

МЕХАНИКА MECHANICS

УДК 536.24:66.045

Т. Б. Карлович¹, А. О. Карлович², А. Б. Сухоцкий¹, Е. С. Данильчик¹

¹Белорусский государственный технологический университет,

²Белорусский государственный университет

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЙ ВОЗДУШНЫХ ПОТОКОВ В ШАХТЕ НАД ЭЛЕКТРОПОДОГРЕВАЕМОМ ОДНОРЯДНЫМ ПУЧКОМ ОРЕБРЕННЫХ ТРУБ

В работе экспериментально и теоретически изучены особенности свободно-конвективного движения воздуха в вытяжной шахте над однорядным пучком оребренных труб. Экспериментально определены зависимости температуры боковой стенки шахты от высоты над поверхностью нагрева. Полученные зависимости аппроксимируются прямой линией в численном моделировании на основе уравнений термогравитационной конвекции, учитывающих среднюю по сечению ненулевую скорость течения воздуха в шахте. Экспериментально исследовано влияние застилающего материала (бумажный и алюминиевый листы) дна шахты на характер движения воздуха. Показано, что существенных отличий от свободного прохода воздуха через пучок оребренных труб не наблюдается, так как процесс во всех случаях протекает для чисел Рэлея, значительно превосходящих критическое значение. Это свойство используется для упрощения граничного условия в теоретической постановке задачи. На основе численного моделирования продемонстрировано, что стационарное состояние системы существует лишь для чисел Рэлея $Ra < 40\,000$. При превышении данного значения реализуются квазипериодические незатухающие колебания температуры и скорости в прямоугольной шахте. Показано, что с ростом числа Пекле происходит стабилизация данных колебаний.

Ключевые слова: свободная конвекция, вытяжная шахта, оребренная труба, приближение Обербека – Буссинеска, уравнение Навье – Стокса, числа Рэлея, Прандтля, Пекле.

Для цитирования: Карлович Т. Б., Карлович А. О., Сухоцкий А. Б., Данильчик Е. С. Сравнение результатов теоретического и экспериментального исследований воздушных потоков в шахте на электроподогреваемым однорядным пучком оребренных труб // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. № 2 (272). С. 27–33. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-5.

T. B. Karlovich, A. O. Karlovich, A. B. Sukhotskii, E. S. Danilchik

Belarusian State Technological University

COMPARISON OF THE RESULTS OF THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF AIR FLOWS IN A SHAFT ABOVE AN ELECTRICITY HEATED ONE ROW BUNDLE OF FINNED PIPES

In this paper, the features of free convective air movement in an exhaust shaft above a single row bundle of finned tubes are experimentally and theoretically studied. The dependences of the shaft side wall temperature on the height above the heating surface were experimentally determined. The obtained dependences are approximated by a straight-line in numerical modeling based on the equations of thermogravitational convection, which take into account the nonzero air flow velocity in a mine. The influence of the covering material (paper and aluminum sheets) of the shaft bottom on the nature of air movement was experimentally studied. It is shown that there are no significant differences from the free passage of air through a bundle of finned tubes, since the process in all cases proceeds for Rayleigh numbers that significantly exceed the critical value. This property is used to simplify the boundary condition in the theoretical formulation of the problem. On the basis of numerical simulation, it is shown that the stationary state of the system exists only for Rayleigh numbers $Ra < 40000$. When this value is exceeded, quasi-periodic undamped oscillations of temperature and velocity are realized. It is shown that as the Peclet number increases, these oscillations stabilize.

Keywords: free convection, exhaust shaft, finned tube, Oberbek – Boussinesq approximation, Navier – Stokes equation, Rayleigh, Pandtl, Peclet numbers.

For citation: Karlovich T. B., Karlovich A. O., Sukhotskii A. B., Danil'chik E. S. Comparison of the results of theoretical and experimental investigations of air flows in a shaft above an electricity heated one row bundle of finned pipes. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2023, no. 2 (272), pp. 27–033. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-5 (In Russian).

