

**ПРОЧНОСТЬ, ПЛАСТИЧНОСТЬ,
ОБРАБОТКА ДАВЛЕНИЕМ МЕТАЛЛОВ
И ДРУГИХ МАТЕРИАЛОВ**

УДК 539.3

И. И. ЛЕОНОВИЧ, Л. Р. МЫТЬКО, В. С. РОМАНЧИК

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДАВЛЕНИИ СИСТЕМЫ
ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ БАЛОК НА УПРУГОЕ ОСНОВАНИЕ**

В работе предлагается методика расчета конструкций, представляющих систему балок, смещенных друг относительно друга на половину длины и соединенных между собой упругими стержнями. Такая конструкция была предложена в БТИ им. С. М. Кирова для строительства временных автомобильных дорог [1]. Анализ литературных источников не дал готовых теоретических решений, в связи с чем возникла необходимость разработки новой методики расчета.

Расчет предлагаемой конструкции сборно-разборного покрытия (рис. 1) сводится к совместному решению системы дифференциальных уравнений изгиба балок и нелинейных интегральных уравнений, связывающих прогибы основания, равные прогибам балок с номерами (i, j) , и реактивное давление $p_{ij}(x)$:

$$EI \frac{d^4 \omega_{ij}(x)}{dx^4} = \sum_{k=G_{ij}}^{G_{ij}+1} (R_{ik} \delta(x-t_k) + M_{ik} \delta'(x-t_k)) - p_{ij}(x) + (U(x-x_{ij}^H) - U(x-x_{ij}^K)) q_{ij}(x) + \frac{Q}{4a}; \quad (1)$$

$$\omega_{ij}(x_{ij}) = 0, \quad \omega_{ij}'''(x_{ij}) = 0, \quad i = \overline{1, L}, \quad j = \overline{1, M}; \quad (2)$$

$$Dp_{ij}^\alpha(x) + \theta \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \int_{x_{lm}}^{x_{lm}} p_{lm}(t) T_l(x-t) dt = \omega_{ij}(x), \quad (3)$$

где

$$T_l(x-t) = \ln \left| \frac{\left((i-l + \frac{1}{2})b + \sqrt{\left((i-l + \frac{1}{2})b \right)^2 + (x-t)^2} \right)}{\left((i-l - \frac{1}{2})b + \sqrt{\left((i-l - \frac{1}{2})b \right)^2 + (x-t)^2} \right)} \right|;$$

EI — жесткость элементарной балки; $G_{ij} = 2j$ — для четного i ; $G_{ij} = 2j - 1$ — для нечетного i ; R_{ik} и M_{ik} — реакции и моменты упругих стержней с жесткостью $E_1 I_1$, соединяющих балки в точках $t_j = (2j - 1)$; $\delta(x)$ — дельта-функция; $U(x) = 0, x < 0$; $U(x) = 1, x \geq 0$; $q_{ij}(x)$ — внешняя нагрузка, действующая на балку на участке $[x_{ij}^H, x_{ij}^K]$, L и M — число балок

в поперечном и продольном направлениях; Q —масса балки; $x_{ij} = 2a(G_{ij} - 1)$; $X_{ij} = 2a(G_{ij} + 1)$ —координаты начала и конца балки; $4a$, b —длина и ширина балки; $\theta = (1 - \nu_0^2)/\pi E_0$; D , ν , E_0 и α —параметры нелинейной зависимости между осадкой основания и реактивным давлением. При $D = 0$ эта зависимость описывает упругое полупространство, при $\theta = 0$, $\alpha = 1$ она представляет модель Винклера [2—4].

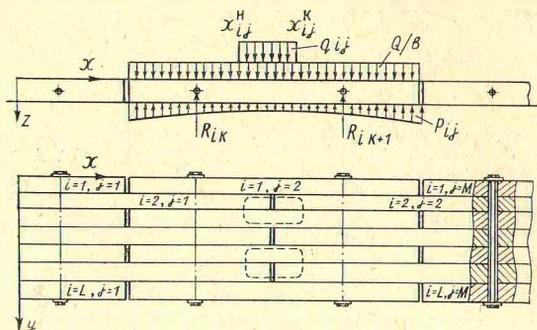


Рис. 1. Конструкция и расчетная схема сборно-разборного покрытия

Для определения жесткого перемещения элементарных балок и реакций упругих стержней R_{ij} к (1)—(3) присоединяются условия равновесия балок и стержней:

$$Q + Q_{ij} - P_{ij} - R_{ik} - R_{i,k+1} = 0,$$

$$Q2a + S_{ij} - R_{ik}a - R_{i,k+1}3a - F_{ij} = 0, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^L R_{ik} = 0, \quad \sum_{i=1}^L R_{ik}i = 0, \quad k = \overline{1, 2M}, \quad (5)$$

