УДК 517.977

А. А. Якименко
Белорусский государственный технологический университет

МОДАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ЗАПАЗДЫВЮЩЕГО ТИПА В СЛУЧАЕ КРАТНЫХ КОРНЕЙ

В публикации рассматривается задача модальной управляемости для двумерной стационарной динамической системы с запаздывающим аргументом с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями. Дается определение задачи модального управления для исследуемой системы. Такая задача решена в случае действительных различных корней одного квадратного уравнения, коэффициенты которого выписываются по параметрам исходной системы. В статье получены регуляторы по типу обратной связи, решающие задачу модального управления, как элементарные функции коэффициентов системы в случае кратных корней.

Ключевые слова: запаздывающие системы, модальное управление, регуляторы, обратная связь, запаздывание.

Для цитирования: Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. № 2 (272). С. 18–22. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-3.

A. A. Yakimenka
Belarusian State Technological University

MODAL CONTROLLABILITY OF ONE TWO-DIMENSIONAL DELAYED SYSTEM IN THE CASE OF MULTIPLE ROOTS

The publication deals with the problem of modal controllability for a two-dimensional stationary dynamical system with a retarded argument with one input and two commensurate delays. The definition of the modal control problem for the system under study is given. Such a problem is solved in the case of real different roots of one quadratic equation, the coefficients of which are written out according to the parameters of the original system. In the article, feedback controllers are obtained that solve the problem of modal control as elementary functions of the system coefficients in the case of multiple roots.

Keywords: retarded systems, modal control, regulators, feedback control, delay.

For citation: Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system in the case of multiple roots. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2023, no. 2 (272), pp. 18–22. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-3 (In Russian).

Введение. Задача модального управления является одной из основных задач теории управления. Она хорошо изучена для систем без запаздывания. Для систем с запаздывающим аргументом и систем нейтрального типа [1–10] решение задачи модального управления значительно сложнее. Это обусловлено тем, что пространство состояний таких систем, как правило, бесконечномерно. В данной работе решается задача модального управления для двумерной стационарной динамической системы с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями. Получены регуляторы по принципу обратной связи, решающие задачу модального управления.

Основная часть. Рассмотрим линейную стационарную систему с запаздывающим аргументом с одним входом и двумя соизмеримыми запаздываниями:

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + A_2 x(t-2h) + bu(t), \quad (1)$$

где A_j, $j = 0, 1, 2$ – постоянные (2×2)-матрицы; $h > 0$ – постоянное запаздывание; b – постоянный 2-вектор; u – скалярное управление. Не ограничивая общности, можно считать, что $b' = (0\ 1)$ (штрих $(\cdot)'$ означает транспонирование).

Характеристическое уравнение разомкнутой (с нулевым управлением) системы (1) имеет вид

$$\det\left[\lambda I_2 - A_0 - A_1 e^{-\lambda h} - A_2 e^{-2\lambda h}\right] \equiv$$
$$\equiv \lambda^2 + \left(\alpha_{10} + \alpha_{11} e^{-\lambda h} + \alpha_{12} e^{-2\lambda h}\right)\lambda +$$
$$+ \alpha_{00} + \alpha_{01} e^{-\lambda h} + \alpha_{02} e^{-2\lambda h} + \alpha_{03} e^{-3\lambda h} + \alpha_{04} e^{-4\lambda h}, \quad (2)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$.

Присоединим к системе (1) регулятор вида

$$u(t) = q_0' x(t) + \sum_{j=1}^{L} q_j' x(t - jh) +$$

$$+ \int_{-2h}^{0} g'(s) x(t+s) ds, \qquad (3)$$

где $L \in \mathbb{N}$, q_{00}, q_{ij} – 2-векторы; $g(s)$, $s \in [-h, 0]$ – непрерывная 2-вектор-функция.

В частотной области регулятор (3) имеет вид

$$U(\lambda) = q_0' + \sum_{j=1}^{L} q_j' e^{-jh} + G(\lambda), \qquad (4)$$

где $G(\lambda)$ – целая функция, определяющая интегральную часть (3).

