

**Рисунок 1 – Графическое отображение математического ожидания количества оттенков, необходимого для отображения графемы**

Полученные результаты могут использоваться как важнейшая входная информация для разработки стеганографических методов защиты электронного контента от несанкционированного использования или модификации (защиты авторского права).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рыжанкова А. С. Анатомия буквы: анализ названий элементов // Труды БГТУ. 2022. Сер. 4, Принт- и медиатехнологии. – 2022. – № 1 (255). – С. 131–139.
2. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. – М. : Издательство Юрайт, 2016. – 284 с.

УДК 004.622

Маг. Д.В. Сазонова; зав. кафедрой В.В. Смелов  
(БГТУ, г. Минск)

### **КЛИРИНГОВАЯ СИСТЕМА ВЗАИМОРАСЧЕТОВ МЕЖДУ УЧАСТНИКАМИ ИННОВАЦИОННО- ПРОМЫШЛЕННОГО КЛАСТЕРА**

Инновационно-промышленный кластер – объединение субъектов хозяйствования с целью их эффективного взаимодействия и совместного устойчивого развития [1].

Клиринг – это комплекс взаиморасчётов за оказанные друг другу услуги, проданные товары или ценные бумаги, основанные на безналичных расчётах. Т. е. есть множество компаний, между которыми могут быть встречные обязательства, и задача клиринга сделать их взаиморасчеты как можно более эффективными.

Многосторонний клиринг – это порядок осуществления клиринговой деятельности, при котором данные по всем обязательствам каждого из участников кластера собираются централизованно в клиринговой системе и итоговые обязательства все компании-участники получают также централизованно [2, 3].

Кластер рассматривается как система:

$$S \equiv \langle V, M(t), E, D, P(t) \rangle,$$

где  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  – множество  $n$  участников ПК,

$M(t) = (m_{i,j}(t))_{n \times n}$  – квадратная матрица размерности  $n$  значения каждого элемента  $m_{i,j}(t) \geq 0$  которой, равно величине обязательств участника  $v_i$  перед участником  $v_j$  на момент времени  $t$ ,

$E = (e_{i,j})_{n \times n}$  – квадратная матрица, значение каждого элемента  $e_{i,j} \geq 0$  которой равно величине издержек (например, стоимость банковского перевода) участника  $v_i$  при погашении обязательств перед участником  $v_j$ ,

$D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$  – коэффициенты, определяющие величину издержек для участников ПК, возникающие при привлечении денежных средств (например, дневная процентная ставка по банковскому кредиту),

$P(t) = \{p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)\}$  – потенциалы участников, где каждое значение равно максимальной величине, которую участник  $v_i$  может потратить на погашение своих суммарных обязательств перед другими участниками в момент времени  $t$ .

Матрица обязательств и потенциалы участников зависят от времени.

Состояние системы  $S$  на момент времени  $t$  описывается матрицей  $M(t)$ . Будем предполагать далее время дискретным и говорить о начальном состоянии  $M(0)$  системы  $S$  и пошаговом его изменении  $M(0), M(1), M(2) \dots$ . При это изменение состояния системы между шагами  $t$  и  $t+1$  осуществляется в две фазы:  $M(t) \rightarrow M'(t+1) \rightarrow M(t+1)$  (рисунок 1).

Пусть элементы матрицы

$$M = \begin{pmatrix} m_{1,1} & \dots & m_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n,1} & \dots & m_{n,n} \end{pmatrix} -$$

обязательства  $m_{i,j} = m_{i,j}(t_1)$  участников ПК в фиксированный момент времени  $t = t_1$ . Матрицу  $M$  можно рассматривать как матрицу смежности взвешенного ориентированного графа, отображающего состояние системы в фиксированный момент времени. На рис. 2 при-

веден пример матрицы смежности и соответствующего графа, отображающего обязательства между пятью участниками ПК.