Введение. Сопоставление результатов моделирования свободной конвекции в вытяжной шахте над однорядным оребренным пучком труб, подогреваемых за счет подведенной электрической мощности, с экспериментом представляет большой интерес для изучения квазипериодических структур в их зарождении, формировании и эволюции. В работах [1–4] было показано, что конечная скорость течения воздуха в шахте оказывает существенное влияние на формирование конвективных структур и с ее ростом может происходить их разрушение и повышение стабильности течения [4]. Однако поле скорости воздуха в вытяжной шахте не является однородной величиной. В местах просачивания воздуха между ребрами труб возникает эффект «суживающего сопла» и происходит значительное ускорение движения воздушных потоков, скорость которого выравнивается по мере его продвижения в шахте к выходу. Если дно шахты застелить каким-либо материалом, то поток воздуха можно сделать более медленным и равномерным, что дает возможность детальнее изучить поведение воздушных масс и организацию квазипериодических структур, сопровождающихся обратным заходом воздуха в шахту. При этом математическая модель, используемая для описания явления, соответствует модели, используемой в работе [1], т. е. системе уравнений термогравитационной конвекции в приближении Обербека – Буссинеска с учетом конечной скорости течения воздуха внутри шахты в виде постоянной величины.

Настоящая работа состоит из двух частей. В первой части рассматривается эксперимент, в котором исследуется распределение температуры по высоте стенки шахты в зависимости от подведенной мощности и материала, закрывающего пучок оребренных труб. Во второй части статьи рассматривается соответствующая математическая модель в виде уравнения Навье – Стокса и уравнения теплопроводности, совместное решение которых позволяет определить поля скорости воздушных потоков и температуру воздуха внутри шахты.

Основная часть. Экспериментальная установка представлена на рис. 1. Пучок оребренных труб 2 расположен внутри вытяжной прямоугольной шахты 1 с размерами основания $b \times c = 38 \times 31$ см и высотой $H = 52$ см, выполненной

из фанеры. Внутри каждой из шести оребренных труб однорядного пучка находится ТЭН, за счет которого происходит разогрев воздуха внутри шахты. Для фиксации направления воздушных потоков использована сетка из легких нитей на проволочном каркасе 5, которая легко перемещается по высоте шахты.

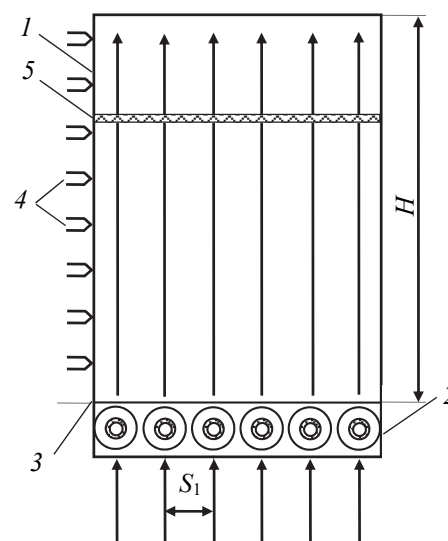


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – вытяжная шахта из фанеры; 2 – пучок оребренных труб; 3 – материал для перекрытия пучка труб; 4 – термомпары; 5 – сетка из легких нитей

Оребренная труба имеет следующие геометрические размеры: наружный диаметр $d = 56$ мм; диаметр трубы по основанию $d_0 = 26,8$ мм; толщина стенки $\delta = 2$ мм; высота ребра $h = 14,6$ мм; шаг ребра $s = 2,5$ мм; средняя толщина ребра $\Delta = 0,5$ мм; длина трубы $l_n = 330$ мм. Поперечный шаг S_1 равен 58 мм. Материал ребристой оболочки – алюминиевый сплав АД1М, материал несущей трубы – углеродистая сталь.

В боковую стенку шахты с равным шагом по высоте 60 мм и начальным отступом 40 мм от пучка оребренных труб смонтированы 8 медь-константановых термомпар 4, заделанных силиконовым герметиком, чтобы не образовывать выступов или неровностей на поверхности, которые могут внести дополнительные возмущения в движение воздуха (рис. 2). В качестве застилаемого материала использованы тонкая бумага (изолятор) и алюминиевый лист (проводник). Размер застилаемого

материала подобран таким образом, чтобы зазоры между стенкой шахты и материалом были минимальными.

