

2. Пусть задан объект управления, математическая модель которого на промежутке времени T = [0, t_f] имеет вид:

$$x = Ax + bu,\ x(0) = x_0, \tag{1}$$

где $x = x(t) \in R^n$ – состояние в момент времени t; $u = u(t) \in R$ – значение скалярного управления; $A \in R^{n\times n}$, $b \in R^n$.

Управления u выбираются из класса дискретных управлений [2]:

$$u(t) \equiv u(s), t \in [s, s+h[, s \in T_h = \{0, h, \ldots, t_f - h\},$$

где $h = t_f / N$ – период квантования времени, $N \in \mathbf{N}$, $N > 1$.

Для (1) в классе дискретных управлений будем исследовать терминальную задачу оптимального управления:

$$c'x(t_f) \to \max, \quad \dot{x} = Ax + bu, x(0) = x_0, \tag{2}$$
$$x(t_f) \in X_f, \quad |u(t)| \le 1, \quad t \in T,$$

где $c \in R^n$; $X_f = \{x \in R^n : Hx \le g\}$, $H \in R^{m\times n}$, $g \in R^m$.

Предлагаемый в работе подход можно развить и на другие задачи оптимального управления линейными системами с линейными или квадратичными критериями качества. Задача (2) выбрана как простейшая для демонстрации предлагаемых идей. Такие задачи хорошо изучены в литературе с точки зрения построения численных методов программного решения и реализации алгоритмов работы оптимальных регуляторов, в которых учитывается структура оптимального программного управления [2].

Понятия допустимого программного управления (программы) и оптимального программного управления $u^0(t)$, $t \in T$, (оптимальной программы) для задачи (2) вводятся стандартно [2].

Оптимальную обратную связь (позиционное решение) будем определять, как в [2], в предположении что состояния рассматриваемого объекта доступны для измерения в дискретные моменты $\tau \in T_h$. В соответствии с этим погрузим задачу (2) в семейство задач

$$c'x(t_f) \to \max, \quad \dot{x} = Ax + Bu, x(\tau) = x_\tau, \tag{3}$$
$$x(t_f) \in X_f, \quad |u(t)| \le 1, \quad t \in T(\tau) = [\tau, t_f],$$

зависящее от позиции (τ, x_τ), где $\tau \in T_h$ и $x_\tau \in R^n$. Пусть $u^0(t \mid \tau, x_\tau)$, $t \in T(\tau)$, – оптимальная программа задачи (3) для позиции (τ, x_τ); X_τ – множество векторов $x_\tau \in \mathrm{R}^n$, для которых в момент τ существует оптимальная программа.

Функция

$$u^0(\tau, x) = u^0(\tau \mid \tau, x), x \in X_\tau, \tau \in T_h, \tag{4}$$

называется [2] позиционным решением задачи (2) (оптимальной обратной связью по состоянию).

Построение оптимальной обратной связи (4) в явном виде зачастую невозможно. Для преодоления трудностей, связанных с построением функции (4), в работах [1, 2, 3] предложен и развит подход, получивший название управления в режиме реального времени. В настоящей работе на основе исследования свойств оптимальной обратной связи предлагается подход, основанный на методах классификации данных.

3. Нетрудно показать, что в задаче оптимального управления (2) оптимальная обратная связь $u^0(\tau, x)$, $x \in X_\tau$, $\tau \in T_h$, является нестационарной кусочно-аффинной. Для ее построения необходимо найти многогранные критические области:

$$K_\tau^l = \{x \in X_\tau : H_\tau^l x \le g_\tau^l\}, \; l \in L_\tau, \tag{5}$$

и для каждой области указать аффинный закон обратной связи:

$$u^0(\tau, x) = (k_\tau^l)' x + a_\tau^l, \; x \in K_\tau^l, \; l \in L_\tau, \tag{6}$$

где $H_\tau^l \in R^{m_\tau^l \times n}$, $g_\tau^l \in R^{m_\tau^l}$, $k_\tau^l \in R^n$, $a_\tau^l \in R$.

