

непериодические колебания населенностей вследствие несоизмеримости частот $\omega_0 = r$, $\omega_1 = r\sqrt{7}$, $\omega_2 = r(1 - \sqrt{7})$:

$$\rho_0(t) = \frac{1}{14} \left\{ 11 - 2\sqrt{7} - (4 - 2\sqrt{7}) \cos \omega_0 t + (7 - 2\sqrt{7}) \cos \omega_1 t + 2\sqrt{7} \cos \omega_2 t \right\},$$

$$\rho_1(t) = \frac{1}{2478} \left\{ 19319 - 6982\sqrt{7} - 18(908 - 349\sqrt{7}) \cos \omega_0 t - 45(175 - 62\sqrt{7}) \cos \omega_1 t + 10(490 - 209\sqrt{7}) \cos \omega_2 t \right\}, \quad (11)$$

$$\rho_2(t) = \frac{-2}{177} \left\{ 671 - 262\sqrt{7} - (609 - 237\sqrt{7}) \cos \omega_0 t + 87\sqrt{7} \cos \omega_1 t + (175 - 62\sqrt{7}) \cos \omega_2 t \right\}.$$

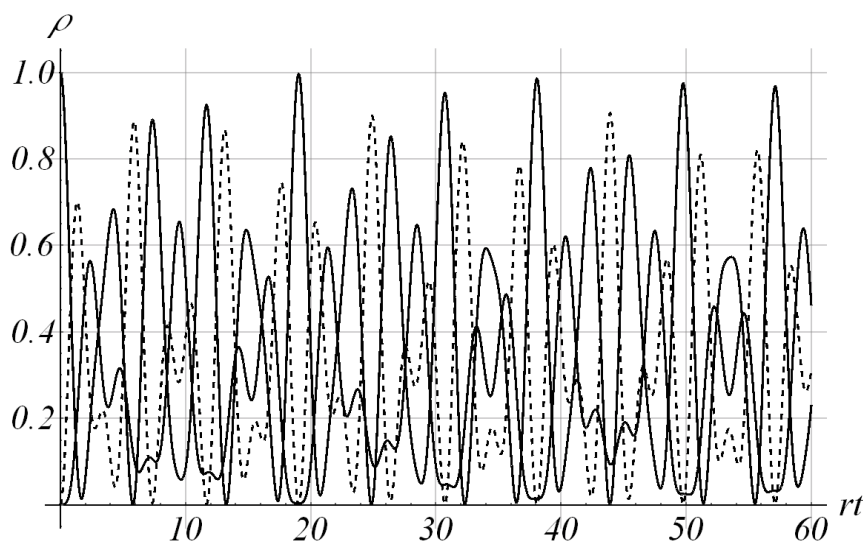


Рисунок 1 – Непериодические колебания населенностей уровней

УДК 004.023

Преп. К.В. Керус
(филиал УО БГТУ ГПК, г. Гомель)

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ ДЛЯ ЗАДАЧ ЭНЕРГЕТИКИ

С учетом технического прогресса и новейших разработок в сфере автоматизации электроснабжения, острыми становятся вопросы не только обеспечения потребителей электроэнергией должного качества, но и так же вопросы устойчивости электроэнергетических систем к различного вида авариям. Ранее использовавшийся расчетный метод состояния ЭЭС устарел и сейчас происходит переход к активному управлению режимами работы энергосистемы с помощью ком-

пьютерного моделирования различных аварийных и нормальных режимов работы. В данный момент для анализа режимов ЭЭС используются такие теории, как теория планирования эксперимента, теория подобия, техническая диагностика и теория устойчивости. Решение поставленных задач с помощью этих теорий неразрывно связано с двумя фундаментальными задачами: получение адекватных математических моделей описания установившихся и переходных режимов и решение задач контроля параметров ЭЭС. Кроме этого, в практическом плане большую роль играют:

1. Возможность математического описания границ области устойчивости пределов управляемых параметров.
2. Возможность прогнозирования опасных и безопасных пределов управляемых параметров в зависимости от значений внутренних параметров системы.
3. Оценка степени совместного влияния различных параметров на устойчивость ЭЭС.