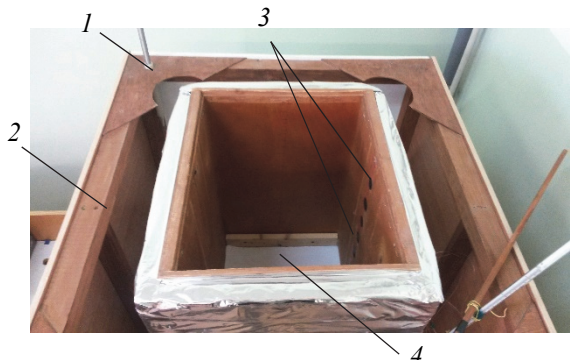


Рис. 2. Вытяжная шахта:

1 – деревянный каркас; 2 – тепловая изоляция;
3 – термопары; 4 – дно шахты с застилаемым
материалом над пучком оребренных труб

При нижнем подогреве шахты сначала прогреваются застилаемый материал дна шахты и ее боковые деревянные стенки, а далее происходит разогрев воздуха внутри шахты. Температура воздуха над пучком труб – t_1 , температура воздуха на выходе – t_2 , температурный градиент – $A = (t_1 - t_2) / H$. Нормированное температурное распределение в зависимости от безразмерной высоты над оребренным пучком $z = h / H$, где h – высота над оребренными трубами (рис. 3). Средняя температура окружающего воздуха t_0 составляла $17,5^\circ\text{C}$.

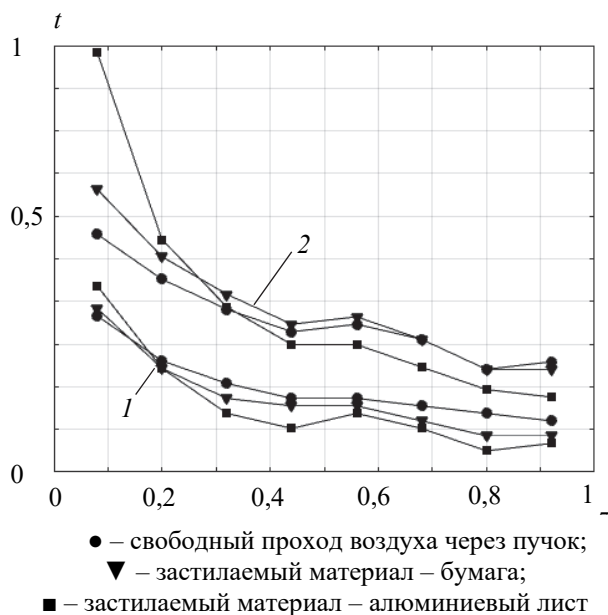


Рис. 3. Графики зависимости температуры боковой стенки шахты от высоты над пучком:
1 – подводенная мощность $W = 4,7$ Вт;
2 – $W = 10,1$ Вт;

Из рис. 3 видно, что наибольший разогрев нижней части стенки шахты происходит при использовании алюминиевого листа, наименьший – при свободном проходе воздуха через оребренный пучок. Температура боковой стенки на выходе из шахты, наоборот, максимальна при свободном проходе воздуха и минимальна при использовании алюминиевого листа. Перекрытие пучка труб листом бумаги приводит к средним значениям температуры на входе и на выходе из шахты. Застылающий материал также способствует уменьшению скорости воздушных потоков внутри шахты без изменения их характера движения.

Таким образом, численное моделирование воздушных потоков в шахте может проводиться на основе более простого граничного условия (плоской границы) вместо сложного ограничения снизу в виде пучка оребренных труб.

Характерные особенности движения воздуха в шахте (направление, амплитуда, периодичность воздушных течений) фиксировались при помощи сетки из легких нитей, которые совершали непрерывные колебания в разных направлениях. Подведенные мощности специально выбирались малыми (4,7 Вт и 10,1 Вт) по сравнению с мощностями, используемыми в работе [5] (90 Вт и 125 Вт), чтобы обнаружить изменения в характерных движениях воздуха. Заметим, что даже такие малые мощности соответствуют числам Рэлея, значительно превышающим критическое число Рэлея $Ra \sim 5300$.

В исследовании выяснилось, что никаких существенных отличий, кроме уменьшения амплитуды колебаний нитей, не обнаружено. Также не наблюдалось какое-либо выраженное стационарное распределение воздушных потоков в объеме шахты.

