

В.М.СОБИН, канд.техн.наук, доц. (БТИ)
Л.А.ЩЕРБАКОВ, канд.техн.наук, ст.науч.сотр.
(Всесоюзн. науч.-исслед. биотехн. ин-т)

ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ СТЕКАНИИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ НА ТЕРМИЧЕСКОМ НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ВТОРОГО РОДА

Течение в тонких слоях жидкости находит широкое применение в различных областях техники, таких, как теплообмен при нагреве и охлаждении, конденсации и испарении, растворение и абсорбция газов и т.д. Это в первую очередь связано с возможностью существенной интенсификации соответствующих процессов.

Ниже представлено приближенное аналитическое решение краевой задачи конвективного теплообмена на термическом начальном участке в турбулентно стекающих по вертикальной поверхности пленках жидкости при постоянной плотности теплового потока на стенке. Теплообмену при турбулентном стекании пленки жидкости посвящен ряд экспериментальных исследований [1–3]. При аналитическом решении таких задач наряду с трудностями физического характера, связанными с необходимостью выбора модели турбулентности течения, возникают значительные математические трудности. В результате задачу решают численными методами [4–5], что затрудняет анализ и дальнейшее использование данных. Предполагается, что физические свойства жидкости постоянны, поверхность пленки плоская, течение гидродинамически стабилизировано, профиль скорости в пленке – степенной с показателем степени 1/7. Последнее предположение не противоречит опытными данными.

С учетом этих предположений задача теплообмена сводится к следующей краевой задаче:

$$\eta^{1/7} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(1 + \frac{\nu_T}{\nu} \frac{Pr}{Pr_T} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right]; \quad (1)$$

$$\theta(0, \eta) = 0, \quad \frac{\partial \theta(\xi, 0)}{\partial \eta} = -1, \quad \frac{\partial \theta(\xi, 1)}{\partial \eta} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\theta = (t - t_0) / (H \delta / \lambda)$ – безразмерная температура; $\eta = y / \delta$, $\xi = x / (\delta Re)$ – безразмерные координаты; H – плотность теплового потока на стенке; x , y – продольная и поперечная координаты; δ – толщина пленки. Остальные обозначения – общепринятые.

Для распределения турбулентной кинематической вязкости по толщине пленки используется модель Миллионщикова [6]. В соответствии с этой моделью имеем следующие соотношения:

$$\nu_T / \nu = 0, \quad \eta \leq \delta_0^+ / \delta^+;$$

$$v_T/v_0 = 0,39 (\eta \delta^+ - \delta_0^+) (1 - \eta), \eta > \delta_0^+ / \delta^+ . \quad (3)$$

Ниже в расчетах для безразмерной толщины вязкого подслоя δ_0^+ использованы два значения: 7, 8, рекомендуемое в [6], и 11, 6, обычно используемое в теории пограничного слоя [7].

Число Pr_T считаем постоянным по толщине пленки и равным 1. Для приближенного аналитического решения краевой задачи (1), (2) с распределением турбулентной вязкости (3) используется интегральный метод [8]. В соответствии с требованиями метода по длине теплообменной поверхности выделим собственно термический начальный участок и участок стабилизированного теплообмена.

Термический начальный участок. На этом участке профиль температур задается в виде

$$\theta = \theta_1 [1 - \eta/q(\xi)]^{n_1} . \quad (4)$$

Термический начальный участок заканчивается при достижении толщины теплового пограничного слоя $q(\xi) = 1$. Интегрируя (1) с учетом (4) в пределах пограничного слоя, имеем

$$1 = \frac{d}{d\xi} \left[\frac{6n_1 + 13}{7n_1(n_1 + 1)(n_1 + 2)} q^{15/7} \right] . \quad (5)$$