Определение. Система (1) модально управляема регулятором вида (3), если для наперед заданных чисел $\tilde{\alpha}_{ij}$, $i = 0$, $j = 0, 1, 2, 3, 4$; $i = 1$, $j = 0, 1, 2$ найдется такой регулятор, при котором характеристическое уравнение замкнутой системы (1), (3) будет иметь вид (ср. с (2)):

$$\det\left[\lambda I_2 - A_0 - A_1 e^{-\lambda h} - A_2 e^{-2\lambda h} - bU(\lambda)\right] \equiv$$

$$\equiv \lambda^2 + \left(\tilde{\alpha}_{10} + \tilde{\alpha}_{11} e^{-\lambda h} + \tilde{\alpha}_{12} e^{-2\lambda h}\right)\lambda +$$

$$+ \tilde{\alpha}_{00} + \tilde{\alpha}_{01} e^{-\lambda h} + \tilde{\alpha}_{02} e^{-2\lambda h} + \tilde{\alpha}_{03} e^{-3\lambda h} + \tilde{\alpha}_{04} e^{-4\lambda h}.$$

Пусть

$$\mu_1 = \tilde{\alpha}_{10} + \tilde{\alpha}_{11} m + \tilde{\alpha}_{12} m^2; \qquad (5)$$

$$\mu_2 = \tilde{\alpha}_{00} + \tilde{\alpha}_{01} m + \tilde{\alpha}_{02} m^2 + \tilde{\alpha}_{03} m^3 + \tilde{\alpha}_{04} m^4, \qquad (6)$$

где $\tilde{\alpha}_{ij}$, $i = 0$, $j = 0, 1, 3, 4$; $i = 1$, $j = 0, 1, 2$ – произвольные числа. Тогда система (1), замкнутая регулятором, решающим задачу модального управления, имеет следующее характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + \mu_1 \lambda + \mu_2 = 0. \qquad (7)$$

Обозначим $m = e^{-\lambda h}$ – оператор сдвига, $A(m) = A_0 + A_1 m + A_2 m^2$. Пусть матрица $A(m)$ имеет вид

$$A(m) = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 m & b_0 + b_1 m + m^2 \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{bmatrix},$$

где

$$a_{21}(m) = a_{210} + a_{211} m + a_{212} m^2;$$

$$a_{22}(m) = a_{220} + a_{221} m + a_{222} m^2. \qquad (8)$$

Регулятор, решающий задачу модального управления, будем искать в виде

$$U(\lambda, m) = \left[\eta_1(\lambda, m) \;\; \eta_2(\lambda, m)\right]. \qquad (9)$$

В работе [10] показано, что если интегральные компоненты регулятора искать в виде

$$c_0 \frac{m-k}{\lambda - \xi},$$

где $k = e^{-\xi h}$, то ξ удовлетворяет уравнению

$$\xi^2 + (b_1 a_1 - 2a_0)\xi + a_0^2 + b_0 a_1^2 - a_0 a_1 b_1 = 0. \qquad (10)$$

Дискриминант уравнения (10) имеет вид

$$D = a_1^2 b_1^2 - 4 a_1^2 b_0.$$

В работе [10] рассмотрен случай, когда $D > 0$. Предположим теперь, что $D = 0$. Пусть выполнено условие

$$a_1 \neq 0. \qquad (11)$$

Тогда из равенства нулю определителя уравнения (10) следует, что

$$b_0 = \frac{b_1^2}{4}.$$

С учетом последнего условия будем считать, что матрица $A(m)$ имеет вид

$$A(m) = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 m & \frac{b_1^2}{4} + b_1 m + m^2 \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{bmatrix}.$$

Регулятор $U(\lambda, m)$ будем искать в виде

$$U(\lambda, m) = \left[\eta_1(\lambda, m) - a_{21}(m) \;\; \eta_2(\lambda, m) - a_{22}(m)\right].$$

Замкнутая таким регулятором система (1) будет иметь следующее характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} a_0 + a_1 m - \lambda & \frac{b_1^2}{4} + b_1 m + m^2 \\ \eta_1(\lambda, m) & \eta_2(\lambda, m) - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$(a_0 + a_1 m - \lambda)(\eta_2(\lambda, m) - \lambda) -$$

$$-\left(\frac{b_1^2}{4} + b_1 m + m^2\right)\eta_1(\lambda, m) = 0.$$

Потребуем, чтобы левая часть последнего равенства была равна левой части равенства (7), и выразим оттуда $\eta_2(\lambda, m)$. Получим

$$\eta_2(\lambda, m) = \big(4a_1\lambda m + \eta_1\left(b_1^2 + 4b_1 m + 4m^2\right) + $$
$$+ 4a_0\lambda + 4\mu_1\lambda + 4\mu_2\big)\big/\big(4\left(a_0 + a_1 m - \lambda\right)\big). \quad (12)$$