Для теоретической интерпретации поведения воздуха в шахте рассмотрим двумерную математическую модель задачи в плоскости (x, z) , предполагая, что конвективные структуры в виде валов располагаются в плоскости, перпендикулярной более длинной стороне шахты. Гидродинамическая и тепловая модели для потоков воздуха, дополненные уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости в приближении Обербека – Буссинеска, имеют вид [1]

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} + \mathbf{w} \nabla \mathbf{w} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{w} - \beta \theta \mathbf{g}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \mathbf{w} \nabla \theta = a \Delta \theta, \\ \nabla \mathbf{w} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{w} = w_x \mathbf{i} + w_z \mathbf{k}$ – поле скоростей, м/с; τ – время; ρ_0 – средняя плотность окружающего шахту воздуха, $\text{кг}/\text{м}^3$; p – давление, отсчитываемое

от среднего значения атмосферного давления, Па; ν – кинематическая вязкость, $\text{м}^2/\text{с}$; θ – температура, отсчитываемая от средней температуры t_0 – окружающего воздуха, $^\circ\text{C}$; \mathbf{g} – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$. ∇ – двумерный оператор набла

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}; \quad (2)$$

Δ – двумерный оператор Лапласа

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (3)$$

В модели (1) предполагается, что неоднородности плотности воздуха, вызывающие конвекцию, обусловлены в основном изменением температуры воздуха, а не изменением давления:

$$\rho(\theta) = \rho_0(1 - \beta\theta), \quad (4)$$

где β – коэффициент теплового расширения среды, $^\circ\text{C}^{-1}$.

Вводя безразмерные переменные (p' , \mathbf{v} , τ' , t), нормированные на их характерные значения:

$$p' = \frac{\rho_0 \nu a}{H^2} p; \quad \mathbf{v} = \frac{a}{H} \mathbf{w}; \quad \tau' = \frac{H^2}{\nu} \tau; \quad t = AH\theta \quad (5)$$

и используя числа Прандтля (Pr) и Рэлея (Ra):

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}; \quad \text{Ra} = Ag \frac{\beta H^4}{a\nu}, \quad (6)$$

получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau'} + \frac{1}{\text{Pr}} \mathbf{v} \nabla \mathbf{v} = -\nabla p' + \Delta \mathbf{v} - \text{Ra} t \mathbf{k}, \\ \text{Pr} \frac{\partial t}{\partial \tau'} - \mathbf{v} \mathbf{k} + \mathbf{v} \nabla t = \Delta t, \\ \nabla \mathbf{v} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Систему (7) удобно переписать через функции тока ψ и вихря φ , связанных с компонентами безразмерной скорости \mathbf{v} формулами:

$$w_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad w_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad \varphi = -\frac{\partial w_x}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x}. \quad (8)$$

Исходя из соотношений (8) связь между вихрем и током можно записать в виде уравнения Пуассона:

$$\Delta \psi = -\varphi. \quad (9)$$

Введение обозначений (8) хотя и повышает порядок производных в уравнениях (7), однако позволяет исключить из них поле давления p' :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau'} + \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) &= \Delta \varphi + \text{Ra} \frac{\partial t}{\partial x}, \\ \text{Pr} \frac{\partial t}{\partial \tau'} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial t}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial t}{\partial z} \right) &= \Delta t. \end{aligned} \quad (10)$$

Граничные условия для системы (10) выбирались следующим образом: верхняя и нижняя границы считались свободными, на них горизонтальная компонента скорости обращалась в ноль, а вертикальная равнялась v_0 . Безразмерная температура внизу шахты – максимальна и имеет значение 1, вверху шахты – минимальна и равна нулю. Боковые границы – твердые, на них все компоненты скорости обращаются в ноль. Температурное поле внутри боковой стенки шахты считается линейным, что осуществляется за счет аппроксимации экспериментальных кривых на рис. 3 наклонными прямыми линиями. Тогда граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} z = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\text{Pe}, \quad t = 1, \\ z = 1, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\text{Pe}, \quad t = 0, \\ x = 0, \quad \frac{b}{H}, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad t = 1 - z, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\text{Pe} = w_0 H / a$ – число Пекле, характеризующее скорость просачивания воздуха через границу.

