И. И. ЛЕОНОВИЧ, аспирант.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА НА ЛЕЖНЕВОЕ ПОКРЫТИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ЛЕСОВОЗНЫХ ДОРОГ

На автомобильных лесовозных дорогах лежневые покрытия занимают значительное место и играют решающую роль при освоении лесных массивов на слабых и заболоченных грунтах.

Поэтому необходимо вести работы по дальнейшему усовершенствованию и развитию лежневых покрытий. При этом подлежат решению многие вопросы, в том числе и динамическое воздействие подвижного состава на лежневое покрытие.

1. Состояние вопроса

Подвижной состав автомобильных лесовозных дорог при движении по лежневым покрытиям быстро меняет свое положение и под влиянием возмущающих сил совершает сложные колебательные движения. Колебания подвижного состава вызывают динамические воздействия на дорогу. Вот почему при расчете лежневого покрытия автомобильных лесовозных дорог, кроме статических внешних сил, необходимо учитывать динамическое воздействие. Динамическое воздействие обычно учитывается динамическим коэффициентом, который представляет собой отношение максимальной силы, передаваемой на дорожное покрытие колесами движущегося автомобиля, к статическому давлению.

В настоящее время [3] при расчете лежневых покрытий величина динамического коэффициента принимается 1,2—1,6, что недостаточно обосновано. Не установлена также зависимость коэффициента динамичности от типа подвижного состава, скорости его движения и дорожных неровностей. Это обстоятельство в известной мере отрицательно сказывается на выборе рациональных размеров элементов лежневого покрытия. Так, если динамический коэффициент завышен, то покрытие будет иметь излишний запас прочности и на изготовление его перерасходуется дорогостоящий строительный материал и, наоборот, при заниженном динамическом коэффициенте покрытие будет недостаточно прочным и в процессе эксплуатации быстро выйдет из строя. В силу указанных причин возникает необходимость уточнить динамический коэффициент и установить зависимость его от главных факторов и в первую очередь от типа подвижного состава, рейсовой нагрузки, скорости движения и типа дорожного покрытия.

2. Задачи по учету динамического воздействия

За последние годы точные динамические расчеты различных конструкций приобретают все большее и большее распространение и становятся неотъемлемыми от инженерной практики. При теоретическом решении вопроса динамического воздействия подвижного состава на лежневое покрытие и определение сил, действующих на него, в первую очередь необходимо рассмотреть колебания подвижного состава, как источник динамического воздействия.

Задачи, подлежащие решению, могут быть сведены к следующим основным пунктам:

1. Определение характера и величины неровностей лежневых покрытий, как основного фактора вынужденных колебаний.
2. Установление расчетной схемы колебаний подвижного состава.
3. Определение главнейших характеристик свободного колебания.
4. Определение характеристик вынужденного колебания при различных дорожных неровностях.
5. Уточнение величины динамического коэффициента в зависимости от типа подвижного состава, рейсовой нагрузки и скорости его движения.

3. Основные предпосылки динамики лежневого покрытия

Взаимодействие лежневого покрытия и движущегося подвижного состава, груженного лесом, является задачей динамики.

В основу динамики лежневого покрытия, как и других инженерных сооружений, кладется теория колебаний, которая является важнейшей и решающей задачей общей динамики. Поэтому теоретические исследования поставленного вопроса необходимо начать с исследования законов, характера и величины колебаний подвижного состава и лежневого покрытия. Колебания подвижного состава возникают вследствие действия на него разнообразных по величине и направлению усилий, вызванных неровностями покрытия, стыками, неравноупругостью оснований, неуравновешенными массами и другими факторами. Под действием этих факторов подрессоренные массы подвижного состава приходят в колебательное состояние. Вместе с тем усилия, возникающие в контакте колес подвижного состава с дорогой вызывают колебания лежневого покрытия. Последнее, в свою очередь, передает колебание упругому грунтовому основанию. Кроме того, возбудителем колебаний лежневого покрытия является также свободное колебание подвижного состава. Характер колебаний подвижного состава при движении по лежневому покрытию в значительной степени определяется отношением частот собственных колебаний подвижного состава к частоте возмущающей силы. Поэтому собственные колебания автомобиля являются весьма важной динамической характеристикой.

Решение задачи колебания подвижного состава начинается с составления уравнения движения на основе известных методов динамики твердого тела.

Поставленная задача является довольно сложной и математически громоздкой. Решение ее представляется возможным, несколько идеализировав сложную колебательную систему. Однако следует помнить, что приближенные решения могут быть приняты лишь в том случае, если они окажутся достаточно простыми и дающими приемлемую точность. При рассмотрении колебаний лесовозного подвижного состава можно пренебречь теми или другими из следующих факторов:

а) связь между колеблющимися осями поезда;

б) величина неподрессоренных масс;

в) влияние сопротивления амортизаторов и др.

Можно пренебречь и несколькими факторами одновременно, снижая точность расчетов, но упрощая решение поставленной задачи.

В наших исследованиях будем принимать следующие допущения:

1) колебания системы происходят в области малых перемещений;

2) зависимость между силой и деформацией подвесок линейная;

3) неподрессоренные массы подвижного состава не учитываются.