Именно поэтому актуально использование элементов теории катастроф для моделирования различных устойчивых режимов ЭЭС, а также для оценки состояния энергосистемы в переходных режимах. Теория катастроф является развитием и логичным продолжением теории устойчивости, а также включает в себя теорию бифуркаций дифференциальных уравнений (теория изменения качественной картины разбиения фазового пространства в зависимости от изменения параметра) и теорию особенностей гладких отображений (сопоставление каждой точке поверхности точки плоскости). В данное время существует не так уж и много программного обеспечения для использования теории катастроф в энергетике, но даже с использованием уже известных методов расчета можно использовать произвести следующие расчеты устойчивости ЭЭС:

1. Использование моделей и методов теории катастроф для определения координат контролируемых параметров и выполнение оценки устойчивости равновесных состояний в различных режимах ЭЭС с учетом конструктивных особенностей и настроечных параметров системы.
2. Оптимизация установившихся и переходных режимов ЭЭС по запасу статической устойчивости.
3. Разработка аналитических алгоритмов определения режимных и системных параметров ЭЭС по условиям статической и динамической устойчивости.
4. Проведение исследования опасных и безопасных границ параметров ЭЭС.

5. Исследование ЭЭС с учетом применения таких средств защиты, как автоматическая частотная разгрузка, автоматический ввод резерва.

В общем случае теория катастроф анализирует критические точки потенциальной функции, то есть точки, где не только первая производная функции равна нулю, но и равны нулю же производные более высокого порядка. Динамика развития таких точек может быть изучена при помощи разложения потенциальной функции в рядах Тейлора посредством малых изменений входных параметров. Если точки роста складываются не просто в случайный узор, но формируют структурированную область стабильности, эти точки существуют как организующие центры для особых геометрических структур с низким уровнем катастрофичности, с высоким уровнем катастрофичности в окружающих их областях фазового пространства. Если потенциальная функция зависит от трёх или меньшего числа активных переменных, и пяти или менее активных параметров, то в этом случае существует всего семь обобщённых структур описанных геометрий бифуркаций и классифицированных Рене Томом [1].

Типы элементарных катастроф. При классификации над комплексными числами особенности D^+_{4} и D^-_{4} не различаются

Особенность $f(x, y)$	Название	Деформация особенности	Тип особенности
$x^3 + y^2$	Складка	$x^3 + y^2 + ax$	A_2
$x^4 + y^2$	Сборка	$x^4 + y^2 + ax^2 + bx$	A_3
$x^5 + y^2$	Ласточкин хвост	$x^5 + y^2 + ax^3 + bx^2 + cx$	A_4
$x^6 + y^2$	Бабочка	$x^6 + y^2 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$	A_5
$x^3 + y^3$	Пирамида (эллиптическая омбилика)	$x^3 + y^3 + axy + bx + cy$	D^+_{4}
$x^3 - xy^2$	Кошелек (гиперболическая омбилика)	$x^3 - xy^2 + a(x^2 + y^2) + bx + cy$	D^-_{4}
$x^2y + y^4$	Параболическая омбилика	$x^2y + y^4 + ax^2 + by^2 + cx + dy$	D_5

Рисунок 1 – Семь элементарных катастроф по Тому

Для решения задач энергетики при наличии одного переменного параметра, например, напряжения, применяется катастрофа типа «Ласточкин хвост», так как именно этот вид полноценно описывает поведение системы в случае изменения контролируемого параметра, в том числе при возникновении «лавины» изменения значения контролируемой величины. Суть данной катастрофы заключается в том, что Управляющее пространство в данном типе катастроф является трёхмерным. Каскад бифуркаций в фазовом пространстве состоит из трёх поверхностей бифуркаций типа «свёртки», которые встречаются на двух кривых бифуркаций с точками возврата, которые в конечном