Задача (10)–(11) решалась численно в пакете Matlab. Для этого все частные производные заменялись конечно-разностными выражениями на равномерной сетке для всех переменных:

$$\begin{aligned} x_i &= ih_1, \quad i = 0, 1, \dots, N; \\ z_k &= kh_2, \quad k = 0, 1, \dots, N; \\ \tau'_n &= n\tau_1, \quad n = 0, 1, \dots, N_\tau, \end{aligned} \quad (12)$$

где h_1 – шаг по горизонтальной оси; h_2 – шаг по вертикальной оси; N – число узлов сетки, изменялось от 16 до 25; τ_1 – шаг по времени. Число шагов по времени N_τ выбиралось таким образом, чтобы достичь стационарного состояния воздушного потока (в случае его существования) или режима установившихся колебаний ($N_\tau \sim 10\,000$). В результате система уравнений (10) с граничными условиями (11) для ее численного решения приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi_{i,k}^{n+1} &= \varphi_{i,k}^n + \tau_1 \left\{ \Delta \varphi_{i,k}^n + \frac{\text{Ra}}{2h_1} (t_{i+1,k}^n - t_{i-1,k}^n) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{1}{4h_1 h_2} [(\psi_{i,k+1}^n - \psi_{i,k-1}^n)(\varphi_{i+1,k}^n - \varphi_{i-1,k}^n) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -(\Psi_{i+1,k}^n - \Psi_{i-1,k}^n)(\Phi_{i,k+1}^n - \Phi_{i,k-1}^n) \Big\}, \\
 & t_{i,k}^{n+1} = t_{i,k}^n + \frac{\tau_1}{Pr} \{ \Delta t_{i,k}^n - \\
 & - \frac{1}{4h_1h_2} [(\Psi_{i,k+1}^{n+1} - \Psi_{i,k-1}^{n+1})(t_{i+1,k}^n - t_{i-1,k}^n) - \\
 & - (\Psi_{i+1,k}^{n+1} - \Psi_{i-1,k}^{n+1})(t_{i,k+1}^n - t_{i,k-1}^n)] \Big\}, \\
 & \Delta \Psi_{i,k}^{n+1} = -\Phi_{i,k}^{n+1}. \tag{13}
 \end{aligned}$$

Здесь двумерные лапласианы $\Delta \Phi_{i,k}$, $\Delta t_{i,k}$, $\Delta \Psi_{i,k}$ для $q = \Phi, \Psi, t$ аппроксимировались формулой

$$\begin{aligned}
 \Delta q_{i,k} &= \frac{1}{h_1^2} (q_{i+1,k} - 2q_{i,k} + q_{i-1,k}) + \\
 & + \frac{1}{h_2^2} (q_{i,k+1} - 2q_{i,k} + q_{i,k-1}). \tag{14}
 \end{aligned}$$

Частные производные в граничных условиях (11) записывались с точностью до второго порядка малости [6] в виде зависимостей:

$$\begin{aligned}
 t_{i,N}^n &= 1, \quad \Psi_{i,N}^n = -Pe \cdot h_1 i, \\
 t_{i,0}^n &= 0, \quad \Psi_{i,0}^n = -Pe \cdot h_1 i, \\
 \Phi_{i,N}^n &= \frac{-2(Pe \cdot h_1 i + \Psi_{i,N-1}^n)}{h_2^2}, \\
 \Phi_{i,0}^n &= \frac{-2(Pe \cdot h_1 i + \Psi_{i,1}^n)}{h_2^2}, \\
 \Phi_{i,N} &= -\frac{2}{h_2^2} \Psi_{i,1}, \quad \Phi_{i,0} = -\frac{2}{h_2^2} \Psi_{i,N-1}, \\
 t_{0,k} &= t_{N,k} = 1 - k/N. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Уравнение Пуассона для функции тока ψ в формуле (13) решалось методом Либмана. В качестве начального условия выбирался равномерный нижний подогрев и линейное распределение температуры на боковой стенке. Рассматривался надкритический режим с числами Рэлея, превосходящими критическое число Рэлея.