Кроме того в данной работе, как в первом приближении решения задачи динамики лежневого покрытия, вопросы собственных колебаний лежневого покрытия и грунтового основания, на котором оно уложено, рассматриваться не будут. При расчете лежневого покрытия действие динамической подвижной нагрузки отождествляется с условной статической, увеличенной по сравнению с действительной статической, на так называемую динамическую добавку. Таким образом, действие динамической нагрузки на лежневое покрытие от колес подвижного состава будет представлено как статическая нагрузка, умноженная на динамический коэффициент.

При определении динамического коэффициента от подвижной нагрузки в виде пневматических колес автомобиля и роспуска необходимо знать расчетную колебательную схему и закон вынужденных колебаний.

По лежневым дорогам в настоящее время лес вывозится, как правило, на автомобилях с колесами-пневматиками. Колебания подрессоренных масс автомобиля и роспуска происходит благодаря упругости пневматиков и рессорного подвешивания. Между передней и задней осями автомобиля существует жесткая связь, а между автомобилем и роспуском — гибкая (хлысты или бревна).

Связь между колебаниями осей имеет двоякое влияние на общую картину колебаний. Во-первых, при переезде неровностей колесами одной оси возникают основные колебания, которые будут складываться с дополнительными колебаниями, возникающими на данной оси при переезде неровностей колесами других осей автомобильного поезда. Во-вторых, связь может оказать влияние на величину основных колебаний. Обе стороны влияния играют неодинаковую роль в колебаниях автомобильного поезда. При довольно широких пределах изменения коэффициента распределения масс (0,6—1,4) колебания при наличии связи остаются практически такими же, как и при отсутствии связи. Учитывая это, при определении динамического воздействия автомобильного поезда на лежневое покрытие, с достаточной для практических целей точностью можно пренебречь связями между осями и рассматривать колебания одной наиболее тяжелой оси.

Однако для более полного исследования вопросов колебаний подвижного состава на лежневом покрытии рассмотрим свободные колебания автомобильного поезда с учетом связей между осями и возможными колебаниями хлыстов.

При составлении уравнений колебания подвижного состава воспользуемся известными методами динамики твердого тела. Как отмечалось выше, внешними возмущающими силами на лежневых покрытиях являются пороговые неровности, уступы, неравномерные единичные просадки, прогибы и пр. В отличие от других типов дорожных покрытий, где профиль состоит из произвольно чередующихся неровностей различной формы и длины и не может быть изображен в виде определенной аналитической зависимости, на лежневых дорогах неровности имеют более закономерный характер и определяются, главным образом, конструктивными особенностями лежневого покрытия.

Анализ работы лежневых покрытий и проведенные исследования дают возможность апроксимировать неровности лежневых покрытий следующими законами:

1. Пороговые неровности представить в виде импульса силы.

2. Единичные просадки выразить в виде параболы.

3. Систематически повторяющиеся относительные прогибы колесопроводов между шпалами представить в виде синусоиды.

Приведенные законы нами приняты для теоретического исследования.

4. Свободные колебания подвижного состава

Свободные или, как говорят, собственные колебания частей автомобиля, происходят в результате отклонения их от состояния равновесия без непрерывного воздействия внешних сил и при наличии восстанавливающих сил [14]. Решение вопроса о свободных колебаниях подвижного состава является первым и необходимым этапом, так как частота свободных колебаний, определенная при этом, входит в уравнение вынужденных колебаний.

Для исследования свободных колебаний груженного хлыстами автомобильного экипажа воспользуемся методом д-ра техн. наук Б. Г. Гастева [7], введя при этом некоторые изменения применительно к решению поставленной задачи. Согласно этому методу, все колеблющиеся части экипажа* заменяем дискретными массами. Массу распределяем в четырех точках: $M_1 + m_1$ — над передней осью автомобиля, $M_2 + m_2$ — над задней осью $M_3 + m_3$ — над осью одноосного роспуска и m_4 — в центре тяжести пакета хлыстов.

Для того, чтобы введенная идеализация не искажала действительной схемы колебаний необходимо соблюдение следующих условий:

1. Сумма дискретных масс должна быть равна действительной массе колеблющегося полезного груза

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = m_0. \tag{1}$$

2. Центр тяжести дискретных масс должен совпадать с центром тяжести экипажа

$$(m_1 + m_2) \,.\, l_1 = m_3\, l_2 \tag{2}$$

и

* В данной работе рассматривается автопоезд, состоящий из двухосного автомобиля и одноосного роспуска.

$$m_1 l'_1 = m_2 l'_2. \tag{3}$$

3. Момент инерции указанных масс относительно центра тяжести должен быть равен моменту инерции экипажа относительно той же точки

$$(m_1 + m_2) l^2_1 + m_3 l^2_2 = I_x \tag{4}$$

и

$$(m_1 + M_1)(l'_1)^2 + (m_2 + M_2)(l'_2)^2 = I_M. \tag{5}$$

Из уравнений находим, что

$$m_1 = \frac{I_x l'_2}{l_0 l_б l_1}; \quad m_2 = \frac{I_x l'_1}{l_0 l_б l_1}; \quad m_3 = \frac{I_x}{l_0 l_2}; \; m_4 = m_0 - \frac{I_x}{l_1 l_2},$$

где

I_x — момент инерции пакета хлыстов;
l_0 — расстояние между подвесками хлыстов $l_0 = l_1 + l_2$;
$l_б$ — расстояние между подвесками автомобиля $l_б = l'_1 + l'_2$;
l_1 — расстояние от задней оси автомобиля до центра тяжести пакета хлыстов;
l_2 — расстояние от оси роспуска до центра тяжести пакета хлыстов;
l_1' — расстояние от передней оси до центра тяжести автомобиля;
l_2' — расстояние от задней оси до центра тяжести автомобиля.

