

УДК 537.633.2

В. Р. Мадьяров

Белорусский государственный технологический университет

**ИЗМЕРЕНИЕ ПРОВОДИМОСТИ КРЕМНИЯ С ПОМОЩЬЮ
ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОПУСКАНИЯ МИЛЛИМЕТРОВЫХ ВОЛН**

Известно, что измерения интенсивности СВЧ-излучения, прошедшего через полупроводниковую пластину, дают информацию о проводимости зондируемой среды. Коэффициент пропускания СВЧ-излучения полупроводника зависит от его диэлектрической проницаемости и удельной проводимости. Выполненные в данной работе расчеты показывают, что для полупроводников широкого применения с проводимостью $\sigma > 30$ См/м можно выделить диапазон частот в области 20–80 ГГц, на котором зависимость коэффициента пропускания от частоты зондирующего излучения будет близка к линейной. Удельная проводимость определяется по наклону этой зависимости. Из сравнения данных, полученных для пластин различной толщины, установлено, что на результат измерения значительное влияние оказывают многократные внутренние отражения от граней образца, если длина волны становится сравнимой с его толщиной. Наряду с этим возможно образование стоячей волны, в результате чего возникает дополнительное интерференционное гашение излучения. Значения удельной проводимости, полученные с помощью линейных участков частотных характеристик в диапазоне 40–75 ГГц, хорошо согласуются с расчетными данными собственной проводимости образца при температурах порядка комнатной в предположении, что концентрация носителей заряда подчиняется больцмановскому распределению.

Ключевые слова СВЧ-излучение, волновод, электромагнитные волны, коэффициент пропускания, удельная проводимость.

Для цитирования: Мадьяров В. Р. Измерение проводимости кремния с помощью частотных характеристик пропускания миллиметровых волн // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. С. 53–57. DOI: 10.5265/2520-6141-2023-272-2-9.

V. R. Madyarov

Belarussian State Technological University

**MEASUREMENTS OF SILICON CONDUCTIVITY BY MEANS FREQUENCY
FIGURES IN MICROWAVE REGION**

Measurements of intensity of the radiation passed through semiconductor wafer provide the information on conductivity of the sample material to be probed. Microwave radiation transmission coefficient of the medium depends on dielectric permeability and specific conductivity of the medium. Estimation shows that for the majority of widely used semiconductors with conductivity $\sigma > 30$ S/m it is possible to allocate frequency range 20–80 GHz where frequency response of probing radiation transmission coefficient is very close to the linear. Specific conductivity is possible to calculate using slope of the measured linear dependence. Comparison between the data obtained for wafers of two different thicknesses shows that measured results are considerably influenced by multiple internal reflections from both sides of the sample when the wavelength becomes comparable with sample thickness. In addition, cancellation due to interference between incident and reflected waves may also be effective. Therefore, samples for measurements are appropriately used with thickness that much less comparable to probing wavelength. Specific conductivity values obtained by means of linear part of frequency response for silicon wafers in the region 40–75 GHz are in good agreement with the estimated data of intrinsic conductivity of the probed sample at room temperatures if Boltzman distribution is assumed for charge carriers.

Keywords microwave radiation, waveguide, electromagnetic waves, transmission coefficient, specific conductivity.

For citation: Madyarov V. R. Measurements of silicon conductivity by means frequency figures in microwave region. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2023, no. 2 (272), pp. 53–57. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-9 (In Russian).