В ходе численного решения в пакете Matlab обнаружилось, что не для всех чисел Рэлея существует стационарное температурное распределение воздуха внутри шахты. Приблизительно со значения $Ra \sim 35\,000$ для воздушных потоков после первоначальных переходных процессов и установившегося состояния (для чисел Рэлея $Ra \sim 35\,000 - 45\,000$ длится несколько секунд) наблюдается возникновение незатухающих квазипериодических синфазных колебаний полей температуры и функции тока. Подобное явление описано в работе [7], рассчитанное число Рэлея для появления незатухающих колебаний в квадратной области составило $Ra \sim 64\,000$.

Также нами исследовалась зависимость квазипериодических колебаний температуры от числа Пекле. Продемонстрировано, что с ростом числа Пекле происходит стабилизация распределения температуры, однако с ростом числа Рэлея процесс стабилизации замедляется. Например, для числа Рэлея $Ra = 40\,000$ и числа Пекле $Pe = 2$ квазипериодические колебания прекращаются и реализуется стабильное состояние. Для числа Рэлея $Ra = 10^6$ колебания температуры существуют в достаточно широком диапазоне чисел Пекле $Pe \sim 0 \div 20$. По мере роста числа Пекле период колебаний возрастает, и для $Pe = 20$ наблюдается стабильное распределение.

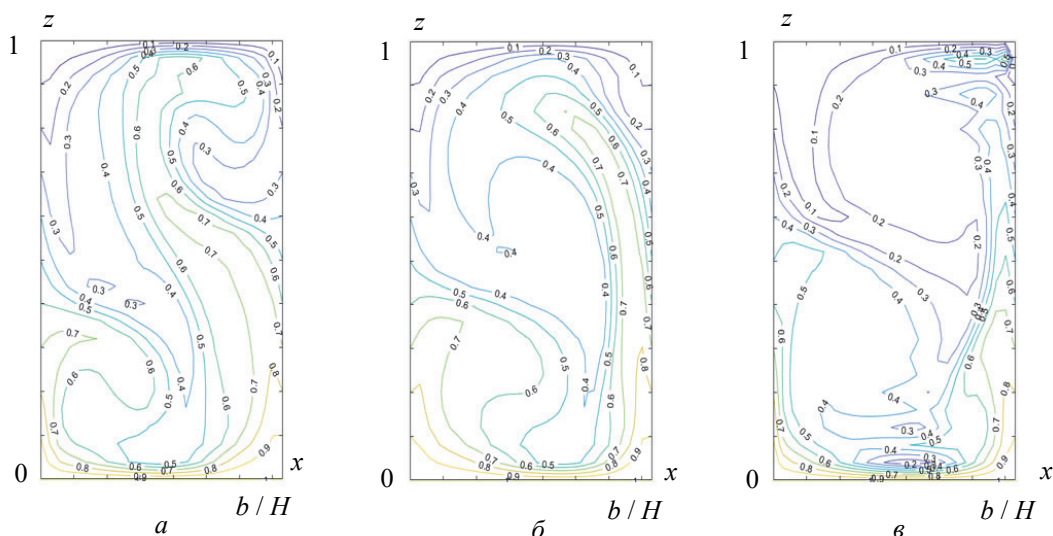


Рис. 4. Квазистационарные распределения безразмерного температурного поля в плоскости xz с числом Рэлея $Ra = 10^6$ для разных значений числа Пекле: $a - Pe = 0, \tau' = 0,19$ с; $b - Pe = 2, \tau' = 0,16$ с; $v - Pe = 20, \tau' = 0,10$ с

Типичные конфигурации температурного поля для различных чисел Пекле приведены на рис. 4. С ростом числа Пекле происходит заметное расслоение температурного поля на мелкие и более устойчивые структуры (рис. 4, б, в). В стабильном состоянии для числа $Pe = 20$, представленном на рис. 4 в, хорошо заметны два изотермических ядра в верхней и нижней части вытяжной шахты.

Заключение. В работе экспериментально и численно исследованы процессы конвективной неустойчивости в вытяжной шахте над электроподогреваемым пучком оребренных труб. Показано, что температура боковой стенки шахты зависит от материала, который располагается над пучком оребренных труб и служит для более

равномерного по сечению шахты нагрева воздуха. Продемонстрировано, что максимальная разница температур на входе и выходе из шахты имеет место при свободном проходе воздуха через оребренные трубы. При этом характер возмущающей конвективной неустойчивости воздушных потоков существенно не меняется. Показано, что внутри шахты может отсутствовать стационарное распределение температурного поля. В этом случае реализуются квазипериодические незатухающие колебания. Продемонстрировано, что с ростом числа Пекле устойчивость системы повышается, квазипериодические колебания исчезают и возникает стабильное тепловое распределение внутри рассматриваемой геометрической области.