Для определения динамического воздействия на покрытие в первую очередь нас интересует вертикальное колебание масс лесовозного автопоезда.

Определение свободных колебаний масс в вертикальной плоскости начинается с составления уравнения их движения. В соответствии с принятой схемой и, учитывая сделанные выше допущения, сила инерций хлыстов выразится следующим образом:

$$F_{хл} = -m_4\left(\lambda''_x \frac{\lambda''_M n d^2 z_1}{dt^2} + \lambda'_M \lambda''_x \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \lambda'_x \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{d^2 z_4}{dt^2}\right), \tag{6}$$

где

z_1, z_2, z_3 — вертикальные перемещения подвесок;
z_4 — динамический прогиб пакета хлыстов;

$$\lambda'_M = \frac{l'_1}{l_б}; \quad \lambda''_M = \frac{l'_2}{l_б}; \; \lambda'_x = \frac{l_1}{l_0}; \; \lambda''_x = \frac{l_2}{l_0}.$$

Под действием этой силы в подвесках возникают реакции, значение которых легко можно определить, пользуясь законами механики.

Для передней подвески автомобиля реакция равна

$$R_1 = m_4\left(\lambda''_M \lambda''_x \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \lambda'_M \lambda''_x \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \lambda'_x \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{d^2 z_4}{dt^2}\right)\lambda''_x \lambda''_M. \quad (7)$$

Для задней подвески автомобиля:

$$R_2 = m_4\left(\lambda''_M \lambda''_x \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \lambda'_M \lambda''_x \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \lambda'_x \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{d^2 z_4}{dt^2}\right)\lambda''_x \lambda'_M. \quad (8)$$

Для подвески прицепа-роспуска

$$R_3 = m_4\left(\lambda''_M \lambda''_x \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \lambda'_M \lambda''_x \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \lambda'_x \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{d^2 z_4}{dt^2}\right)\lambda'_x. \quad (9)$$

Используя приведенные реакции от сил инерции колеблющихся хлыстов, можно записать уравнения свободного колебания. Они будут иметь вид:

$$(M_1 + m_1)\frac{d^2 z_1}{dt^2} + c_1 z_1 + R_1 = 0;$$

$$(M_2 + m_2)\frac{d^2 z_2}{dt^2} + c_2 z_2 + R_2 = 0;$$

$$(M_3 + m_3)\frac{d^2 z_3}{dt^2} + c_3 z_3 + R_3 = 0;$$

$$m_4 \frac{d^2(z_1 \lambda''_M \lambda''_x + z_2 \lambda'_M \lambda''_x + z_3 \lambda'_x + z_4)}{dt^2} +$$

$$+ c_x(z_1 \lambda''_M \lambda''_x + z_2 \lambda'_M \lambda''_x + z_3 \lambda'_x + z_4) = 0, \quad (10)$$

где

C_1, C_2, C_3 — приведенная жесткость соответствующих подвесок автомобиля и роспуска;

C_x — приведенная жесткость пакета хлыстов.

Для упрощения решения системы уравнений (10) введем следующие обозначения:

$$\frac{m_4 \lambda'_M \lambda''_M (\lambda''_x)^2}{M_1 + m_1 + m_4(\lambda''_M \lambda''_x)^2} = \chi_1;$$

$$\frac{m_4 \lambda'_x \lambda''_x \lambda''_M}{m_1 + M_1 + m_4(\lambda''_M \lambda''_x)^2} = \chi_2;$$

$$\frac{m_4 \lambda''_x \lambda''_M}{M_1 + m_1 + m_4(\lambda''_M \lambda''_x)^2} = \chi_3;$$

$$\frac{c_1}{M_1 + m_1 + m_4(\lambda''_M \lambda''_x)^2} = \omega^2_1;$$

$$\frac{m_4 \lambda'_M \lambda''_M (\lambda''_x)^2}{M_2 + m_2 + m_4(\lambda'_M \lambda''_x)^2} = \chi_4;$$

$$\frac{m_4 \lambda'_x \lambda''_x \lambda'_M}{M_2 + m_2 + m_4(\lambda'_M \lambda''_x)^2} = \chi_5;$$

$$\frac{m_4 \lambda''_x \lambda''_M}{M_2 + m_2 + m_4 (\lambda'_M \lambda''_x)^2} = \chi_6;$$

$$\frac{c_2}{M_2 + m_2 + m_4 (\lambda'_M \lambda''_x)^2} = \omega^2_2;$$

$$\frac{m_4 \lambda''_M \lambda''_x \lambda'_x}{M_3 + m_3 + m_4 (\lambda'_x)^2} = \chi_7;$$