Для получения второго уравнения умножим (1) на θ и проинтегрируем его в тех же пределах:

$$\frac{n_1 - 1}{n_1(2n_1 - 1)} = \frac{11}{15} \frac{d}{d\xi} \left[\frac{12n_1 + 13}{7n_1^2(2n_1 + 1)(2n_1 + 2)} q^{15/7} \right], \quad q \leq \frac{\delta_0^+}{\delta^+} ; \quad (6)$$

$$\frac{n_1 - 1}{n_1(2n_1 - 1)} - \varphi(q, n_1) = \frac{11}{15} \frac{d}{d\xi} \left[\frac{12n_1 + 13}{7n_1^2(2n_1 + 1)(2n_1 + 2)} q^{15/7} \right], \quad q > \frac{\delta_0^+}{\delta^+} ; \quad (7)$$

$$\varphi(q, n_1) = 0,39 Pr q [(\delta^+ + \delta_0^+) \left(\frac{\psi^{2n_1 - 1}}{2n_1 - 1} - \frac{1}{2n_1} \psi^{2n_1} \right) - \delta^+ q \left(\frac{\psi^{2n_1 - 1}}{2n_1 - 1} - \frac{\psi^{2n_1}}{n_1} + \frac{\psi^{2n_1 - 1}}{2n_1 + 1} - \frac{\delta_0^+}{q(2n_1 - 1)} \psi^{2n_1 - 1} \right)] ;$$

$$\psi = \left(1 - \frac{\delta_0^+ / \delta^+}{q} \right) .$$

Сравнивая между собой (5) с (6) и (7), находим соответственно следующие уравнения:

для $q \leq \delta_0^+ / \delta^+$:

$$96 n_1^3 - 82 n_1^2 - 735 n_1 - 104 = 0 \quad (8)$$

с положительным корнем $n_1 = 3,2851$;

для $q > \delta_0^+ / \delta^+$:

$$\varphi(q, n_1) = \frac{n_1 - 1}{n_1(2n_1 - 1)} - \frac{11}{30} \frac{(n_1 + 2)(12n_1 + 13)}{n_1(2n_1 + 1)(6n_1 + 13)} \quad (9)$$

Из (9) видно, что, строго говоря, параметр профиля n_1 при $q > \delta_0^+ / \delta^+$ зависит от q или ξ . Однако установлено, что если считать профиль температур (4) справедливым в локальном смысле, то это не приводит к значительной ошибке в конечных результатах.

Интегрирование (5) с начальным условием $q(0) = 0$ дает

$$q = \left[\frac{7n_1(n_1 + 1)(n_1 + 2)}{6n_1 + 13} \xi \right]^{7/15} \quad (10)$$

На участке стабилизированного теплообмена происходит изменение температуры θ_2 на свободной поверхности пленки; профиль температур зададим в виде

$$\theta = (\theta_1 - \theta_2)(1 - \eta)^{n_2} + \theta_2 \quad (11)$$

Необходимые уравнения для определения n_2 и θ_2 находятся аналогичным образом. В результате получены

$$1 = \frac{7}{8} \frac{d\theta_2}{d\xi}; \quad (12)$$

$$\theta_1 - \frac{1}{2n_1 - 1} - 0,39 \text{Pr} \left[\frac{\delta_0^+ - \delta_0}{2n_2} (1 - \delta_0^+ / \delta^+)^{2n_2} - \frac{\delta_0^+}{2n_2 + 1} x \right. \\ \left. x \left(1 - \frac{\delta_0^+}{\delta^+} \right)^{2n_2 + 1} \right] = \frac{1}{2} \frac{d}{d\xi} \left[\frac{12n_2 + 13}{7n_2^2(2n_2 + 1)(2n_2 + 3)} + \right. \\ \left. + \frac{2\theta_2(6n_2 + 13)}{7n_2(n_2 + 1)(n_2 + 2)} + \frac{7}{8} \theta_2^2 \right] \quad (13)$$

Сопоставление (12) и (13) после некоторых преобразований приводит к уравнению связи для определения n_2 :

$$\frac{2(n_2 - 1)(2n_2 + 1)}{2n_2 - 1} - \frac{8(6n_2 + 13)}{49(n_2 + 1)(n_2 + 2)} = 0,39 \text{Pr} \delta^+ \left(1 - \frac{\delta_0^+}{\delta^+} \right)^{2n_2 + 1} \quad (14)$$

Решение (12) имеет вид

$$\theta_2 = \frac{8}{7} (\xi - \xi_1), \quad (15)$$

где ξ_1 — безразмерная длина термического начального участка.