где

$$P_{ij} = b \int_{x_{ij}^H}^{x_{ij}^K} p_{ij}(t) dt, \quad Q_{ij} = b \int_{x_{ij}^H}^{x_{ij}^K} q_{ij}(t) dt,$$

$$F_{ij} = b \int_{x_{ij}^H}^{x_{ij}^K} p_{ij}(t)(t - x_{ij}) dt, \quad S_{ij} = b \int_{x_{ij}^H}^{x_{ij}^K} q_{ij}(t)(t - x_{ij}) dt,$$

а также уравнения, выражающие равенство прогибов балок и стержней в местах болтовых соединений:

$$\omega_{ij}(t_k) = \bar{\omega}_k \left(\left(i - \frac{1}{2} \right) b \right), \quad k = \overline{1, 2M}. \quad (6)$$

Здесь

$$\bar{\omega}_k(y) = \bar{\omega}_k^0 + \bar{\varphi}_k^0 y + \frac{1}{EI} \sum_{j=1}^L R_{jk} U \left(y - \left(j - \frac{1}{2} \right) b \right) \frac{\left(y - \left(j - \frac{1}{2} \right) b \right)^3}{6} \quad (7)$$

— прогиб поперечных стержней.

Интегрирование (1), (2) и подстановка полученного для $\omega_{ij}(x)$ выражения в (3) приводят к следующей системе нелинейных интегральных уравнений (предполагается, что M_{ik} малы):

$$Dp_{ij}^{\alpha}(x) + \theta \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \int_{x_{lm}}^{x_{lm}} p_{lm}(t) T_l(x-t) dt = \omega_{ij}^0 + \Phi_{ij}^0(x - x_{ij}) + \\ + \frac{1}{EI} \left(\sum_{k=G_{ij}}^{G_{ij}+1} R_{ik} \frac{(x-t_k)^3}{6} U(x-t_k) - \int_{x_{ij}}^x p_{ij}(t) \frac{(x-t)^3}{6} dt \right) + \Phi_{ij}(x); \quad (8)$$

$$\Phi_{ij}(x) = \frac{1}{EI} \left(U(x - x_{ij}^n) \int_{x_{ij}^n}^x q_{ij}(t) \frac{(x-t)^3}{6} dt - \right. \\ \left. - U(x - x_{ij}^k) \int_{x_{ij}^k}^x q_{ij}(t) \frac{(x-t)^3}{6} dt + \frac{Q}{96a} (x - x_{ij})^4 \right). \quad (9)$$

Для определения ω_{ij}^0 , Φ_{ij}^0 к (8) присоединяются уравнения (4), для определения R_{ik} — уравнения (5), (6).

Решение задачи производилось методом итераций на основании формул

$$\theta \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \int_{x_{lm}}^{x_{lm}} p_{lm}^{(n)}(t) T_l(x-t) dt - \omega_{ij}^{0(n)} - \Phi_{ij}^{0(n)}(x - x_{ij}) = \quad (10)$$

$$= \frac{1}{EI} \left(\sum_{k=G_{ij}}^{G_{ij}+1} R_{ik}^{(n-1)} \frac{(x-t_k)^3}{6} U(x-t_k) - \int_{x_{ij}}^{x_{ij}} p_{ij}^{(n-1)}(t) \times \right. \\ \left. \times \frac{(x-t)^3}{6} dt \right) - D(p_{ij}^{(n-1)}(x))^{\alpha} + \Phi_{ij}(x);$$

$$b \int_{x_{ij}}^{x_{ij}} p_{ij}^{(n)}(t) dt = Q + Q_{ij} - R_{ik}^{(n-1)} - R_{ik+1}^{(n-1)};$$

$$b \int_{x_{ij}}^{x_{ij}} p_{ij}^{(n)}(t) (t - x_{ij}) dt = Q2a + S_{ij} - R_{ik}^{(n-1)} a - R_{ik+1}^{(n-1)} 3a; \quad (11)$$

$$\bar{\omega}_k^{0(n)} + \bar{\Phi}_k^{0(n)} \left(i - \frac{1}{2} \right) b + \frac{b^3}{6EI} \sum_{j=1}^l R_{jk}^{(n)} d_{ij} = \omega_{ij}^{(n)}(t_k); \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^L R_{ik}^{(n)} = 0, \quad \sum_{i=1}^L R_{ik}^{(n)} t = 0, \quad k = \overline{1, 2M}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad d_{ij} = (i - j)^3$$

и представления $p_{lm}^{(n)}(x)$ в виде:

$$p_{lm}^{(n)}(x) = \sum_{k=1}^N c_{lmk}^{(n)} \Psi_k(x). \quad (13)$$

Здесь $\Psi_k(x)$ — кусочно-линейные или же кусочно-постоянные функции.