$$\frac{m_4 \lambda'_M \lambda'_x \lambda''_x}{M_3 + m_3 + m_4 (\lambda'_x)^2} = \chi_8;$$

$$\frac{m_4 \lambda'_x}{M_3 + m_3 + m_4 + (\lambda'_x)^2} = \chi_9;$$

$$\frac{c_3}{M_3 + m_3 + m_4 (\lambda'_x)^2} = \omega^2_3;$$

$$\frac{c_x}{m_4} = \omega^2_4.$$

Подставляя в систему уравнений (10) принятые обозначения, получим

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2 z_1}{dt^2} + \chi_1 \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \chi_2 \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \chi_3 \frac{d^2 z_4}{dt^2} + \omega_1^2 z_1 = 0;\\
&\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \chi_4 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \chi_5 \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \chi_6 \frac{d^2 z_4}{dt^2} + \omega^2_2 z_2 = 0;\\
&\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \chi_7 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \chi_8 \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \chi_9 \frac{d^2 z_4}{dt^2} + \omega^2_3 z_3 = 0;\\
&\frac{d^2 z_4}{dt^2} + \lambda''_x \lambda''_M \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \lambda'_M \lambda''_x \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \lambda'_x \frac{d^2 z_3}{dt^2} +\\
&+ z_1 \omega^2_4 \lambda''_M \lambda''_x + \lambda'_n \lambda''_x \omega^2_4 z_2 + \lambda'_x \omega^2_4 z_3 + \omega^2_4 z_4 = 0.
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Решение этих уравнений находится в виде [13].

$$z = A \sin (kt + \varphi). \quad (12)$$

Дальнейший ход нахождения корней z_1, z_2, z_3 и z_4 системы дифференциальных уравнений (11) мы не приводим, так как он является обычным [13] и подробно изложен в работе [18].

Определение сил, вызванных колебаниями масс автомобильного поезда, согласно второму закону механики, производится по уравнению

$$F = m \frac{d^2 z}{dt^2}. \quad (13)$$

При этом ускорения $\frac{d^2 z}{dt^2}$ найдем дважды дифференцируя уравнения корней z_1, z_2 и z_3 системы дифференциальных уравнений (10).

Рассмотренные теоретические выкладки относятся к системе четырех взаимосвязанных колеблющихся точек. Колебания одной из них, благодаря связям, вызывают колебания остальных. В том же случае, когда связи не оказывают влияния на колеблющиеся массы, т. е. когда коэффициенты связи $\chi_1 \div \chi_9$ в системе дифференциальных уравнений (11) равны нулю, колебания осей можно рассматривать независимо друг от друга. При этом условии задача определения характеристик свободного колебания и сил динамического воздействия подвижного состава на лежневое покрытие значительно упрощается и будет состоять в следующем.

Выбираем ось с наибольшими значениями подрессоренных масс. Свободные колебания для нее могут быть выражены уравнением вида

$$(M + m)\frac{d^2 z}{dt^2} + cz = 0, \qquad (14)$$

где

M — подрессоренная масса подвижного состава данной оси;

m — масса полезного груза, приходящегося на ось;

c — приведенная жесткость шин и рессор, равная

$$c = \frac{c_p\, c_ш}{c_p + c_ш};$$

c_p — жесткость рессор в *кг/см*;

$c_ш$ — жесткость шин в *кг/см*;

z — текущие координаты.

Уравнение (14) является однородным дифференциальным второй степени. Решение его следует искать из выражения

$$z = B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t, \qquad (15)$$

где

B_1 и B_2 — некоторые постоянные коэффициенты;

ω — частота собственных колебаний, равная

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{M+m}}\ [\text{сек}^{-1}]. \qquad (16)$$

Значение B_1 и B_2 находим, задавшись начальным условием, т. е. при $t = 0$

$$z = z_0; \qquad (17)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz_0}{dt} = z'_0.$$

После нахождения постоянных коэффициентов B_1 и B_2 и подстановки значений их в уравнение (15), получим

$$z = z_0 \cos \omega t + \frac{z'_0}{\omega} \sin \omega t. \tag{18}$$

Заменив z_0 через $A \sin \varphi$ и $\frac{z'_0}{\omega}$ через $A \cos \varphi$ и произведя некоторые преобразования, найдем

$$z = A \sin (\omega t + \varphi), \tag{19}$$

где

A — амплитуда колебаний;

φ — начальная фаза колебания.

Как видно из уравнения (19), свободное колебание масс одной оси подвижного состава является гармоническим. Для определения силы воздействия подвижного состава при свободных колебаниях находим ускорение, дважды дифференцируя уравнение (19). Тогда сила, действующая при этом на покрытие дороги, будет иметь следующее значение

$$F = (M + m) A \omega^2 \sin (\omega t + \varphi). \tag{20}$$

Наибольшее значение силы будет при условии, когда

$$\sin (\omega t + \varphi) = 1,$$

$$F_{max} = (M + m) A \omega^2. \tag{21}$$

Далее, учитывая, что $\omega^2 = \frac{c}{M+m}$, найдем

$$F_{max} = Ac. \tag{22}$$

Приведенные методы расчета свободных колебаний подвижного состава автомобильных лесовозных дорог для двух расчетных схем могут быть использованы при решении ряда практических вопросов, в том числе вопроса динамического воздействия подвижного состава на дорогу и, в частности, на лежневое покрытие.