Обсуждение результатов. Найдем локальные числа Нуссельта, определяемые по соотношению

$$Nu = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda} = \frac{1}{\theta_1 - \theta_{cp}}, \quad (16)$$

где θ_{cp} — безразмерная средняя температура в сечении пленки. С учетом (16) получим следующие соотношения для первого и второго участков теплообмена:

$$Nu = \frac{n_1}{q} \left[1 - \frac{8}{49} \frac{6n_1 + 13}{(n_1 + 1)(n_1 + 2)} q^{8/7 - 1} \right]; \quad (17)$$

$$Nu = n_2 \left[1 - \frac{8}{49} \frac{6n_2 + 13}{(n_2 + 1)(n_2 + 2)} \right]^{-1}. \quad (18)$$

Надежных экспериментальных данных, полученных на термическом начальном участке, мало. В [9] установлено, что экспериментальные данные автора на термическом начальном участке удовлетворительно согласуются с зависимостью для расчета локальных чисел Nu при теплообмене пластины в турбулентном пограничном слое [10]. Это заключение подтверждается по (17) с учетом (8) — (10).

На участке стабилизированного теплообмена расчеты по (18) и (14) сопоставлены с экспериментом [1—3] и установлено удовлетворительное согласование данных во всем диапазоне Re . При этом числа Nu несколько лучше согласуются с экспериментом при $\delta_0^+ = 11,6$ для $Re < 4000$, а при $\delta_0^+ = 7,8$ — для $Re > 4000$.

При расчетах n_1 и n_2 по (9) и (14) средняя толщина пленки жидкости вычислялась по зависимости

$$\delta = 0,303 (\nu^2/g)^{1/3} Re^{7/12}, \quad Re = \frac{u_{cp} \delta}{\nu} \quad [9], \quad (19)$$

из которой следует:

$$\delta^+ = 0,167 Re^{7/8}. \quad (20)$$

Таким образом, представленное в данной статье решение позволяет найти числа Nu в стекающей пленке жидкости во всем диапазоне чисел Re , характерных для турбулентного течения пленки.

ЛИТЕРАТУРА

1. W i l k e W. Wärmeübergang Riselfilme. VDJ—Forschungsheft, 490, Dusseldorf, VDJ—Verlag, 1962, 36 S. 2. В о р о н ц о в Е.Г., Ч е р н о б ы л ь с к и й И.И. Исследование теп-

лоотдачи к пленке орошающей жидкости. – В сб.: Химическое машиностроение, Киев, 1968, вып.7, с.59. 3. Федоткин И.М., Фирсюк В.Р. Интенсификация теплообмена и нагрев турбулентных стекающих жидких пленок. – Теплопередача, 1978, т.98, №2, с. 180. 5. Володин В.И., Михалевич А.А. Теплообмен при охлаждении сток в М.Д. Основные закономерности турбулентного течения в пристенных слоях. – В сб.: Атомная энергия, 1970, вып. 4, т.28, с. 317. 7. Кутаделадзе С.С., Леонтьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. – М., 1972. – 344 с. 8. Собин В.М. Теплообмен в стекающей пленке жидкости на термическом начальном участке. – ИФЖ, 1980, т. 39, № 4, с. 592. 9. Гимбутис Г.И. Аналогия процессов переноса импульса и тепла при турбулентном течении жидкости в трубе и в гравитационной пленке. – ИФЖ, 1978, т. 34, № 6, с. 965. 10. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М., 1975. – 499 с.