Введение. Для исследования электрических свойств полупроводниковых материалов применяются бесконтактные методы, с помощью которых можно избежать влияния на результат

измерения побочных ЭДС [1]. Из этих методов измерения в СВЧ-диапазоне представляются наиболее перспективными, так как сравнительно просто позволяют определить подвижность

носителей заряда, удельную проводимость и диэлектрическую проницаемость материала. В результате измерений этих параметров можно оценить время релаксации и эффективную массу носителей заряда, а также их концентрацию [2]. Известны методы определения параметров переноса в полупроводниках, основанные на измерении фазы и амплитуды отраженных от образца СВЧ-волн [3]. Особый интерес представляют методы зондирования, в которых информацию об этих параметрах можно получить путем прямого измерения потока энергии волны, прошедшей через объем исследуемого образца, так как для этого требуется сравнительно небольшой набор измерительного оборудования и упрощается обработка результатов. Однако в этом случае возрастают требования как к чувствительности регистрирующей аппаратуры, так и к мощности источника излучения. В данной работе описана методика и приведены результаты определения проводимости плоских полупроводниковых образцов на основе измерений коэффициента пропускания излучения в диапазоне частот 40–75 ГГц.

Основная часть. Определение коэффициента пропускания проводилось по величине затухания потока излучения, направленного перпендикулярно к поверхности образца. Частота зондирующего излучения должна быть намного ниже частоты отсечки электромагнитной волны (плазменной частоты) $\omega_{\text{пл}}$, которая определяется выражением

$$\omega_{\text{пл}} = \left(\frac{4\pi n e^2}{\varepsilon_0 m^*} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

где n – концентрация носителей заряда (электронов) в объеме полупроводникового образца; e – элементарный заряд; ε_0 – электрическая постоянная; m^* – эффективная масса носителей заряда. Оценки по формуле (1) для концентрации носителей $n = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ и массы $m^* = 0,55m_0$ (m_0 – масса электрона) дают значение $\omega_{\text{пл}} = 1,9 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ или $\nu_{\text{пл}} = 3 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$.

Для уменьшения дифракционных эффектов и связанных с ними потерь мощности зондирующей электромагнитной волны в измерительном тракте должно выполняться условие $\lambda < l$, где λ – длина зондирующей волны в пустом измерительном тракте, l – поперечный размер образца. При $l \sim 1 \text{ см}$ частота зондирующего излучения должна быть порядка 50–100 ГГц. Характерная глубина ослабления зондирующего излучения на таких частотах, равная $(\mu_0 \omega \sigma)^{-1/2}$, в полупроводнике с удельной проводимостью $\sigma \sim 10^3 \text{ См/м}$ составляет $\sim 0,3 \text{ мм}$. Поэтому для определения параметров полупроводников с достаточно высокой концентрацией

примеси следует использовать образцы с толщиной в доли миллиметра и регистрирующую аппаратуру с высокой чувствительностью.

В измерениях коэффициента пропускания использовался плоский образец, помещенный в прямоугольный металлический волновод. Для волны H_{10} , распространяющейся вдоль волновода в немагнитной среде с удельной проводимостью σ и диэлектрической проницаемостью ε , комплексная постоянная распространения [4]

$$\gamma_{10} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon^* - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}, \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота зондирующей волны; c – скорость света в вакууме; $\varepsilon^* = \varepsilon - i(\sigma / \varepsilon_0 \omega)$ – комплексная диэлектрическая проницаемость; a – ширина волновода.

Для большинства полупроводников (Si, Ge, GaAs, CdS и др.) значения ε лежат в пределах от 12 до 20, а отношение $\lambda / 2a < 1$, так как $\lambda < \lambda_c$, где $\lambda_c = 2a$ – критическая длина волны H_{10} . Поэтому $\varepsilon \gg \lambda / 2a$ и формулу (2) можно упростить:

$$\gamma_{10} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon^*} = \alpha + i\beta. \quad (3)$$

Выделив вещественную и мнимую части ε^* в (3), получим формулы для коэффициентов α и β , от которых зависят изменение амплитуды и фазы прошедшей через образец волны:

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0 \omega} \right)^2}}; \quad (4)$$