5. Вынужденные колебания подвижного состава

Основным видом колебаний подвижного состава при движении по лежневому покрытию является вынужденное. Вынужденное колебание происходит, главным образом, вследствие внешних возмущающих сил.

Рассмотрим вынужденные колебания подвижного состава для случая, когда коэффициенты связи равны нулю, а характер возмущающей силы представлен в виде законов, указанных в параграфе 3.

А. Возмущающая сила имеет характер импульса

Основным видом неровностей лежневых покрытий являются пороги, образуемые стыкованием лежней колесопроводов. Колеса подвижного состава, проходя пороговые неровности, испытывают местные и кратковременные воздействия. Для теоретического исследования это воздействие может быть представлено в виде импульса силы. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний с возмущающей силой в виде импульса будет

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + cz = \int_0^T f(t)\, dt, \tag{23}$$

где

$\int_0^T f(t)\, dt$ — внешняя возмущающая сила в виде импульса, которая изменяется от нуля и обратно за очень короткий промежуток времени.

Уравнение (23) неоднородное. Решение его, как известно, состоит из решения однородного дифференциального уравнения (18) и частного неоднородного дифференциального уравнения. Согласно данным академика В. И. Смирнова [13], частным решением уравнения является

$$z_2 = \frac{1}{M\,\omega} \sin \omega\, t \int_0^T f(t)\, dt. \tag{24}$$

Общее решение уравнения (23) в таком случае будет

$$z = z_0 \cos \omega\, t + \frac{z'_0}{\omega} \sin \omega\, t + \frac{1}{M\,\omega} I \sin \omega\, t, \tag{25}$$

где

$I = \int_0^T f(t)\, dt$ — величина импульса внешней силы.

Для определения импульса силы необходимо помнить, что он представляет собой изменение количества движения в течение весьма короткого промежутка времени. Учитывая это, величину импульса силы можно выразить

$$I = M_0 v_{к.\,в.} - M_0 v_{н.\,в.}\,, \tag{26}$$

где

M_0 — значение неподрессоренных масс;

$v_{н.\,в.}$ и $v_{к.\,в.}$ — начальная и конечная скорости движения масс подвижного состава в вертикальной плоскости.

До встречи с препятствием (порогом) количество движения в вертикальном направлении было равно нулю, ибо $v_н = 0$. Количество движения в момент удара будет равно

$$I = M_0 v \operatorname{tg} \alpha, \tag{27}$$

где

v — скорость движения автомобиля;

α — угол, образованный радиусом колеса в точке касания с опорной плоскостью.

Подставляя в выражение (25) значение импульса из уравнения (27), получим

$$z = z_0 \cos \omega t + \frac{z'_0}{\omega} \sin \omega t \frac{M_0}{M} \frac{v}{\omega} \operatorname{tg} \alpha \sin \omega t. \tag{28}$$

Используя это выражение и, задаваясь начальными условиями $t = 0$ и $z = 0$, найдем значение коэффициентов z_0 и z'_0. При этом начальном условии $z_0 = 0$ и $z'_0 = 0$, а решение в таком случае будет иметь вид:

$$z = \frac{M_0}{M} \frac{v}{\omega} \operatorname{tg} \alpha \sin \omega t. \tag{29}$$

При определении динамического воздействия на стыках в выражении (29) вместо M_0 можно подставлять значение неподрессоренных масс, так как подрессоренные массы в силу большой инертности и упругости рессор не успевают выйти из равновесия при мгновенном приложении внешнего импульса.

Динамические силы на стыке можно определить, зная величину ускорения. Значение его найдем, дважды дифференцируя выражение (29).

Тогда сила будет равна

$$F = M_0 \omega v \operatorname{tg} \alpha \sin \omega t. \tag{30}$$

Максимальное значение динамической силы будет при $n \omega t = 1$, т. е.

$$F_{max} = M_0 v \omega \cos \alpha \tag{31}$$

или, заменяя $\operatorname{tg} \alpha$ через радиус колеса и высоту пороговой неровности, получим

$$F_{max} = M_0 v \omega \sqrt{\frac{R^2 - (R_к - h)^2}{(R_к - h_0)^2}}, \tag{32}$$

где

M_0 — неподрессоренные массы в $кгсм^{-1}сек^2$;

v — скорость движения автомобиля в $м/сек$;

ω — частота собственных колебаний неподрессоренных масс в $сек^{-1}$;

R — радиус недеформированного колеса в *см*;
$R_к$ — радиус качения колеса в *см;*
h — высота пороговой неровности в *см.*

Полученная динамическая сила (добавка) дает возможность определить динамический коэффициент.

Б. Возмущающая сила имеет характер синусоиды

При синусоидальном законе возмущающей силы дифференциальное уравнение колебаний будет

$$M\frac{d^2 z}{dt^2} + cz = h_0 c\left(1 - \cos 2\pi \frac{x}{S}\right), \tag{33}$$

где

S — длина неровностей.