$$S = \langle V, M(t), E, \Lambda \rangle$$



Рисунок 1 – Схема изменения состояния системы **S**

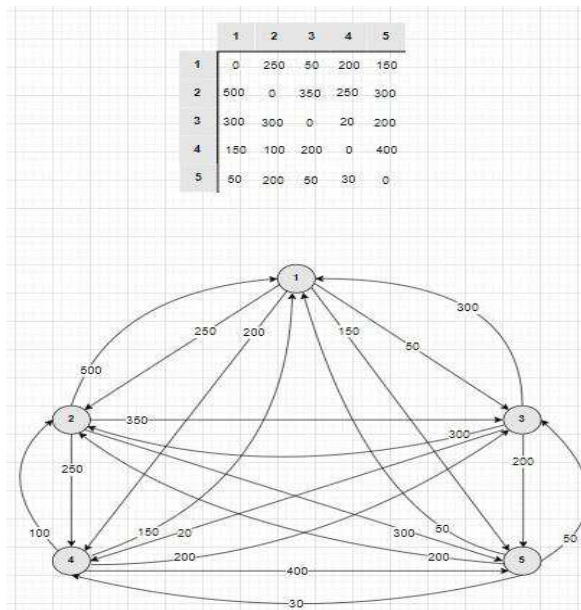


Рисунок 2 – Граф, отображающий состояние системы **S**

Вершины графа соответствуют участникам ПК, дуги – обязательствам между ними, а веса дуг – величинам этих обязательств.

На рисунке 3 отображены примеры матриц **M** – матрицы обязательств,  $\underline{\Delta}$  – величины погашения обязательств, **M'** – матрицы новых обязательств, как разница между матрицами **M** и  $\underline{\Delta}$ , а также граф, соответствующий промежуточному состоянию **M'**.

Сформулируем задачу клиринга расчетов в ПК, как как задачу математического программирования:

$$F = \sum_i \sum_j \chi_{i,j} e_{i,j} + d_i r_{i,j}, \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (1)$$

При следующих ограничениях:

$$\chi_{i,j} = \begin{cases} 0, & r_{i,j} = 0 \\ 1, & r_{i,j} \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$r_{i,j} \geq 0, \quad (3)$$

$$\forall i \sum_j r_{i,j} = \min(p_i, \max(0, \sum_j m_{i,j} - \sum_j m_{j,i})), \quad (4)$$

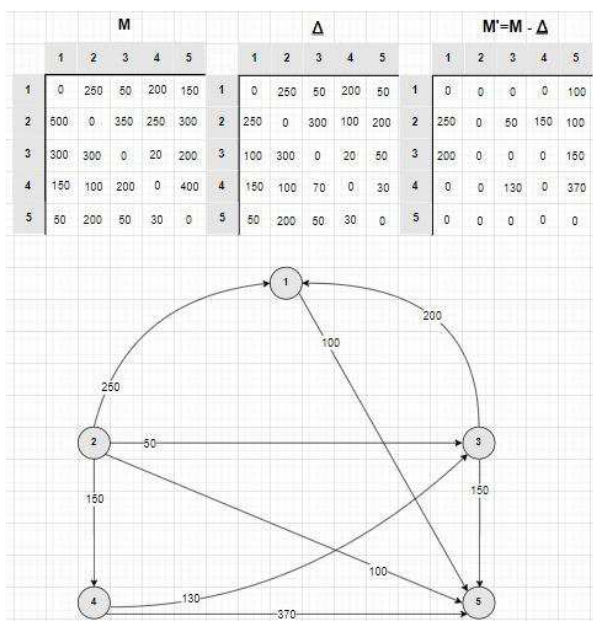


Рисунок 3 – Граф, отображающий состояние системы **S** после погашения обязательств

Задача сводится к минимизации целевой функции, которая равна сумме издержек на перевод и на привлечение денег. Решением  $R = (r_{i,j})_{n \times n}$  является план взаиморасчетов, минимизирующий эти издержки.

Предположим, что участники ПК обладают неограниченными потенциалами, а издержки на погашения обязательств для всех участников равны 0.

Тогда целевая функция (1) примет вид:

$$F = \sum_i \sum_j d_i r_{i,j}, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (1')$$

а ограничение (4):

$$\forall i \sum_j r_{i,j} = \max(0, \sum_j m_{i,j} - \sum_j m_{j,i}). \quad (4')$$

Решение задачи сводится к построению  $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$  – вектора

суммарных обязательств, каждый элемент которого содержит положительные либо отрицательные значения. Положительные означают, что у соответствующих участников имеются обязательства перед другими участниками кластера, а отрицательные – обязательства других участников.

Далее задача сводится к приведению вектора  $B$  к нулю и построению матрицы обязательств.

Рассмотрим алгоритм *pure glide* построения матрицы  $R$ . Псевдокод алгоритма представлен на рис. 4.

