

**Рисунок 2 – Зависимость поверхностной плотности  $\rho_s$  адсорбированных молекул от температуры  $\theta$**

Из рис. 2 видно, что с увеличением температуры  $\theta$  число адсорбированных молекул на поверхности наночастицы уменьшается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Наркевич И. И. Двухуровневый статистический метод описания неоднородных систем. Ч. 1. Симбиоз методов коррелятивных функций и термодинамических функционалов плотности: монография. – Нордерштедт: LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2019. – 114 с.
2. Ротт Л.А. Статистическая теория молекулярных систем. – М.: Наука. 1979. – 280 с.
3. Фарафонтова Е. В., Наркевич И. И. Статистическое описание адсорбции из газовой фазы на сферических наночастицах с учетом пространственной релаксации кристаллической решетки // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. – 2022. – № 2 (260). – С. 55-59.

УДК 536.24

Доц. Т.Б. Карлович<sup>1</sup>; студ. А.О. Карлович<sup>2</sup>  
(<sup>1</sup>БГТУ, г. Минск; <sup>2</sup>БГУ, г. Минск)

### **ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДОГРЕВАЕМЫХ СНИЗУ КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУХА В ВЫТЯЖНОЙ ШАХТЕ**

Математическое моделирование процессов конвективной неустойчивости получило широкое распространение с совершенствованием компьютерной техники и на сегодняшний день является неотъемлемой частью исследований наряду с аналитическими методами решения нелинейных уравнений движения жидкости, учитывающих

гидродинамические и тепловые характеристики потока. Течение ньютоновской жидкости в режиме свободной конвекции обычно не является упорядоченным и представляет собой сложную картину перемешивания слоев с различной температурой в поле силы тяжести. Однако, в случае нижнего подогрева возможно упорядоченное движение жидкости, когда флуктуации плотности за счет температурного градиента достигают некоторого определенного значения и передача теплоты между слоями жидкости происходит не только от слоя к слою, как в случае теплопроводности, а также путем перемешивания соседних слоев. Начало движения жидкости, связанное с тепло- и массопереносом носит название конвекции Рэлея-Бенара, которая организуется в двумерном случае в виде конвективных валов, а в трехмерном случае – в виде конвективных ячеек. Как в двумерном, так и в трехмерном случае периодические структуры образуются только в случае превышения числом Рэлея  $Ra$  некоторого критического значения  $Ra_{cr}$ . При этом форма, размер и количество периодических структур определяются геометрическими характеристиками объема жидкости, а также граничными и начальными условиями.

При численном моделировании конвекции Рэлея-Бенара могут возникать некоторые сложности, связанные со способом расчета. Результаты, получаемые в ходе численного эксперимента, требуют тщательного анализа, так как на расчет могут оказывать существенное влияние используемые алгоритмы и параметры расчетной сетки [1].

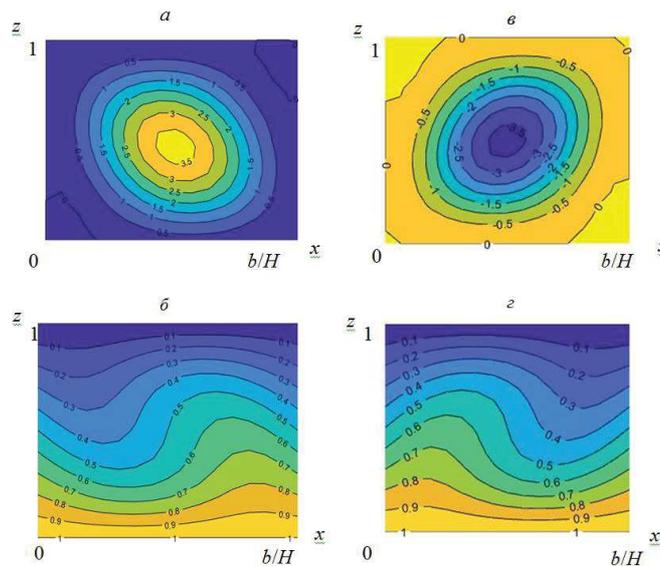
В качестве примера рассмотрим численное моделирование конвективного движения в плоской квадратной области  $(x, z)$ , подогреваемой снизу (ось  $z$  направлена вертикально вверх) [2] в пакете Matlab. Для исследования надкритических движений жидкости в этой области используется система уравнений термогравитационной конвекции, записанная для температуры  $T$  и функции тока  $\psi$ , определяемой через компоненты скоростей  $w_x$  и  $w_z$  при помощи соотношений