Заменив в уравнении (33) x через vt (скорость, время) и выразив частоту возмущающей силы в виде

$$\nu = \frac{2\pi}{3{,}6}\cdot\frac{v}{S}, \tag{34}$$

после некоторого преобразования получим

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 z = h_0\omega^2(1 - \cos\nu t). \tag{35}$$

Решение этого уравнения состоит из общего решения однородного уравнения (20) и частного решения неоднородного уравнения.

Частное решение неоднородного уравнения будем искать в виде

$$z_2 = h_0 + A\sin\nu t + B\cos\nu t. \tag{36}$$

Для определения постоянных A и B возьмем вторую производную из уравнения (36) и подставим в уравнение (35) значение z и ее вторую производную. В результате получим

$$A = 0 \text{ и } B = \frac{h_0\omega^2}{\nu^2 - \omega^2}.$$

Тогда частное решение неоднородного дифференциального уравнения будет иметь вид

$$z_2 = h_0\left(1 + \frac{\omega}{\nu^2 - \omega^2}\cos\nu t\right). \tag{37}$$

В то же время решение уравнения (33) будет

$$z = z_0\cos\omega t + \frac{z_0}{\omega}\sin\omega t + h_0\left(1 + \frac{\omega^2}{\nu^2 - \omega^2}\cos\nu t\right). \tag{38}$$

Динамическое воздействие, вызванное дорожными неровностями синусоидального характера, на основании второго закона механики и с учетом направления действия силы будет равно следующей величине

$$F = M\left[z_0\,\omega^2 \cos\omega t + z'_0\,\omega \sin\omega t + \frac{h_0\,\omega^2\,\nu^2}{\nu^2 - \omega^2} \cdot \cos\nu t\right]. \tag{39}$$

Отсюда коэффициент динамичности можно выразить формулой

$$K_д = \frac{P_{ст} + F_{max}}{P_{ст}}, \tag{40}$$

где

$P_{ст}$ — величина статической нагрузки;

F_{max} — абсолютная величина динамической добавки.

Максимальное значение динамического воздействия определится по максимальному значению ускорения. Для определения последнего исходим из следующего начального условия: при $t = 0$; $z_0 = 0$ и $z'_0 = 0$.

Ускорение в этом случае будет равно

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{h_0\,\omega^2\,\nu^2}{\nu^2 - \omega^2} \cos\nu t. \tag{41}$$

Максимальное значение ускорения будет при $\cos\nu t = 1$, т. е.

$$\left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)_{max} = \frac{h_0\,\omega^2\,\nu^2}{\nu^2 - \omega^2}, \tag{41'}$$

а динамическая добавка будет определяться из выражения

$$F_{max} = \frac{M h_0\,\omega^2\,\nu^2}{\omega^2 - \nu^2}\ [кг], \tag{42}$$

где

M — значение подрессоренных масс в $кгсм^{-1}\ сек^2$;

h_0 — амплитуда синусоиды в $см$;

ω — частота собственных колебаний подрессоренных масс в $сек^{-1}$;

ν — частота возмущающей силы в $сек^{-1}$.

В. Возмущающая сила имеет характер параболы

Для случая параболической возмущающей силы уравнение колебаний будет иметь вид

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 z = h_0\omega^2\left(1 - \frac{x^2}{S^2}\right), \tag{43}$$

или, введя замену $x = vt$ и учитывая, что $\frac{v}{S} = \nu$, получим

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 z = h_0\,\omega^2\,(1 - \nu^2 t^2). \tag{44}$$

Решение левой части уравнения (44), как известно, равно выражению (18).

Что касается частного решения неоднородного дифференциального уравнения, то его будем искать в виде

$$z_2 = B\,\omega^2 (1 - \nu^2 t^2) + 2\,B\,\nu^2, \tag{45}$$

Для определения постоянного коэффициента B возьмем вторую производную из уравнения (45) и, подставляя значение z_2 и z''_2 в уравнение (44), получим

$$B = \frac{h_0}{\omega^2}\,.$$

Тогда общее решение уравнения (43) будет

$$z = z_0 \cos\omega\,t + \frac{z_0'}{\omega}\sin\omega\,t + h_0 (1 - \nu^2 t^2) + \frac{2\,h_0\,\nu^2}{\omega^2}\,. \tag{46}$$

Динамическое воздействие на дорожное покрытие в этом случае будет равно следующей величине

$$F = M (z_0\,\omega^2 \cos\omega\,t + z_0'\,\omega \sin\omega\,t - 2\,h_0\,\nu^2). \tag{47}$$

Максимальное значение динамического воздействия найдем, исходя из начального условия: при $t = 0$; $z = 0$;

$$z_0 = -\,h_0\left(1 - 2\,\frac{\nu^2}{\omega^2}\right); \qquad z'_0 = 0.$$

Ускорение в этом случае соответственно будет равно

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = h_0\,\omega^2\left(1 + \frac{2\,\nu^2}{\omega^2}\right)\cos\omega\,t - 2\,h_0\,\nu^2. \tag{48}$$

Максимальной величины оно достигнет при $\cos\omega\,t = -1$, т. е.

$$\frac{d^2 z}{dt^2}_{max} = -\,h_0\left(\omega^2 + 4\,\nu^2\right). \tag{49}$$

Отсюда максимальное динамическое воздействие автомобиля на покрытие запишется следующим образом

$$F_{max} = M\,h_0\,(\omega^2 + 4\,\nu^2). \tag{50}$$

Вычислив его, по формуле (40) находим динамический коэффициент.