Далее будем строить *субоптимальную обратную связь*, применяя метод опорных векторов [4], для классификации (для каждого $\tau \in T_h$) данных выборки

$$\{x_\tau^i, y_\tau^i\}_{i=1}^{M_\tau}, \tag{7}$$

где x_τ^i – состояние из X_τ, $y_\tau^i \in L_\tau$ – метка класса, которому принадлежит точка x_τ^i, M_τ – объем выборки.

Опишем процесс получения выборки (7).

Точки $x_\tau^i \in X_\tau$, $i=\overline{1,M_\tau}$, $\tau \in T_h$, в простейшем случае могут быть выбраны случайным образом (например, с помощью псевдослучайных последовательностей) или на основе результатов управления в реальном времени в ряде конкретных процессов управления динамическим объектом.

Далее для всех позиций (τ, x_τ^i), $i=\overline{1,M_\tau}$, $\tau \in T_h$, решается задача (3). Если оптимальная программа $u^0(t\,|\,\tau, x_\tau^i)$, $t \in T(\tau)$, имеет ту же структуру, что и программное решение для некоторой другой точки x_τ^j, то эти две точки принадлежат одной критической области в X_τ и точке x_τ^i присваивается та же метка, что и у точки x_τ^j: $y_\tau^i := y_\tau^j$. Иначе заводится новая уникальная метка y_τ^i. Будем считать, что после решения задач (3) для всех точек x_τ^i, $i=\overline{1,M_\tau}$, метки пронумерованы от 1 до L_τ, т.е. $y_\tau^i \in \{1,\ldots,L_\tau\}$. Таким образом будет построена требуемая выборка вида (7).

В процессе построения выборки (7) будем также запоминать первое значение оптимальной программы: $u_\tau^i := u^0(\tau\,|\,\tau, x_\tau^i)$. Таким образом, наряду с (7) будет построена выборка:

$$\{x_\tau^i, u_\tau^i\}_{i=1}^{M_\tau}. \tag{8}$$

Точки x_τ^i, $x_\tau^{i'}$, имеющие одинаковую метку (для определенности будем считать, что $y_\tau^i = y_\tau^{i'} = l$), принадлежат одной критической области K_τ^l и одному классу *l*. Множество индексов точек, принадлежащих классу *l* для момента времени *τ* будем обозначать $I_\tau(l) = \{i : y_\tau^i = l\}$. Не ограничивая общности, будем предполагать, что каждый класс содержит не менее $n+1$ точки.

Поскольку все критические области являются выпуклыми многогранниками, существует разделяющая гиперплоскость $\Gamma = \{x \in R^n : \omega' x + b = 0\}$, $\omega \neq 0$, такая что $\omega' x_\tau^i + b \le 0$ при $i \in I_\tau(l)$, и $\omega' x_\tau^i + b \ge 0$ при $i \in I_\tau(j)$, $j \neq l$.

Применяя метод опорных векторов [4] для каждого класса *l* строится набор гиперплоскостей, разделяющих классы *l* и $j \in C_\tau(l)$, где $C_\tau(l)$ – совокупность номеров классов, соседних с *l*. В результате будут получены аппроксимации критической области K_τ^l. Одновременно, на основе выборки (8) можно получить аппроксимацию оптимальной обратной связи (6).

ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов, Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И. Построение оптимальных управлений типа обратной связи в линейной задаче // Доклады АН СССР. – 1991. – Т. 320. – № 6. – С. 1294-1299.
2. Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2000. Т. 40. № 6. С. 838-859.
3. Кириллова Ф.М., Дмитрук Н.М., Габасов Р. Синтез оптимальных систем – оптимальное управление в реальном времени // Динамика систем и процессы управления. – 2015. – С. 208-219.
4. Вьюгин В. Математические основы теории машинного обучения и прогнозирования. – МЦМНО, 2013. – 390 с.