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0 \omega} \right)^2}}.$$

Выражение для комплексного коэффициента пропускания τ образца толщиной d (отношение потока энергии излучения, прошедшего через образец, к потоку энергии падающего излучения) имеет вид

$$\tau = (1 - \rho)^2 e^{-2\beta d} = |\tau| e^{i\varphi}, \quad (5)$$

где ρ – комплексный коэффициент отражения. Выражение для модуля ρ получается из граничных условий для векторов волны \vec{E} и \vec{H} на границе с поверхностью образца [4]:

$$\rho = \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^*} - 1}{\sqrt{\varepsilon^*} + 1} \right)^2. \quad (6)$$

Формулы (4)–(6) будем использовать как основу для определения σ и ε зондируемого образца по данным измерений модуля и фазы φ коэффициентов пропускания или отражения.

На рис. 1 приведены зависимости модуля τ от частоты для разных значений удельной проводимости образца n -Si с толщиной $d = 0,5$ мм, полученные с помощью расчета по формуле (4). Значения коэффициентов отражения β и ρ рассчитывались по формулам (4) и (6) соответственно. В расчетах учитывалось уменьшение ϵ с ростом частоты в диапазоне 30–80 ГГц в соответствии с зависимостью Друде $\epsilon \sim [1 + (\omega\tau_p)^2]^{-1}$, где τ_p – время релаксации носителей заряда, $\tau_p \sim 10^{-12}$ с. В этом диапазоне время релаксации τ_p становится сравнимым с периодом электромагнитных колебаний [4].

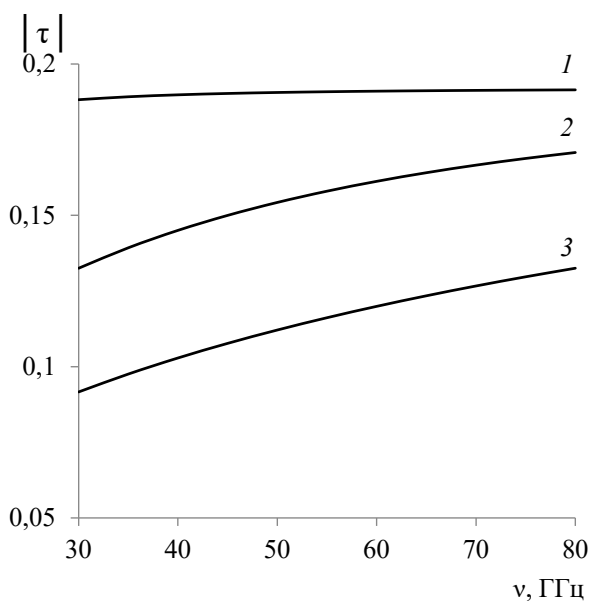


Рис. 1. Расчетные зависимости модуля коэффициента пропускания от частоты зондирующей волны для разных значений удельной проводимости σ : 1 – 1 См/м; 2 – 10 См/м; 3 – 50 См/м; (n -Si, диэлектрическая проницаемость в постоянном поле $\epsilon_{ст} = 12,3$)

Для значения $\sigma = 1$ См/м в диапазоне частот 30–80 ГГц коэффициент τ практически не зависит от частоты. Для значений удельной проводимости $\sigma > 30$ См/м, как показывают расчеты, можно выделить диапазон частот зондирования до ~ 80 ГГц, в котором зависимость τ от частоты близка к линейной.

Преобразование формулы (5) для больших значений σ , соответствующих условию $\sigma/\epsilon\epsilon_0\omega \gg 1$, дает упрощенное выражение для коэффициента пропускания τ :

$$|\tau| \approx 2\pi\sqrt{\epsilon} \frac{\epsilon_0}{\sigma} \nu. \quad (7)$$

Из соотношения (7), пренебрегая изменением ϵ с частотой в узком диапазоне частот, можно получить выражение для удельной проводимости, которое позволяет определить σ

по тангенсу угла наклона частотной характеристики:

$$\sigma = 2\pi\epsilon_0\sqrt{\epsilon} \left(\frac{d\tau}{d\nu}\right)^{-1} \approx 5,6 \cdot 10^{-11} \sqrt{\epsilon} \left(\frac{d\tau}{d\nu}\right)^{-1}. \quad (8)$$