6. Порядок определения коэффициента динамичности

Проведенные теоретические исследования и полученные в итоге формулы позволяют сравнительно просто в период проектирования дороги определять величину динамического коэффициента воздействия на лежневые покрытия с учетом основных видов дорожных неровностей, типа подвижного состава, расчетной скорости движения его и величины рейсовой нагрузки. Порядок определения динамического коэффициента при этом будет следующим:

1. Устанавливаются расчетные характеристики подвижного состава:

а) тип автомобиля и роспуска;

б) жесткость подвесок;

в) распределение груза на отдельные оси;

г) вес подрессоренных масс.

2. Принимается величина и определяется характер возможных для данной конструкции покрытий неровностей.

3. Уточняется расчетная скорость движения автомобилей для рассматриваемого участка дороги.

4. Вычисляется собственная частота колебания подрессоренных масс и частота возмущающей силы, если неровности имеют периодический характер.

5. Определяется максимальное значение ускорения с учетом вычисленных ранее величин.

6. Вычисляется динамическая добавка как произведение массы на ускорение.

7. Определяется величина динамического коэффициента.

Абсолютное значение динамического коэффициента и изменение его в зависимости от основных факторов, определяющих его, можно проследить на конкретных примерах. Для этого вычислим динамический коэффициент рассмотренных видов неровностей при использовании лесовозного автомобиля МАЗ-200. Необходимые для расчета данные возьмем из табл. 1 и 2.

Таблица 1

Тип подвижного состава	Жесткость в *кг/см*					
	Передняя подвеска			Задняя подвеска		
	$c_{р.1}$	$c_{ш.1}$	c_1	$c_{р.2}$	$c_{ш.2}$	c_2
МАЗ-200	230	1200	193	385	3000	342
МАЗ-501	250	1200	207	450	3000	391

Таблица 2

Тип подвижного состава	Распределение веса груженого автомобиля в *кг*		Вес неподрессоренных масс в *кг*		Вес подрессоренных масс в *кг*	
	передний мост M_1	задний мост M_2	передний мост	задний мост	передний мост	задний мост
МАЗ-200	3565	10060	700	1502	2865	8540
МАЗ-501	4450	8350	1110	1520	3340	6830

А. Возмущающая сила типа импульса

Величина максимальной динамической добавки определяется по формуле (32). Подставив значение входящих в нее величин и учитывая, что коэффициент динамичности определяется из выражения (40), вычислим последний для автомобиля МАЗ-200 при различных скоростях движения v и высоте пороговой неровности.

Расчеты сводим в табл. 3.

Таблица 3

Скорость движения автомобиля в *км/час*	Высота пороговой неровности в *см*	Ускорение $\frac{d^2 z}{dt^2}$ в *м/сек*	Динамическая добавка в *кг*	Динамический коэффициент K_g	Примечание
1	2	3	4	5	6
15	1	0,966	1450	1,14	$R=56{,}9$ *см*
	2	1,02	1580	1,16	$R_к=53{,}5$ *см*
	3	1,11	1720	1,17	$\omega=5{,}78^{-1}$ *сек*
	4	1,19	1845	1,18	$M=1520$ *кг*
	5	1,26	1955	1,20	
20	1	1,29	1935	1,19	
	2	1,37	2120	1.21	
	3	1,48	2290	1,23	
	4	1,59	2460	1,25	
	5	1,68	2610	1,26	
25	1	1,61	2420	1,24	
	2	1,70	2640	1,26	
	3	2,85	2860	1,29	
	4	2.98	3070	1,31	
	5	3,10	3250	1,32	

1	2	3	4	5	6
30	1	1,87	2900	1,29	
	2	2,04	31,60	1,32	
	3	2,20	3420	1,34	
	4	2,38	3680	1,37	
	5	2,52	3900	1,39	
35	1	2,18	3395	1,35	
	2	2,38	3690	1,37	
	3	2,52	4000	1,40	
	4	2,78	4300	1,43	
	5	2,94	4550	1,46	
40	1	2,49	3870	1,39	
	2	2,72	4210	1,42	
	3	2,93	4560	1,46	
	4	3,17	4900	1,49	
	5	3,36	5200	1,52	

Б. Возмущающая сила синусоидального характера

Для вычисления динамического коэффициента при синусоидальном характере возмущающей силы сперва по формулам (34) и (16) определяем частоту возмущающей силы и частоту собственных колебаний. Значение их соответственно будет $\gamma = 34{,}89$ *сек*$^{-1}$; $\omega = 5{,}78$ *сек*$^{-1}$. Затем задаемся исходными данными и по формулам (42) и (40) вычисляем его значение. Расчеты сводим в табл. 4.