итоге встречаются в одной точке, представляющей собой бифуркацию типа "ласточкин хвост"». По мере прохождения значений параметров по поверхностям областей бифуркаций типа "свёртка" пропадает один минимум и один максимум потенциальной функции. В области бифуркаций с точкой возврата два минимума и один максимум замещаются одним минимумом; за ними бифуркации типа «свёртка» исчезают. В точке ласточкиного хвоста два минимума и два максимума встречаются в одном значении переменной x . Для значений $a > 0$ за ласточкиным хвостом существует либо одна пара (минимум, максимум), либо не существует вообще никаких бифуркаций. Это зависит от значений параметров b и c . Две поверхности бифуркаций типа "свёртка" и две линии бифуркаций с точками возврата встречаются при $a < 0$, а потому исчезают в самой точке ласточкиного хвоста, заменяясь одной поверхностью бифуркаций типа "свёртка".

Данный тип катастрофы позволяет наиболее точно определить поведение ЭЭС при воздействии внешних возмущений, так как количество учитываемых возмущений оптимально и не усложняет процессы расчета бифуркации. Так же возможен учет действия и поведения еще одной величины, в случае ЭЭС, например, частоты.

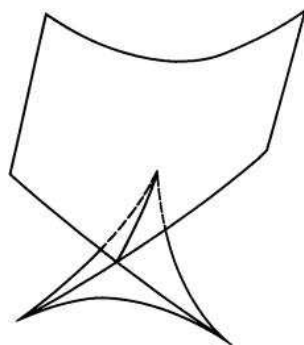


Рисунок 2 – Бифуркация типа «ласточкин хвост»

Теория катастроф имеет практическое применение в виде различного программного обеспечения. В энергетике основным ПО в данный момент является программно-технический комплекс RTDS (Real-Time Digital Simulator) фирмы RTDS Technologies Inc. (Канада). RTDS – это специализированный комплекс, предназначенный для изучения стационарных режимов и электромагнитных переходных процессов в электроэнергетической системе (ЭС) в реальном масштабе времени [2]. Исследования ЭС высокого напряжения переменного и постоянного тока выполняются путем цифрового моделирования процессов с использованием алгоритмов, аналогичных тем, что используются в программах типа EMTP (Electromagnetic Transients Program).

RTDS позволяет решать следующие задачи:

- полный цикл проверки релейной защиты, единой защиты и схем управления;
- полный цикл проверки систем управления для HVDC, SVC, TCSC и синхронных машин;
- разработка устройств FACTS и связанных с ней средств управления;
- изучение работы систем переменного тока, включая режим генерации и передачи электрической энергии;
- исследование взаимодействия оборудования для энергетики;
- изучение взаимодействия между объединенными AC/DC системами;
- обучение и тренировка инженерно-технического персонала объектов электроэнергетики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гилмор Р., Прикладная теория катастроф. – Т1 – М.: Наука, 1966. – 540с.
2. <https://www.vniir.ru/simcenter/about/> (дата доступа 03.01.2022).

УДК 517.626

Зав. кафедрой Н.М. Дмитрук; маг. М.А. Готовец
(БГУ, г. Минск)

СИНТЕЗ КЛАССИЧЕСКОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ КЛАССИФИКАЦИИ

1. Проблема синтеза оптимальных систем является центральной в теории оптимального управления. Классическими подходами здесь являются принцип максимума Л.С. Понтрягина, который позволяет синтезировать оптимальные обратные связи в аналитической форме для стационарных моделей невысокого порядка (в частности, в задачах линейного оптимального быстродействия для систем второго порядка), и динамическое программирование, практическая реализация которого сдерживается проклятием размерности.

Одним из современных подходов к решению проблемы синтеза является управление в режиме реального времени [1]. Основу подхода [1] составляет алгоритм работы оптимального регулятора, который в каждый момент времени решает задачу оптимального программного управления для текущей позиции процесса управления – текущих момента времени и состояния (или его измерения) управляемого объекта. Значение оптимального программного управления этой задачи в