УДК 536.242

В. М. Собин, Л. А. Щербаков, канд-ты техн. наук (БТИ)

ТЕПЛООБМЕН НА ТЕРМИЧЕСКОМ НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ПРИ ИСПАРЕНИИ ЛАМИНАРНЫХ СТЕКАЮЩИХ ПЛЕНОК ЖИДКОСТИ

В работе теплообмен при испарении ламинарных пленок жидкости, стекающих по вертикальной поверхности, и граничных условиях второго рода рассматривается теоретически. Считается, что средняя толщина пленки жидкости постоянна, число Рейнольдса ограничивается $Re = u_{ср}\delta/\nu \leq 400$ [1], а течение - гидродинамически стабилизировано. Тогда задачу теплообмена в сформулированных предположениях можно привести к следующей [1]:

$$(2\eta - \eta^2)\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = \frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}, \tag{1}$$

$$\theta(0, \eta) = 0; \ \partial\theta(\xi, 0)/\partial\eta = -1; \ \theta(\xi, 1) = 0, \tag{2}$$

где $\theta = (t - t_1)/(q\delta/\lambda)$ - безразмерная температура; t_1 - температура фазового перехода; $\eta = y/\delta$, $\xi = x/(\delta Pe)$ - безразмерные переменные; x, y - продольная и поперечная координаты; $Pe = u_1\delta/a$ – число Пекле; u_1 – скорость на свободной поверхности пленки; λ, a – коэффициенты тепло- и температуропроводности жидкости.

Точного или приближенного решения задачи (1), (2) не найдено. В [1] получено численное решение задачи (1), (2), которое представлено в виде графической зависимости локального числа Нуссельта Nu от безразмерной координаты $\xi_1 = 3/2\xi$.

Для приближенного аналитического решения (1), (2) используем метод [2], заменяя левую часть (1) ее средним значением, т. е. положим

$$\int_0^1 (2\eta - \eta^2)\frac{\partial\theta}{\partial\xi}d\eta = \frac{2}{3}\frac{d\theta_{cp}}{d\xi} = \frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}, \tag{3}$$

где θ_{cp} – безразмерная средняя температура в сечении пленки.

Интегрируя (3) дважды с учетом (2), имеем

$$\theta = 1 - \frac{1}{3}\frac{d\theta_{cp}}{d\xi} + \frac{1}{3}\frac{d\theta_{cp}}{d\xi}\eta^2 - \eta. \tag{4}$$

Находя температуру θ_{cp}, получим

$$\theta_{cp} = -\frac{11}{60}\frac{d\theta_{cp}}{d\xi} + \frac{3}{8}. \tag{5}$$

Решение (5) с начальным условием $\theta_{cp}(0) = 0$ дает

$$\theta_{cp} = \frac{3}{8}\left[1 - \exp\left(-\frac{60}{11}\xi\right)\right] \tag{6}$$

и

$$\theta = 1 - \eta - \frac{15}{22}(1 - \eta^2)\exp\left(-\frac{60}{11}\xi\right). \tag{7}$$

Найдем локальные числа Нуссельта, определяемые по соотношению

$$Nu = \frac{\alpha\delta}{\lambda} = -\frac{1}{\theta_c}\frac{\partial\theta(\xi,0)}{\partial\eta} = \left[1 - \frac{15}{22}\exp\left(-\frac{60}{11}\xi\right)\right]^{-1}, \tag{8}$$

где α – коэффициент теплоотдачи.

Легко видеть, что зависимость (8) несправедлива в области $\xi \to 0$, так как при $\xi = 0$ она дает конечные значения Nu. Сопоставлением с численным решением [1] установлено, что (8) оказывается справедливой при $\xi \geqslant 3{,}3\cdot10^{-2}$. Если учесть, что при малых ξ происходит формирование профиля температур и тепловой поток со свободной поверхности пленки близок к нулю, то для расчета Nu можно воспользоваться решением [3] для случая нагрева пленки без испарения. Это заключение хорошо подтверждается данными [1]. Объединением решения [3] для $\xi < 3{,}3\cdot10^{-2}$ с зависимостью (8) найдена интерполяционная зависимость

$$Nu = \left[1 - \frac{35}{44}\exp\left(-\frac{240}{33}\xi\right)\right]^{-1}, \tag{9}$$

максимальная погрешность которой во всем исследованном в [1] диапазоне, т. е. при $\xi > 6{,}67 \cdot 10^{-3}$, не превосходит 6%. Зависимости (8) и (9) обеспечивают точный переход к асимптотическим значениям Nu при $\xi \to \infty$.

Литература

1. Seban R.A., Faghri A. Wave effects on the transport to falling laminar liquid films. - Trans. ASME J. Heat transfer, 1978, 100, N 1, p. 143-147. 2. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. - М., 1955. - 520 с. 3. Собин В.М. Теплообмен в стекающей пленке жидкости на термическом начальном участке. -- ИФЖ, 1980, 39, № 4, с. 592-596.