$$w_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (1)$$

При этом как вертикальные, так и горизонтальные границы предполагаются твердыми, т.е. на границах обращаются в ноль все компоненты скорости. Температура на нижней горизонтальной границе соответствует максимальному значению, равному единице, на верхней границе она обращается в ноль, а вдоль вертикальных границ меняется по линейному закону. Число Рэлея для расчетов возьмем  $Ra = 8000$ , превышающим пороговое значение числа Рэлея для квадратной области  $Ra_{cr} = 5300$ . Выбирая некоторое начальное распределение для функции вихря и тока, можно получить стационарное рас-

пределение, представленное на рис. 1а и 1б, совпадающее с рисунком 59 [2]. Однако, выбрав другое начальное распределение, можно получить в стационаре для функции тока распределение, симметричное заданному. Точные критерии получения прямого и отраженного изображения для функции тока пока остаются неизвестными.

Рассмотрим также численное моделирование течения воздуха в вытяжной шахте размером  $b \times c \times H = 38 \times 31 \times 52$  см над четырехрядным оребренным пучком труб. При определенной электрической мощности, подведенной к трубам, в шахте наблюдались разнонаправленные квазипериодические потоки воздуха [3], которые были интерпретированы как ячейки Рэлея-Бенара, деформирующиеся при учете ненулевой скорости  $w_0$  течения воздуха в шахте [4]. При этом для простоты полагалось, что в шахте формируются конвективные валы с осью вращения в направлении, перпендикулярном более длинной стороне основания шахты  $b = 38$  см. В этом же направлении располагаются и оребренные трубы пучка.



**Рисунок 1 – Стационарные распределения функции тока и температуры в надкритическом режиме:**

**Число Рэлея  $Ra = 8000$ ,  $\tau = 2$  с: а – функция тока, начальная матрица – нулевая, б – температура, соответствующая функции тока (а); в – функция тока, начальная матрица – случайная; г – температура, соответствующая функции тока (в)**

Тогда в теоретическом описании можно ограничиться рассмотрением конвективной неустойчивости в двумерном прямоугольнике размером  $b \times H = 38 \times 52$  см. Причем граничные условия по температуре для прямоугольной области выбираются такие же, как и для квадратной области, а в граничных условиях для скорости дополнительно учитывается ненулевая скорость просачивания через горизонтальные

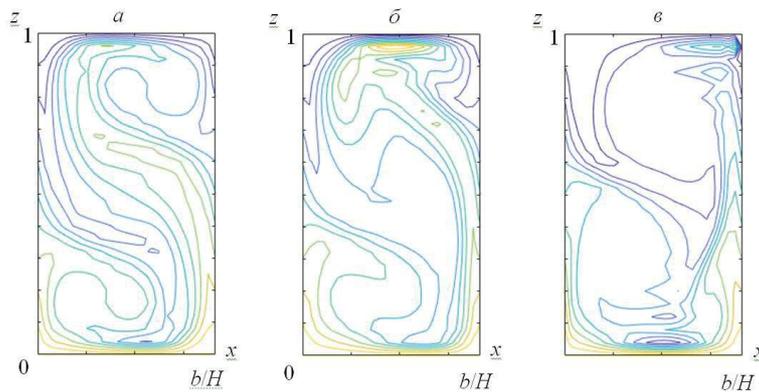
границы. Через эту скорость определяется число Пекле, характеризующее соотношение между конвективными и молекулярными процессами переноса теплоты:

$$Pe = w_0 H / a, \quad (2)$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности.