Таблица 4

Скорость движения в *км/час*	Характеристика неровности		Динамическая добавка в *кг*		Динамический коэффициент	
	длина в *м*	амплитуда в *см*	МАЗ-200	МАЗ-501	МАЗ-200	МАЗ-501
15	1	1	310	350	1,03	1,04
	1	2	620	700	1,06	1,07
	1	3	930	1050	1,09	1,10
	1	4	1240	1400	1,12	1,14
20	1	2	616	674	1,06	1,08
	2	2	670	765	1,07	1,09

В. Возмущающая сила параболического характера

При параболическом характере неровности коэффициент динамичности, вычисленный по формулам (50) и (40), имеет следующую величину.

Таблица 5

Скорость движения в *км/час*	Длина неровности в *м*	Высота неровности в *см*	Динамическая добавка в *кг*		Коэффициент динамичности	
			МАЗ-200	МАЗ-501	МАЗ-200	МАЗ-501
15	2	1	440	440	1,04	1,05
		2	840	880	1,09	1,10
		3	1320	1320	1,13	1,16
		4	1760	1760	1,18	1,21
20	2	1	562	535	1,06	1,06
		2	1124	1070	1,11	1,13
		3	1686	1605	1,17	1,19
		4	2248	2140	1,22	1,25

Полученные значения коэффициента динамичности, как видно из приведенных примеров, свидетельствуют о том, что коэффициент динамичности зависит от характера и величины неровности, скорости движения и конструкции подвижного состава

Максимальное значение он имеет от импульсной возмущающей силы, возникающей при прохождении колесами подвижного состава пороговых неровностей, а поэтому при определении динамического воздействия автомобиля на лежневое покрытие в качестве возмущающей силы нужно брать пороговые неровности.

По абсолютному значению коэффициент динамичности близок к применяемым в настоящее время. Однако изложенные выше методы дают возможность более дифференцировано подойти к решению вопроса о динамическом воздействии подвижного состава на лежневые покрытия.

ВЫВОДЫ

1. При расчете лежневых покрытий автомобильных лесовозных дорог коэффициент динамичности необходимо выбирать дифференцировано с учетом типа подвижного состава, величины рейсовой нагрузки, конструкции лежневого покрытия и расчетной скорости движения.

2. При определении коэффициента динамичности, с достаточной для практических целей точностью, можно рассматривать только колебание оси, имеющей наибольшую величину подрессоренных масс.

3. Основная возмущающая сила на лежневых покрытиях возникает от неровностей на стыках, которая может быть представлена в виде импульса. Однако, если колесопроводы

сравнительно гибкие, а расстояния между шпалами большие, то в этом случае могут иметь место периодические неровности синусоидального характера с длиной волны равной расстоянию между шпалами.

Кроме того, одиночные просадки лежневого покрытия, вызванные неравноупругостью грунтового основания. имеют характер параболы. Возмущающая сила, возникающая при прохождении колеса по параболической неровности имеет параболический характер.

Место и значение рассмотренных внешних возмущающих сил подлежат экспериментальной проверке.

4. Величина коэффициента динамичности зависит от скорости движения и характера неровностей. Для автомобилей типа МАЗ коэффициент динамичности изменяется в пределах от 1,1 до 1,6.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безухов Н. И. Динамика сооружений (в примерах и задачах), Стройиздат, 1947.

2. Бернштейн С. А. Основы динамики сооружений, Госстройиздат, 1938.

3. Буверт В. В., Ионов Б. Д., Кишинский М. И., Сыромятников С. А. Сухопутный транспорт леса, Гослесбумиздат, 1951.

4. Булгаков Б. В. Колебания, ГТТИ, 1954.

5. Васильев Г. М. Некоторые вопросы динамики вагонов при вывозке леса в хлыстах по узкоколейным ж. д., диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук, 1954.

6. Вериго М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава и вопросы расчета пути, труды ЦНИИ, вып. 97, 1955.

7. Гастев Б. Г. Некоторые вопросы теории перевозок древесины в хлыстах на лесовозных дорогах, диссертация на соискание ученой степени доктора техн. наук, 1955.

8. Гельфгат Д. В. Методы расчета колебаний автомобиля, диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук, 1951.

9. Ден-Горток Дж. Н. теория колебаний, ГТТЛ, 1942.

10. Зимилев Г. В. Теория автомобиля, Воениздат, 1957.

11. Лузин Н. Н. Дифференциальное и интегральное исчисление, Госиздат «Советская наука», 1955.

12. Подвеска автомобиля (сборник статей). Изд. АН СССР, 1951.

13. Смирнов В. И. Курс высшей математики, том I, II, III.

14. Снитко Н. К. Динамика транспортных сооружений, Ученый отдел ВТА В. С., 1949.

15. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле, Государственное научно-техническое издательство, 1936.

16. Чудаков Е. Л. Теория автомобиля, Машгиз, 1950.

17. Щетина В. Н. К вопросу исследования пороговой неровности и ее влияние на перемещение подрессоренных масс, Автомобильная и тракторная промышленность, № 1, 1953.

18. Исследование работы щитовых деревянных колейных покрытий под тяжелыми автомобилями, Отчет по теме № 30-в, рук. темы Лахно Р. П., ЦНИИМЭ, 1958.