Для измерений использовалась схема «на прохождение». Электромагнитные колебания от генераторов, работающих в диапазоне 35–53 и 53–78 ГГц, проходили через ферритовый вентиль в металлический прямоугольный волновод. Ширина a металлических волноводов обеспечивала распространение волны H_{10} . Волна, прошедшая через образец, попадала на термисторный датчик. Напряжение с измерительного резистора, включенного последовательно с датчиком, регистрировалось микровольтметром измерителя Ф 136, обеспечивающим измерение напряжения до 100 нВ. Измеряемое напряжение пропорционально потоку энергии прошедшей через образец электромагнитной волны. Оценки показывают, что предельные значения удельной проводимости, ограниченные чувствительностью датчика и микровольтметра, составляют порядка 10^3 См/м.

На рис. 2 сопоставляются измеренные зависимости коэффициента пропускания τ для образцов n -Si различной толщины с расчетными частотными характеристиками модуля коэффициента пропускания τ , полученными по формуле (5) с применением (4) и (6).

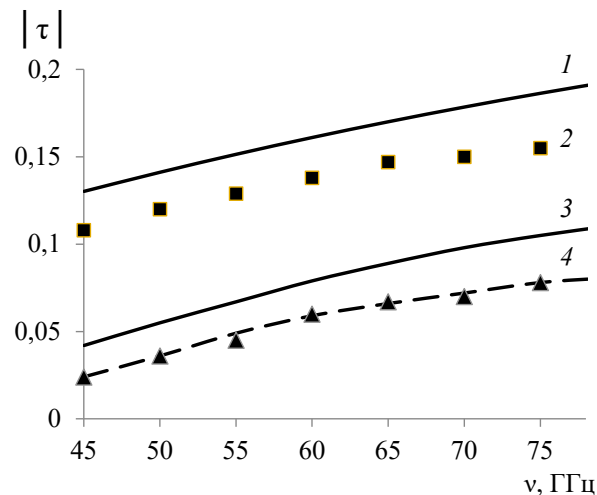


Рис. 2. Измеренные зависимости коэффициента пропускания от частоты для образцов n -Si толщиной $d = 0,5$ мм (2) и 1,0 мм (4) с одинаковой удельной проводимостью $\sigma_{ст} = 100$ См/м. Сплошные кривые 1 и 3 – расчет модуля τ по формулам (4)–(6) для образцов n -Si $d = 0,5$ и 1,0 мм соответственно (внутренние отражения не учитывались). Пунктирная линия – расчет модуля τ для образца n -Si толщиной $d = 1$ мм с учетом многократных внутренних отражений по формуле (10)

В расчетах использовались значения удельной проводимости на постоянном токе $\sigma_{ст} = 100$ См/м и диэлектрической проницаемости в постоянном поле $\epsilon_{ст} = 12,4$, соответствующие этим параметрам для измеряемых образцов.

Для образца толщиной 0,5 мм наблюдается близкая линейной частотная зависимость, которая хорошо согласуется с расчетной. Однако на частотах свыше ~ 60 ГГц происходит заметное отклонение измеренной зависимости от линейной.

Данные, полученные для образца толщиной 1,0 мм, значительно отклоняются от расчетной кривой, полученной в предположении однократного прохождения объема образца.

Для выяснения причин заметного уменьшения коэффициента пропускания излучения по сравнению с расчетным рассматривалась модель, в которой учитывалось внутреннее затухание зондирующей волны в сочетании с многократными внутренними отражениями от граней образца.