Согласно теореме Винера – Пэли, функция $\eta_2(\lambda, m)$ должна быть целой. Другими словами, при тех значениях λ, при которых знаменатель последней дроби равен нулю, ее числитель также должен быть равен нулю. Выразим m из равенства $a_0 + a_1 m - \lambda = 0$:

$$m = \frac{\lambda - a_0}{a_1}$$

и подставим в числитель дроби (12), приравненный к нулю. Затем выразим из числителя η_1:

$$\eta_1 = -\frac{4\left(-\left(a_0 - \lambda\right) + a_0\lambda + \mu_1\lambda + \mu_2\right)}{b_1^2 - \frac{4b_1\left(a_0 - \lambda\right)}{a_1} + \frac{4\left(a_0 - \lambda\right)^2}{a_1^2}}.$$

Разложив последнюю дробь на простейшие дроби по переменной λ, получим

$$\eta_1 = -a_1^2 - \frac{a_1^2\left(-a_1 b_1 + 2a_0 + \mu_1\right)}{\lambda - a_0 + \frac{a_1 b_1}{2}} -$$
$$-\frac{a_1^2\left(a_1^2 b_1^2 - 4a_0 a_1 b_1 + 4a_0^2 + \left(4a_0 - 2a_1 b_1\right)\mu_1 + 4\mu_2\right)}{4\left(\lambda - a_0 + \frac{a_1 b_1}{2}\right)^2}. \quad (13)$$

Заметим, что $\lambda = a_0 - \frac{a_1 b_1}{2}$ является двукратным корнем уравнения (10). Введем обозначение

$$\delta = a_0 + a_1 e^{-\xi h} - \xi, \quad (14)$$

где $\xi = a_0 - \frac{a_1 b_1}{2}$. Пусть выполнено условие

$$\delta \neq 0. \quad (15)$$

Чтобы η_1 в (13) удовлетворяла условиям теоремы Винера – Пэли, заменим в (13) $\frac{1}{\lambda - \xi}$ на

$$\frac{1}{\delta} \cdot \frac{\delta - \left(a_0 + a_1 m - \lambda\right)}{\lambda - \xi} =$$
$$= \frac{1}{\delta} \cdot \frac{a_0 + a_1 k - \xi - a_0 - a_1 m + \lambda}{\lambda - \xi} = -\frac{a_1}{\delta} \cdot \frac{m - k}{\lambda - \xi} + \frac{1}{\delta},$$

где $k = e^{-\xi h}$. Заменим $\frac{1}{(\lambda - \xi)^2}$ на

$$\frac{1}{\delta} \cdot \frac{\delta - \left(a_0 + a_1 m - \lambda\right)}{(\lambda - \xi)^2} =$$
$$= \frac{1}{\delta} \cdot \frac{a_0 + a_1 k - \xi - a_0 - a_1 m + \lambda}{(\lambda - \xi)^2} =$$
$$= \frac{1}{\delta} \cdot \left(\frac{-a_1(m - k)}{(\lambda - \xi)^2} + \frac{1}{\lambda - \xi}\right) =$$
$$= \frac{-a_1}{\delta} \cdot \left(\frac{(m - k)}{(\lambda - \xi)^2} - \frac{kh}{\lambda - \xi}\right) + \frac{(1 - a_1 kh)}{\delta} \cdot \frac{1}{\lambda - \xi} =$$
$$= \frac{-a_1}{\delta} \cdot \left(\frac{(m - k)}{(\lambda - \xi)^2} - \frac{kh}{\lambda - \xi}\right) +$$
$$+ \frac{(1 - a_1 kh)}{\delta} \cdot \left(-\frac{a_1}{\delta} \cdot \frac{m - k}{\lambda - \xi} + \frac{1}{\delta}\right).$$

Проведя все необходимые преобразования, уравнение (13) перепишем в виде

$$\eta_1(\lambda, m) = \frac{1}{(2k + b_1)^2}\big(a_1^3 b_1^2 hk - 4a_0 a_1^2 b_1 hk +$$
$$+ 4a_0^2 a_1 hk + 4a_1 hk\left(a_0 + a_1 m\right)\mu_1 - 4a_1^2 k^2 +$$
$$+ 4a_1 hk\mu_2 - 8a_0 a_1 k - 4a_0^2 - 4\left(a_0 + a_1 m\right) - 4\mu_2\big) +$$
$$+ \frac{m - k}{\left(\lambda - a_0 + \frac{a_1 b_1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{(2k + b_1)^2}\big(a_1^3 b_1^2 hk -$$
$$- 4a_0 a_1^2 b_1 hk + 4a_0^2 a_1 hk + 4a_1 hk\left(a_0 + a_1 m\right)\mu_1 +$$
$$+ a_1^2 b_1^2 + 4a_1^2 b_1 k + 4a_1 hk\mu_2 - 8a_0 a_1 k -$$
$$- 4a_0^2 - 4\left(a_0 + a_1 m\right)\mu_1 - 4\mu_2\big) + \frac{1}{2k + a_1 b_1} \times$$
$$\times \left(\frac{m - k}{\left(\lambda - a_0 + \frac{a_1 b_1}{2}\right)^2} - \frac{kh}{\lambda - a_0 + \frac{a_1 b_1}{2}}\right) a_1^2 \times$$
$$\times \left(a_1^2 b_1^2 - 4a_0 a_1 b_1 + 4a_0^2 + 4\left(a_0 + a_1 m\right)\mu_1 + 4\mu_2\right). \quad (16)$$