На шаге 1 алгоритма осуществляется инициализация начальной нулевой матрицы  $R^0$  и вектора  $B^0$  вначале равного вектору  $B$ .

$$/* R^0 \rightarrow R^1 \rightarrow \dots R^k \rightarrow \dots R^s */$$

pure\_glade

1.  $\forall (i, j) \Rightarrow r_{i,j}^0 = 0, \forall i \Rightarrow b_i^0 = b_i, k = 0.$
2.  $\exists (i, j) | b_i^k > 0 \wedge b_j^k < 0 \Rightarrow stop.$   
 $k = k + 1$   
 $\alpha = \min(b_i^{k-1}, |b_j^{k-1}|),$   
 $r_{i,j}^k = r_{i,j}^{k-1} + \alpha,$   
 $b_i^k = b_i^{k-1} - \alpha,$   
 $b_j^k = b_j^{k-1} + \alpha.$
3. go to 2.

Рисунок 4 – Псевдокод алгоритма *pure\_glade* построения матрицы  $R$

В рамках каждой итерации выполняются 2 шага (на рисунок 4 – шаги 2 и 3). В результате каждой итерации формируются матрица  $R^k$  и вектор  $B^k$ . На каждом шаге итерации изменяется один элемент  $r_{i,j}^k$  текущей матрицы  $R^k$  и два элемента (уменьшаются абсолютные значения обязательств и требований) текущей матрицы  $B^k$ . Построение матрицы  $R$  завершается, если все элементы вектора  $B^k$  равны нулю.

На рис. 5 демонстрируется пример применения алгоритма *pure\_glade*.

Имеется исходная матрица, содержащая обязательства участников клиринга. На ее основе строится вектор  $B$  содержащий обязательства каждого из участников. В процессе алгоритма этот вектор приходит к нулю, а матрица  $R$  заполняется обязательствами, которые участники кластера должны погасить окончательно.

| $R^0$ |     |   |   |   | $B^0$ |       |      |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
|-------|-----|---|---|---|-------|-------|------|---|-----|---|-------|---|-----|---|------|--|
|       | 1   | 2 | 3 | 4 | 5     | 1     |      |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
| 1     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 1     | -350 |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
| 2     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 2     | 550  |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
| 3     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 3     | 170  |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
| 4     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 4     | 350  |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
| 5     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 5     | -720 |   |     |   |       |   |     |   |      |  |
| $R^1$ |     |   |   |   | $B^1$ | $R^2$ |      |   |     |   | $B^2$ |   |     |   |      |  |
|       | 1   | 2 | 3 | 4 | 5     | 1     |      | 1 | 2   | 3 | 4     | 5 | 1   |   |      |  |
| 1     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 1     | -180 | 1 | 0   | 0 | 0     | 0 | 0   | 1 | 0    |  |
| 2     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 2     | 550  | 2 | 0   | 0 | 0     | 0 | 0   | 2 | 550  |  |
| 3     | 170 | 0 | 0 | 0 | 0     | 3     | 0    | 3 | 170 | 0 | 0     | 0 | 0   | 3 | 0    |  |
| 4     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 4     | 350  | 4 | 180 | 0 | 0     | 0 | 0   | 4 | 170  |  |
| 5     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 5     | -720 | 5 | 0   | 0 | 0     | 0 | 0   | 5 | -720 |  |
| $R^3$ |     |   |   |   | $B^3$ | $R^4$ |      |   |     |   | $B^4$ |   |     |   |      |  |
|       | 1   | 2 | 3 | 4 | 5     | 1     |      | 1 | 2   | 3 | 4     | 5 | 1   |   |      |  |
| 1     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 1     | 0    | 1 | 0   | 0 | 0     | 0 | 0   | 1 | 0    |  |
| 2     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 2     | 550  | 2 | 0   | 0 | 0     | 0 | 550 | 2 | 0    |  |
| 3     | 170 | 0 | 0 | 0 | 0     | 3     | 0    | 3 | 170 | 0 | 0     | 0 | 0   | 3 | 0    |  |
| 4     | 180 | 0 | 0 | 0 | 170   | 4     | 0    | 4 | 180 | 0 | 0     | 0 | 170 | 4 | 0    |  |
| 5     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0     | 5     | -550 | 5 | 0   | 0 | 0     | 0 | 0   | 5 | 0    |  |

Рисунок 5 – Пример применения алгоритма

На рис. 6 представлено два варианта плана погашения обязательств, соответствующих двум вариантам матрицы  $R$ .