Пусть интенсивность I_0 первой отраженной от образца волны определяется ρI_0 . Тогда интенсивность прошедшей в объем образца волны будет равна $(1 - \rho)I_0$. Из образца после первого внутреннего отражения от его грани выйдет волна с интенсивностью $I_0(1 - \rho)^2 \exp(-\beta d)$, так как при каждом однократном отражении от грани выполняется равенство $\tau + \rho = 1$. Коэффициент пропускания для первой прошедшей сквозь образец волны после первого внутреннего отражения равен $(1 - \rho)^2 \exp(-\beta d)$.

После двойного прохождения вторая волна, вышедшая со стороны падения, будет иметь интенсивность $I_0 \rho (1 - \rho)^2 \exp(-2\beta d)$. Интенсивность волны, отразившейся от грани со стороны падения и прошедшей образец, после его третьего прохождения объема образца будет равна $I_0 \rho^2 (1 - \rho)^2 \exp(-3\beta d)$.

Таким образом, интенсивности волн, выходящих из образца со стороны падения, будут равны $\rho I_0, I_0 \rho (1 - \rho)^2 \exp(-2\beta d), I_0 \rho^3 (1 - \rho)^2 \exp(-4\beta d), \dots, I_0 \rho^{2k-1} (1 - \rho)^2 \exp(-2k\beta d)$. Суммирование интенсивностей этих волн дает полную интенсивность отраженного от образца излучения и приводит к формуле для расчета полного коэффициента отражения:

$$\rho^* = \rho + (1 - \rho)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{2k-1} e^{-2k\beta d} = \rho + \frac{\rho(1 - \rho)^2}{e^{2\beta d} - \rho^2}. \quad (9)$$

Аналогично суммирование интенсивностей волн, выходящих из образца, дает формулу для расчета полного коэффициента пропускания:

$$\tau^* = (1 - \rho)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{2k} e^{-(2k+1)\beta d} = \frac{(1 - \rho)^2}{e^{\beta d} - \rho^2 e^{-\beta d}}. \quad (10)$$

Выделив из выражений (9) и (10) вещественную и мнимую части, можно определить модуль и фазу коэффициентов отражения и пропускания.

Зависимость модуля коэффициента пропускания с учетом условия $\sigma / \epsilon \epsilon_0 \omega \gg 1$, рассчитанная по формуле (10), представлена на рис. 2 пунктирной линией.

Показано, что данные, полученные из измерений, хорошо согласуются с расчетной кривой, построенной с учетом затухания зондирующих волн в образце вследствие многократных внутренних отражений от его граней. Таким образом, наблюдаемое отклонение от линейной зависимости можно объяснить, если учесть увеличение затухания зондирующих волн в образце вследствие внутренних отражений при большей толщине образца.

В области частот 60–70 ГГц длина волны $\lambda = c / \nu (\epsilon)^{1/2}$ в материале образца составляет $\sim 1,2$ мм и становится сравнимой с его толщиной. Поэтому после каждого прохождения волны в объеме образца и последующего отражения возможно образование стоячей волны, в результате чего возникает дополнительное интерференционное гашение излучения.

На рис. 3 сопоставлены расчетные и измеренные зависимости удельной проводимости σ от температуры. Значения σ определялись с помощью формулы (8) по наклону линейной части частотной характеристики в области частот 40–75 ГГц.

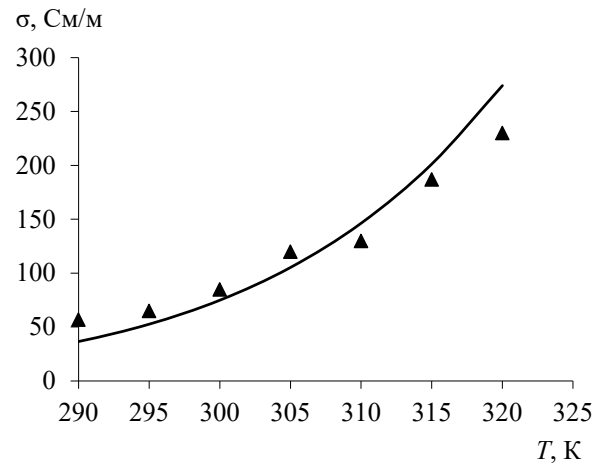


Рис. 3. Расчетная (сплошная линия) и измеренная зависимости удельной проводимости образца n -Si толщиной $d = 0,5$ мм от температуры. Концентрация носителей заряда в образце при $T = 293$ К составляла $n = 1,5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$