Подстановка (13) в (10) — (12) приводит к решению итерационной последовательности систем линейных алгебраических уравнений относительно c_{lmk} , ω_{ij}^0 , φ_{ij}^0 , R_{ik} . Итерационный процесс прекращается при достижении требуемой точности и максимального числа итераций.

Полученные результаты позволяют вычислять прогибы балок, изгибающие моменты и поперечные силы по формулам:

$$\omega_{ij}(x) = \omega_{ij}^0 + \varphi_{ij}^0(x - x_{ij}) + \frac{1}{EI} \left(\sum_{k=G_{ij}}^{G_{ij+1}} R_{ik} U(x - t_k) \times \right. \\ \left. \times \frac{(x - t_k)^3}{6} - \int_{x_{ij}}^x p_{ij}(t) \frac{(x - t)^3}{6} dt \right) + \Phi_{ij}, \quad (14)$$

$$M_{ij} = \sum_{k=G_{ij}}^{G_{ij+1}} R_{ik} U(x - t_k)(x - t_k) - \int_{x_{ij}}^x p_{ij}(t)(x - t) dt + U(x - x_{ij}^H) \times \\ \times \int_{x_{ij}^H}^x q_{ij}(t)(x - t) dt - U(x - x_{ij}^K) \int_{x_{ij}^K}^x q_{ij}(t)(x - t) dt + \frac{Q}{8a}(x - x_{ij})^2, \quad (15)$$

$$N_{ij} = \sum_{k=G_{ij}}^{G_{ij+1}} R_{ik} U(x - t_k) - \int_{x_{ij}}^x p_{ij}(t) dt + U(x - x_{ij}^H) \times \\ \times \int_{x_{ij}^H}^x q_{ij}(t) dt - U(x - x_{ij}^K) \int_{x_{ij}^K}^{x_{ij}} q_{ij}(t) dt + \frac{Q}{4a}(x - x_{ij}). \quad (16)$$

Изложенный алгоритм реализован в программе BALKA на языке FORTRAN для ЭВМ ЕС-1022. Использование различных других алгоритмов не привело к устойчивым числовым результатам. Исходными параметрами задачи являются упругие постоянные балок, основания и стержней, количество и размеры балок, величина и площадка приложения внешних нагрузок. Результатами являются значения p_{ij} , ω_{ij} , M_{ij} , N_{ij} под балками, а также их эпюры, выводимые графически.

На рис. 2 изображены распределения нормального напряжения прогибов, изгибающих моментов и поперечных сил нагруженных балок.

Расчеты произведены при $EI = 0,32 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$, $E_1 I_1 = 0,4 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$, $E_0 = 0,2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$, $Q = 0,1 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$, $b = 0,14 \text{ м}$, $a = 0,5 \text{ м}$, $d = 0,14 \text{ м}$, $L = 7$, $M = 4$, $D = 0,01 \theta$, $\alpha = 0,8$.

Нагрузка на каждую балку с помощью расчетов выбиралась такой, что прогибы балок, попадающих под одно и то же колесо, были равны между собой на участке приложения нагрузки. Общая нагрузка принята равной нагрузке от автомобиля МАЗ-509 с учетом коэффициента динамичности и коэффициента перегрузки и составляла 70000 Н на одно колесо.

Как показывают расчеты, стержневые соединения снижают нормальное напряжение, прогибы и изгибающий момент, возникающие в элементах конструкции на 20—30% по сравнению с покрытием из балок,

не соединенных между собой стержнями. Это происходит за счет передачи части нагрузки через стержни на балки, соседние с загруженными. Благодаря шарнирному соединению балок, а также их смещению друг относительно друга на половину длины нагрузка, действующая на покрытие, распределяется на значительную площадь, почти в два раза большую, чем в несоединенных балках.

Наличие стержневых соединений существенно влияет на форму эпюры нормального напряжения и изгибающего момента. В местах установки стержней нормальное напряжение и изгибающий момент снижаются на 40—50% по сравнению с балками без стержней.