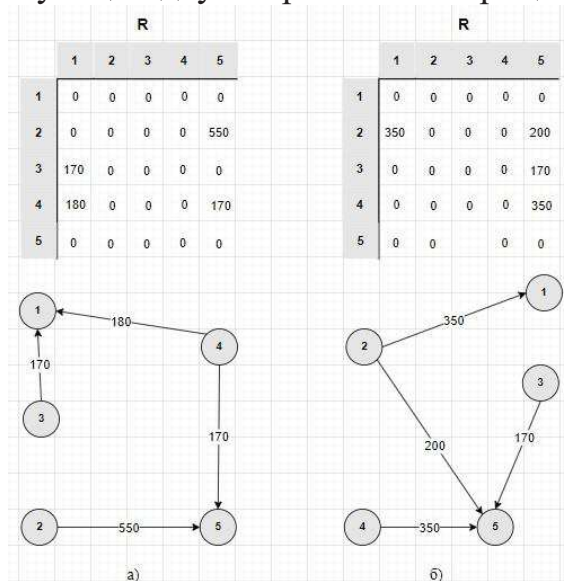


Рисунок 6 – Два варианта плана погашения обязательств

Следует отметить, что в общем случае результат работы алгоритма зависит от выбора пары  $(i, j)$  на шаге 2. Вариант а) совпадает с решением продемонстрированным на рисунке 5, а вариант б) может быть получен при другом порядке выбора пар  $(i, j)$  в алгоритме. При этом заметим, что оба решения удовлетворяют условиям (3), (4') и минимизируют целевую функцию (1'), а суммы элементов по строкам и по столбцам в двух вариантах матрицы  $R$  совпадают.

Для всех решений (вариантов плана  $R$ ), полученных с помощью алгоритма *pure\_glade*, значения функции (1') совпадают. При этом построение этих матриц не зависит от коэффициентов  $d_i, i = \overline{1, n}$ . Следовательно, целевую функцию (1') можно упростить:

$$F = \sum_i \sum_j r_{i,j} \quad (1'')$$

Если снять введенное ранее ограничение считать далее, что издержки дебиторов не являются нулевыми  $e_{i,j} \geq 0, i, j = \overline{1, n}$ , то функция (1) с учетом (1') и (1'') принимает следующий вид:

$$F = \sum_i \sum_j \chi_{i,j} e_{i,j} + r_{i,j}, \quad i, j = \overline{1, n} \quad (1''')$$

Минимизирующий функции (1''') план  $R$  при ограничениях (3), (4') и по-прежнему при неограниченном потенциале дебиторов  $\forall v_i^+ \Rightarrow p_i \rightarrow +\infty$  может быть получен с помощью алгоритма *pure\_expense\_glade* (рис. 7), который является модификацией алгоритма *pure\_glade* (рис. 4).

Отличие алгоритма *pure\_expense\_glade* от алгоритма *pure\_glade* заключается в операторе select (на рисунке 7 выделен жирным шриф-



том), который выбирает пару  $(i, j)$ , в порядке возрастания издержек  $e_{i,j}$ .

**pure\_expense\_glade**

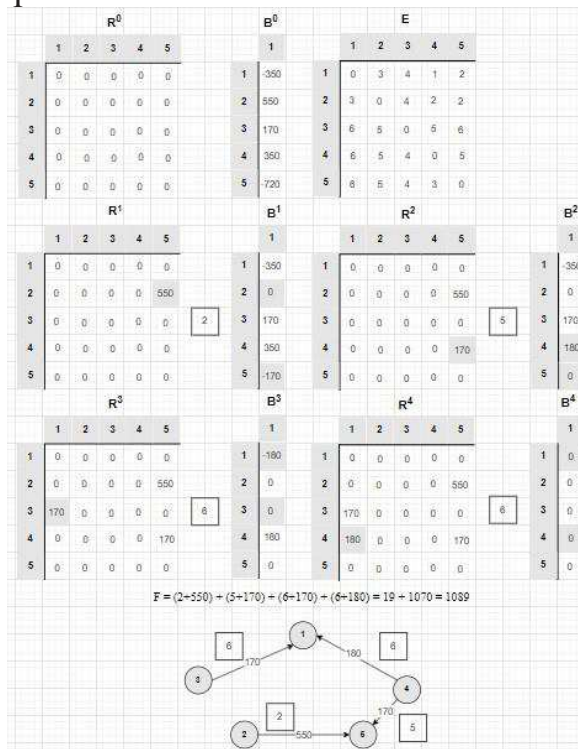
1.  $\forall (i, j) \Rightarrow r_{i,j}^0 = 0, \forall i \Rightarrow b_i^0 = b_i, k = 0.$
2.  $\exists (i, j) | b_i^k > 0 \wedge b_j^k < 0 \Rightarrow stop.$   
**select  $(i, j) | \min(e_{i,j})$**   
 $k = k + 1$   
 $\alpha = \min(b_i^{k-1}, |b_j^{k-1}|),$   
 $r_{i,j}^k = r_{i,j}^{k-1} + \alpha,$   
 $b_i^k = b_i^{k-1} - \alpha,$   
 $b_j^k = b_j^{k-1} + \alpha.$
3. go to 2.