Расчетная зависимость удельной проводимости от температуры построена с использованием выражения для удельной проводимости [5]:

$$\sigma = \sigma_0 T^{3/2} \exp(-W / 2kT), \quad (11)$$

где σ_0 – удельная проводимость при температуре $T = 293$ К; W – ширина запрещенной зоны исследуемого образца ($W = 1,1$ эВ). Использование формулы (11) предполагает, что проводимость в исследуемом образце при температурах, близких к комнатной, является собственной, а распределение носителей заряда по энергии является бальцмановским.

В диапазоне температуры $T = 290–320$ К для образца n -Si толщиной 0,5 мм наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и измеренных данных удельной проводимости.

Заключение. Предложена упрощенная методика определения удельной проводимости плоского полупроводникового образца с удельной

проводимостью в диапазоне $10–10^3$ См/м по линейной области частотной характеристики коэффициента пропускания излучения миллиметрового диапазона. Показано, что проводить измерения целесообразно на образцах, толщина которых значительно меньше длины волны зондирующего излучения из-за влияния отражений от граней образца и уменьшения энергии прошедшей волны, а также вследствие возможного эффекта интерференционного гашения. Значения удельной проводимости, полученные с помощью частотных характеристик, хорошо согласуются с расчетными данными собственной проводимости образца при температурах, близких к комнатной.

Список литературы

1. Кучис Е. В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования. М.: Советское радио, 1990. 263 с.
2. Козарь А. В., Пирогов Ю. А. Селин В. И. Об отражении СВЧ волны от полупроводниковой пластины конечной толщины // Вестник Московского университета. Сер.: физика. астрономия., 1973. Т. 14, № 6. С. 729–733.
3. Мадьяров В. Р. Исследование релаксационных свойств полупроводников с помощью интерферометрии миллиметрового диапазона // Труды БГТУ. 2013. № 6: Физико-математические науки и информатика. С. 54–56.
4. Murata K., Hanawa A., Nozaki R. Broadband complex permittivity measurement techniques of materials with thin configuration at microwave frequencies // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 98, no. 8. P. 084107/1–084107/8.
5. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. 543 с.

References

1. Kuchis E. V. *Galvanomagnitnyye efekty i metody ikh issledovaniya* [Galvanomagnetic effects and methods to study them]. Moscow, Sovetskoye radio Publ., 1990. 263 p. (In Russian).
2. Kozar A. V., Pirogov Yu. A., Selin V. I. On microwave reflection from semiconductor wafer of a final thickness. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya Fizika. Astronomiya* [Bulletin of Moscow university], series: *Physic. Astronomy*, 1973, vol. 14, no. 6, pp. 729–733 (In Russian).
3. Madyarov V. R. Studies of semiconductor relaxation properties by means of microwave interferometry in millimeter range. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2013, no. 6: Physics and Mathematics. Informatics, pp. 54–56 (In Russian).
4. Murata K., Hanawa A., Nozaki R. Broadband complex permittivity measurement techniques of materials with thin configuration at microwave frequencies. *J. Appl. Phys.*, 2005, vol. 98, no. 8, pp. 084107/1–084107/8.
5. Nikolskiy V. V., Nikolskiy T. I. *Elektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln* [Electrodynamics and propagation of radio waves]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 543 p. (In Russian).

Информация об авторе

Мадьяров Владимир Рафкатович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: Madyarov@belstu.by

Information about the author

Madyarov Vladimir Rafkatovich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Madyarov@belstu.by

Поступила после доработки 15.03.2023