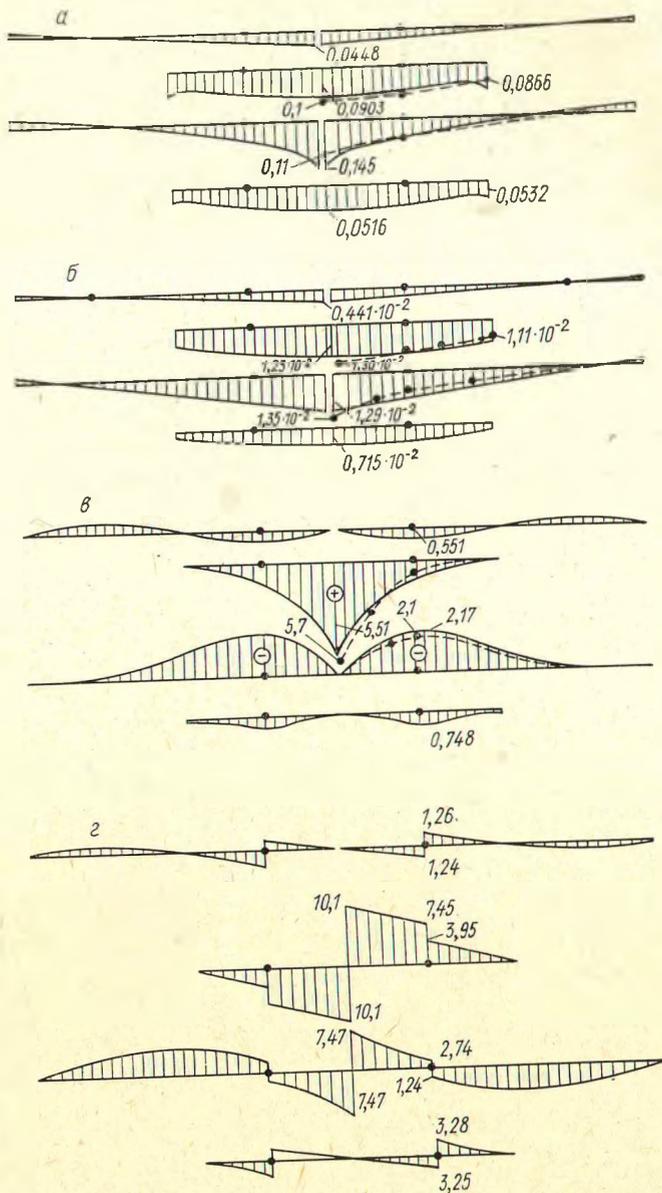


Рис. 2. Эпюры распределения нормального напряжения (а, P , МПа), прогибов (б, в, v), изгибающих моментов (в, M , кН·м) и перерезывающих сил нагруженных балок (г, Q , кН). Штриховая линия — экспериментальные данные

При зажатии балок гайками на стержнях появляется необходимость учитывать также напряжения, возникающие из-за трения между балками. Как показывают расчеты покрытия с учетом сил трения, нормальное напряжение, прогибы и изгибающий момент снижаются на 10—15% по сравнению с незажатыми балками.

Как видно из рис. 2, фактическая величина максимального положительного изгибающего момента, возникающего в несущих элементах конструкции, на 3,3% выше, чем полученного по расчету.

Сравнительно большие значения отрицательного изгибающего момента (35% от максимального) образуются в несущих элементах в местах соединения их упругими стержнями при установке нагрузки на край балки.

Проведенные исследования показали хорошую сходимость экспериментальных данных с расчетными и позволили определить основные геометрические параметры несущих элементов покрытия.

Для проверки работоспособности разработанной конструкции сборно-разборного покрытия были построены опытные участки временных автомобильных дорог. Производственные испытания показали, что покрытие вполне работоспособно, надежно в работе, хорошо вписывается в рельеф местности и обеспечивает ритмичное движение автотранспорта на участках с низкой несущей способностью грунтов. Простота конструкции и возможность быстрой укладки и сборки сборного покрытия позволяет рекомендовать его для широкого внедрения на строительстве временных автомобильных дорог.

Summary

The problem of interconnected beams system pressure upon an elastic base has been solved. The numeric results are given.

Литература

1. Леонович И. И., Мытько Л. Р. А. с. 751883 (СССР). Бюл. изобрет., 1980, № 28.
2. Симвулиди И. А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании.— М.: Высшая школа, 1978.— 273 с.
3. Уваров Б. В. Расчет шарнирно-соединенных балок и плит на нелинейном основании.— Основания, фундаменты, механика грунтов, 1973, № 3—4, с. 8—9.
4. Черкасов И. И. Механические свойства грунтов в дорожном строительстве.— М.: Транспорт, 1976.— 247 с.

*Белорусский технологический институт
им. С. М. Кирова*

*Поступила в редакцию
19.01.81*