**Рисунок 7– Псевдокод алгоритма *pure\_expense\_glade***

На рис. 8 демонстрируется пример применения алгоритма *pure\_expense\_glade* для построения плана  $R$  в системе  $S$  с неограниченными потенциалами участников ПК  $p_i \rightarrow +\infty, i = \overline{1, n}$  и издержками на погашения обязательств, заданными матрицей  $E$ .

Таким образом, в результате получаем решение, которое минимизируют целевую функцию с учетом минимизации издержек по доставке денежных средств.

На рис. 9 представлено, как может выглядеть последовательность работы клиринговой системы.



**Рисунок 8 – Пример выполнения алгоритма *pure\_expense\_glade***



**Рисунок 9 – Последовательность работы клиринговой системы**

Администратор клиринговой системы открывает сессию.

Пользователи отправляют запросы на авторизацию.

После получения подтверждения об авторизации, пользователи отправляют запрос на участие в клиринге. В ответ им приходит форма для участия в клиринге в которой они указывают свои обязательства, различные издержки и потенциалы. После заполнения данных пользователем происходит их обработка и отправка клиринговой сессией данных об обязательствах, которые пользователь должен погасить окончательно. После того как все пользователи получили данные об обязательствах администратор клиринговой системы закрывает клиринговую сессию.

**Выводы:**

1. Сложность рассмотренных алгоритмов `pure_glade` и `pure_expense_glade` не превышает  $O(n^2)$  поэтому они вполне могут быть применимы для большого количества участников кластера.

2. Предложенные алгоритмы клиринга взаиморасчетов между участниками ПК позволяют получить оптимальный план погашения обязательств в рамках одной клиринговой сессии при существенном допущении – неограниченности ресурсов у дебиторов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ташенова, Л. В. Цифровая платформа системообразующего инновационно-активного промышленного кластера: понятие, особенности и структура / Л. В. Ташенова, А. В. Бабкин // Кластеризация цифровой экономики: Глобальные вызовы: Сборник трудов национальной научно-практической конференции с зарубежным участием. В 2-х томах, Санкт-Петербург, 18–20 июня 2020 года / Под редакцией Д.Г. Родионова, А.В. Бабкина. – Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. – С. 196-208. – DOI 10.18720/IEP/2020.4/23. – EDN QSYDJJ.



2. Маманович П.А. Клиринг как элемент системы расчетов по операциям с ценными бумагами / П.А. Маманович // Банкаўскі веснік – 2009 – №10/447. – С.4-11.

3. Немцева, Ю. В. Клиринг обязательств как средство оптимизации системы внутрихолдинговых расчетов / Ю. В. Немцева, А. В. Беккер // Вестник Алтайской академии экономики и права. – 2019. – № 6-1. – С. 85-91. – EDN VTFFYE.

УДК 655.3

Ст. преп. Е.В. Барковский  
(БГТУ, г. Минск)

## **ДИНАМИКА ИЗНОСА ПОВЕРХНОСТИ МАТЕРИАЛОВ В ЗОНЕ ПЕЧАТНОГО КОНТАКТА**

Основными способами производства печатной продукции являются офсетная и флексографская печати. Технология офсетной печати заключается в передаче изображения с печатной формы на офсетное резиноканевое полотно, а затем на запечатываемый материал. Развитие офсетной печати обусловлено внедрением автоматизированных цифрового оборудования, включаемого в систему сквозного управления и контроля производственных процессов. В настоящее время сохраняется тенденция использования офсетного способа плоской печати для изготовления разнообразной полиграфической продукции благодаря своим преимуществам. Достоинством офсетной печати является возможность изготавливать печатную продукцию крупными тиражами, широкий ассортимент запечатываемого материала, высокое качество оттиска.

Флексография является способом высокой печати с применением гибких полимерных печатных форм. На флексографских печатных машинах печатается не только упаковка и этикеточная продукция, а также рекламные листовки, журналы, малоформатные книги, газеты. Однако наиболее часто этот способ используется для производства упаковки.

Следует отметить, что в развитии проблемы износа поверхностей печатного контакта наблюдается отставание в использовании фундаментальных результатов классических наук. Это отставание приводит к отсутствию или противоречивости объяснений явлений, наблюдаемых при трении и износе новых материалов при работе в сложных режимах нагружения, в новых рабочих средах. Например, в большинстве теоретических работ по трению и износу явления деформации и разрушения рассматриваются с позиций макроскопиче-