В ходе численного моделирования в пакете Matlab обнаружилось, что не для всех чисел Рэлея существует стационарное состояние для воздушных потоков в шахте. Приблизительно со значения  $Ra \sim 35000$  в системе после первоначальных переходных процессов и установившегося состояния (для чисел Рэлея  $Ra \sim 35000 - 45000$  длится несколько секунд) наблюдается возникновение незатухающих квазипериодических синфазных колебаний температуры и функции тока. Подобное явление описано в работе [2], однако число Рэлея для появления незатухающих колебаний в квадратной области указано  $Ra \sim 64000$ .

С ростом числа Рэлея частота и амплитуда квазипериодических колебаний возрастает, появляются конвективные ячейки более высоких порядков (см. рис. 2).



**Рисунок 2 – Квазистационарные распределения функции тока и температуры в зависимости от числа Пекле: число Рэлея  $Ra = 10^6$ :  $a - Pe = 0$ ,  $b - Pe = 2$ ,  $v - Pe = 20$**

Также нами исследовалась зависимость квазипериодических колебаний от числа Пекле. Продемонстрировано, что с ростом числа Пекле происходит стабилизация конвективных процессов. Например, для числа Рэлея  $Ra = 40000$  и числа  $Pe = 2$  квазипериодические колебания прекращаются и реализуется стабильное состояние. Для числа Рэлея  $Ra = 10^6$  колебания существуют в достаточно широком диапазоне чисел Пекле  $Pe \sim 0 \div 20$ . По мере роста числа Пекле период колебаний начинает возрастать, и для  $Pe = 20$  мы наблюдаем стабильное распределение для функции тока и температуры. Типичные температурные зависимости для различных чисел Пекле приведены на рис. 2.

На рис. 2а представлено температурное распределение в случае отсутствия просачивания. Квазипериодические колебания происходят в основном за счет перемешивания верхних и нижних слоев воздуха. Все пространство шахты оказывается как бы разделенным на две части, где происходят круговые воздушные вращения. Также внутри верхнего и нижнего валов прослеживаются структуры более высоких порядков. В процессе движения наблюдается периодическое их возникновение и исчезновение. Заметное расслоение воздуха на мелкие и более устойчивые структуры происходит с ростом числа Пекле (рис. 2б и 2в). В стабильном состоянии для числа  $Pe = 20$ , представленном на рис. 2в, хорошо заметны два изотермических ядра в верхней и нижней части вытяжной шахты.

В работе рассмотрено численное моделирование процессов конвективной неустойчивости в квадратной и прямоугольной области на основе уравнений термогравитационной конвекции. Прямоугольная область являлась моделью боковой поверхности вытяжной воздушной шахты, устанавливаемой для интенсификации процессов свободной конвекции в аппаратах воздушного охлаждения, при отведении теплоты от горячего источника. Показано, что стационарное состояние системы может быть неоднозначным или не существовать вовсе. Вместо него реализуются квазипериодические незатухающие колебания, частота которых пропорциональна числу Рэлея. Продемонстрировано, что с ростом числа Пекле устойчивость системы повышается, квазипериодические колебания исчезают и возникает стабильное тепловое распределение внутри рассматриваемой геометрической области.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Калмычков В.В., Мажорова О.С., Попов Ю.П., Федосеев Е.Э. О численном моделировании конвекции Рэлея-Бенара // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. 2007, 007.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
3. Карлович Т.Б., Сухоцкий А.Б., Данильчик Е.С. Конвективная неустойчивость воздушных потоков в вытяжной шахте над четырехрядным оребренным пучком. // Вести НАН Беларуси. Серия физ.-мат.наук. – 2021. – Т. 57, № 2. – С. 242-254.
4. Карлович Т.Б., Сухоцкий А.Б., Данильчик Е.С. Деформация конвективных ячеек в плоском горизонтальном слое с проницаемыми границами при направленном течении жидкости // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. – 2022. – № 2 (260). – С. 31-35.