Подставим компоненту регулятора $\eta_1(\lambda, m)$ из (16) в (12) и, выполнив необходимые преобразования, получим

$$\eta_2(\lambda, m) = -\frac{1}{(2k + b_1)^2}\big(a_1 b_1^2 hk\mu_1 + 4a_1 b_1 hkm\mu_1 +$$
$$+ 4a_1 hkm^2\mu_1 + a_1 b_1^2 m + 4a_1 b_1 km + 4a_1 k^2 m + a_0 b_1^2 +$$
$$+ 4a_0 b_1 k + 4a_0 k^2 + 4b_1 k\mu_1 - 4b_1 m\mu_1 + 4k^2\mu_1 -$$
$$- 4m^2\mu_1\big) - \frac{1}{2(2k + b_1)^2} \cdot \frac{m - k}{\lambda - a_0 + \frac{a_1 b_1}{2}} \times$$

$$\times\left(a_1^3b_1^3hk + 2a_1^3b_1^2hkm - 4a_0a_1^2b_1^2hk - 8a_0a_1^2b_1hkm -\right.$$
$$- 2a_1^2b_1^2hk\mu_1 - 4a_1^2b_1hkm\mu_1 + 4a_0^2a_1b_1hk +$$
$$+ 8a_0^2a_1hkm + 4a_0a_1b_1hk\mu_1 + 8a_0a_1hkm\mu_1 +$$
$$+ 2a_1^2b_1^2k + 2a_1^2b_1^2m + 8a_1^2b_1hkm + 4a_1b_1hk\mu_2 +$$
$$+ 8a_1hkm\mu_2 + 4a_0a_1b_1^2 - 16a_0a_1km + 2a_1b_1^2\mu_1 -$$
$$- 8a_1km\mu_1 - 8a_0^2b_1 - 8a_0^2k - 8a_0^2m - 8a_0b_1\mu_1 -$$
$$\left.- 8a_0k\mu_1 - 8a_0m\mu_1 - 8b_1\mu_2 - 8k\mu_2 - 8m\mu_2\right) +$$
$$+\left(\frac{m-k}{\left(\lambda - a_0 + \frac{a_1b_1}{2}\right)^2} - \frac{kh}{\lambda - a_0 + \frac{a_1b_1}{2}}\right)\cdot\frac{a_1(b_1+2m)}{4(2k+b_1)}\times$$
$$\times\left(a_1^2b_1^2 - 4a_0a_1b_1 - 2a_1b_1\mu_1 + 4a_0^2 + 4a_0\mu_1 + 4\mu_2\right).(17)$$

Характеристическое уравнение системы (1), замкнутой регуляторами (16), (17), имеет вид

$$\lambda^2 + \mu_1\lambda + \mu_2 = 0,$$

где μ_1, μ_2 определены в (5), (6), то есть регуляторы (16), (17) решают задачу модального управления для системы (1). Таким образом, справедлива теорема.

Для того чтобы система (1) в случае кратных корней уравнения (1) и выполнения условия (11) была модально управляемой, необходимо и достаточно выполнения условия (15). При этом регулятор, решающий задачу модального управления, задается формулами (16), (17).

При переходе от регуляторов в частотной области к регуляторам вида (3) нужно следовать следующим правилам.

1. Слагаемым вида m^ix_j соответствует

$$x_j(t-ih).$$

2. Слагаемым вида μ_1x_j соответствует

$$\tilde{\alpha}_{10}x_j(t) + \tilde{\alpha}_{11}x_j(t-h) + \tilde{\alpha}_{12}x_j(t-2h).$$

3. Слагаемым вида μ_2x_j соответствует

$$\tilde{\alpha}_{00}x_j(t) + \tilde{\alpha}_{01}x_j(t-h) + \tilde{\alpha}_{02}x_j(t-2h) +$$
$$+ \tilde{\alpha}_{03}x_j(t-3h) + \tilde{\alpha}_{04}x_j(t-4h).$$

4. Слагаемым вида $\frac{m-k}{\lambda-\xi}x_j$ соответствует

$$\int_{-h}^{0} H(t+s)H(h+s)e^{-(h+s)\xi}x_j(t+s)\,ds,$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда.

