

К РАСЧЕТУ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ЛАМИНАРНОМ СТЕКАНИИ ПЛЕНКИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Рассматривается задача теплообмена на термическом начальном участке при ламинарном стекании по вертикальной поверхности пленки неньютоновской жидкости, описываемой степенным уравнением.

*Параметры таблицы: $\text{СНС}_{1/10}$ — статическое напряжение сдвига при $t_{\text{упроч}}$ структуры 1 и 10 мин; $\eta_{\text{пл}}$ — пластическая вязкость; $\eta_{\text{эф}}$ — эффективная вязкость; τ_0 — динамическое напряжение сдвига; $K_c = \tau_0/\eta_{\text{пл}}$, коэффициент коагуляционного структурообразования; Э — электростабильность, или напряжение электропробоя; Т — условная вязкость, измеряемая временем истечения $1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ раствора из объема $2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ через капилляр диаметром $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и длиной $15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Течение считается гидродинамически стабилизированным, а дифференциальное уравнение конвективного теплообмена записывается в приближении пограничного слоя. Тогда в безразмерных переменных можно записать

$$\left[1 - (1 - \eta)^{\frac{s+1}{s}} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}; \quad (1)$$

$$\theta(0, \eta) = 0, \theta(\xi, 0) = 1, \partial \theta(\xi, 1) / \partial \eta = 0. \quad (2)$$

Здесь θ – безразмерная температура; $\xi = xa / (\delta^2 u_1)$, $\eta = y / \delta$ – безразмерные координаты; a – коэффициент температуропроводности; u_1 – скорость на свободной поверхности пленки; δ – средняя толщина пленки жидкости; s – показатель в степенном уравнении.

Приближенное аналитическое решение задачи (1), (2) в такой постановке до сих пор отсутствует [1].

Приближенное аналитическое решение (1), (2) найдено интегральным методом, подробно описанным в работах автора (см., например, [2]). При этом профиль скорости представлялся в виде степенного ряда, в котором учтено шесть членов.

В результате для локальных чисел $Nu = \alpha \delta / \lambda$ найдены следующие соотношения:

для термического начального участка

$$Nu = \frac{n_1}{q} (1 - \theta_{cp})^{-1}, \quad (3)$$

$$\theta_{cp} = \frac{t+1}{t} \frac{q^2}{(n_1+1)(n_1+2)} \left[t - \frac{2bq}{n_1+3} + \frac{6pq^2}{(n_1+3)(n_1+4)} - \frac{24mq^3}{(n_1+3) \dots (n_1+5)} + \frac{120lq^4}{(n_1+3) \dots (n_1+6)} \right],$$

$$t = \frac{s+1}{s}, \quad b = \frac{t(t-1)}{2}, \quad p = \frac{t(t-1)(t-2)}{6}, \quad m = \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{24},$$

$$l = \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)}{120};$$

толщина теплового пограничного слоя находится из уравнения

$$n_1 \dots (n_1+3) \xi^3 = \frac{2t(n_1+3)q^3}{3} - \frac{3}{2} b q^4 + \frac{24pq^5}{5(n_1+4)} - \frac{20mq^6}{(n_1+4)(n_1+5)} + \frac{720lq^7}{7(n_1+4) \dots (n_1+6)},$$

а параметр профиля n_1 из соотношения

$$\frac{n_1-1}{2n_1-1} \left[2t - \frac{6bq}{n_1+3} + \frac{24pq^2}{(n_1+3)(n_1+4)} - \frac{120mq^3}{(n_1+3)\dots(n_1+5)} + \frac{720lq^4}{(n_1+3)\dots(n_1+6)} \right] = \frac{1}{(2n_1+1)(2n_1+3)} \left[\frac{t(n_1+2)(2n_1+3)}{2} - \frac{3b(n_1+2)q}{2} + 3pq^2 - \frac{15mq^3}{2n_1+5} + \frac{45lq^4}{(n_1+3)(2n_1+5)} \right];$$

для стабилизированного участка

$$Nu = n_2 \left[1 - \frac{A(t+1)}{t(n_2+1)(n_2+2)} \right]^{-1}, \quad (4)$$

$$A = t - \frac{2b}{n_2+3} + \frac{6p}{(n_2+3)(n_2+4)} - \frac{24m}{(n_2+3)\dots(n_2+5)} + \frac{120l}{(n_2+3)\dots(n_2+6)};$$

параметр профиля n_2 — из соотношения

$$\frac{n_2-1}{2n_2-1} \left[\frac{t(n_2+1)(n_2+2)}{t+1} - t + \frac{2b}{n_2+3} - \frac{6p}{(n_2+3)(n_2+4)} + \frac{24m}{(n_2+3)\dots(n_2+5)} - \frac{120l}{(n_2+3)\dots(n_2+6)} \right] =$$

$$= \frac{n_2}{(2n_2+1)(2n_2+3)} \left[\frac{3t(2n_2+3)}{2} - \frac{b(7n_2+11)}{n_2+3} + \frac{15p(3n_2+5)}{2(n_2+3)(n_2+4)} - \frac{6m(31n_2^2+132n_2+137)}{(n_2+3)\dots(n_2+5)(2n_2+5)} + \frac{45l(21n_2^2+91n_2+98)}{(n_2+3)\dots(n_2+6)(2n_2+5)} \right].$$

В случае постоянного, линейного и параболического профиля скорости в пленке расчеты по (3) и (4) сопоставлены с известными из литературы и установлено их хорошее согласование.

Таким образом, полученное решение может быть использовано в инженерных расчетах во всем диапазоне изменения показателя s .

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш у л ь м а н З.П., Б а й к о в В.И. Реодинамика и теплообмен в пленочных течениях. — Минск, 1979. — 295 с. 2. С о б и н В.М. Теплообмен на термическом начальном участке при восходящем течении тонкого слоя жидкости. — Докл. АН БССР, 1982, № 10, с. 896.