Список литературы

1. Карлович Т. Б., Сухоцкий А. Б., Данильчик Е. С. Деформация конвективных ячеек в плоском горизонтальном слое с проницаемыми границами при направленном течении жидкости // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2022. № 2 (260). С. 31–35.
2. Карлович Т. Б., Сухоцкий А. Б., Данильчик Е. С. Конвекция Рэлея – Бенара в вытяжной шахте над однорядным горизонтальным пучком из оребренных труб // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2021. № 2 (248). С. 58–64.
3. Шварцблат Д. Л. О спектре возмущений и конвективной неустойчивости плоского горизонтального слоя жидкости с проницаемыми границами // ПММ. 1968. Вып. 2. С. 276–281.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 318 с.
5. Карлович Т. Б., Сухоцкий А. Б., Данильчик Е. С. Конвективная неустойчивость воздушных потоков в вытяжной шахте над четырехрядным оребренным пучком // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. навук. 2021. Т. 57, № 2. С. 242–254.
6. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / пер. с англ. В. А. Гущина, В. Я. Митницкого; под ред. П. И. Чушкина. М.: Наука, 1980. 660 с.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

References

1. Karlovich T. B., Sukhotskii A. B., Danil'chik E. S. Deformation of convective cells in a flat horizontal layer with permeable boundaries under a directional flow of a liquid. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2022, no. 2 (260), pp. 31–35 (In Russian).
2. Karlovich T. B., Sukhotskii A. B., Danil'chik E. S. Rayleigh-Benard convection in an exhaust shaft above a single-row horizontal bundle of finned tubes. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2021, no. 2 (248), pp. 58–64 (In Russian).
3. Shvartsblat D. L. On the spectrum of perturbations and convective instability of a flat horizontal liquid layer with permeable. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 1968, issue 2, pp. 276–281 (In Russian).
4. Gershuni G. Z., Zhukhovitskiy E. M., Nepomnyaschiy A. A. *Ustoychivost' konvektivnykh techeniy* [Stability of convective flows]. Moscow, Nauka Publ., 1996. 319 p. (In Russian).
5. Karlovich T. B., Sukhotskii A. B., Danil'chik E. S. Convective instability of air flows in the exhaust shaft above a four-row finned bundle. *Vesti NAN Belarusi. Seriya fiz.-mat. nauk* [Vesti NAS of Belarus], series of physics and mathematics, 2021, vol. 57, no. 2, pp. 242–254 (In Russian).
6. Roache P. J. *Computational fluid dynamics*. Hermosa Publ., Albuquerque, 1976. 446 p.
7. Gershuni G. Z., Zhuhovitskiy E. M. *Konvektivnaya ustoychivost' neszhimayemoy zhidkosti* [Convective stability of an incompressible fluid]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 392 p. (In Russian).

Информация об авторах

Карлович Татьяна Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики и конструирования. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: tdkar@mail.ru

Карлович Алексей Олегович – студент механико-математического факультета. Белорусский государственный университет (220050, г. Минск, пр. Независимости, 4, Республика Беларусь). E-mail: aleksei.karlovich@gmail.com

Сухоцкий Альберт Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: alk2905@mail.ru

Данильчик Екатерина Сергеевна – ассистент кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: katya.156.156@gmail.com

Information about the authors

Karlovich Tatyana Borisovna – PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor, the Department of Mechanics and Design. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tbkar@mail.ru

Karlovich Aleksei Olegovich – student, faculty of mechanics and mathematics. Belarusian State University. (4, Nezavisimosti Ave, 220050, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: aleksei.karlovich@gmail.com

Sukhotskii Albert Borisovich – PhD (Technical Sciences), Assistant Professor, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alk2905@mail.ru

Danilchik Ekaterina Sergeevna – Assistant, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: katya.156.156@gmail.com

Поступила после доработки 13.06.2023