5. Слагаемым вида $\left(\frac{m-k}{(\lambda-\xi)^2} - \frac{kh}{\lambda-\xi}\right)x_j$ соответствует

$$\int_{-h}^{0} H(t+s)H(h+s)(-h-s)e^{-(h+s)\xi}x_j(t+s)\,ds.$$

6. Слагаемым вида $m\cdot\frac{m-k}{\lambda-\xi}x_j$ соответствует

$$\int_{-h}^{0} H(t+s)H(h+s)e^{-(h+s)\xi}x_j(t-h+s)\,ds.$$

7. Слагаемым вида $m\cdot\left(\frac{m-k}{(\lambda-\xi)^2} - \frac{kh}{\lambda-\xi}\right)x_j$ соответствует

$$\int_{-h}^{0} H(t+s)H(h+s)(-h-s)e^{-(h+s)\xi}x_j(t-h+s)\,ds.$$

Заключение. В статье получен способ нахождения регуляторов по принципу обратной связи, решающих задачу модального управления для двумерной системы запаздывающего типа с двумя соизмеримыми запаздываниями и одним входом в случае кратных корней уравнения (10). Указаны дополнительные условия существования таких регуляторов.

Список литературы

1. Марченко В. М. О проблеме модального управления в линейных системах с запаздыванием // Доклады Академии наук БССР. 1978. № 5. С. 401–404.

2. Salamon D. Control and Observation of Neutral Systems. London: Pitman Press, 1984. 362 p.

3. Wonham W. M. On pole assignment in multi-input controllable systems // IEEE Trans. Automat. Contr. 1967. Vol. AC-12, no. 6. P. 660–665.

4. Кириллова Ф. М., Марченко В. М. Функциональные преобразования и некоторые канонические формы в линейных системах с запаздывающим аргументом. Минск, 1978. 28 с. (Препринт / Акад. наук Белорус. Сов. Социалист. Респ. № 7 (39)).

5. Spong M. W. A semistate approach to feedback stabilization of neutral delay systems // Circuits Systems Signal Process. 1986. Vol. 5, no. 1. P. 69–84.

6. Якименко А. А. Модальное управление одной запаздывающей системой // Труды БГТУ. 2013. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 3–7.

7. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа // Труды БГТУ. 2016. № 6: Физ.-мат. науки и информатика. С. 18–21.

8. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа в общециклическом случае // Труды БГТУ. Сер. 3, Физ.-мат. науки и информатика. 2017. № 2. С. 25–27.

9. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа в общециклическом случае при кратных корнях // Труды БГТУ. Сер. 3, Физ.-мат. науки и информатика. 2018. № 1 (206). С. 5–8.

10. Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. № 1 (266). С. 15–19. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-266-1-3.

References

1. Marchenko V. M. On problem of modal control in linear systems with delay. *Doklady Akademii nauk BSSR* [Reports of the BSSR Academy of Science], 1978, no. 5, pp. 401–404 (In Russian).

2. Salamon D. Control and Observation of Neutral Systems. London, Pitman Press Publ., 1984. 362 p.

3. Wonham W. M. On pole assignment in multi-input controllable systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1967, vol. AC-12, no. 6, pp. 660–665.

4. Kirillova F. M., Marchenko V. M. *Funktsional'nyye preobrazovaniyya i nekotoryye kanonicheskiye formy v lineynykh sistemakh s zapazdyvayushchim argumentom* [Functional transforms and some canonical forms for linear retarded systems]. Minsk, 1978. 28 p. Preprint Institute of mathematics AS BSSR, no. 7 (39) (In Russian).

5. Spong M. W. A semistate approach to feedback stabilization of neutral delay systems. *Circuits Systems Signal Process*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 69–84.

6. Yakimenka A. A. Modal control for one delayed system. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2013, no. 6: Physics and Mathematics. Informatics, pp. 3–7 (In Russian).

7. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2016, no. 6: Physics and Mathematics. Informatics, pp. 18–21 (In Russian).

8. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system in general cyclic case. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2017, no. 2, pp. 25–27 (In Russian).

9. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system in general cyclic case with double roots. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2018, no. 1, pp. 5–8 (In Russian).

10. Yakimenko A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2023, no. 1 (266), pp. 15–19. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-266-1-3 (In Russian).

Информация об авторе

Якименко Андрей Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: yakimenko@belstu.by

Information about the author

Yakimenka Andrei Aliaksandravich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yakimenko@belstu.by

Поступила после доработки 18.04.2023