Подсекция 1. Дифференциальные уравнения и численные методы

РЕШЕНИЕ ДУ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ МЕТОДОМ ШАГОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATLAB

И.К. Асмыкович, Е.А.Зинченко, П.В.Каменко

(БГТУ, Минск)

Дифференциальными уравнениями (ДУ) с отклоняющимся аргументом называются дифференциальные уравнения, в которые неизвестная функция и её производные входят при различных значениях аргумента.

ДУ с отклоняющимся аргументом описывают многие процессы с последействием, такие уравнения появляются когда в рассматриваемой задаче сила, действующая на материальную точку, зависит от скорости и положения этой точки не только в данный момент, но и в момент, предшествующий данному. Например, в системах автоматического регулирования запаздыванием является промежуток времени который нужен системе для реагирования на входной импульс.

Рассмотрим основную начальную задачу для ДУ с запаздыванием:

$$\dot{x}(t)=f(t,x(t),x(t-h)),\ t>t_0$$

$$x(\tau)=\varphi_0(\tau) \text{ при } t_0 - h\leq\tau\leq t_0$$

Простейшим методом решения такой задачи является методом последовательного интегрирования, заключающегося в том, что решение $x(t)$ определяется путём последовательного решения задачи Коши для дифференциальных уравнений без запаздывания на интервалах, длины которых равны запаздыванию. Таким образом на k+1-ом шаге получаем задачу Коши в виде

$$\dot{x}(t)=f(t,x(t), x_1(t-h)),\ t\in[t_0+kh,t_0+(k+1)h]$$

$$x(t_o+kh)= x_k\,(t_o+kh)$$

При этом частное решение, полученное на предыдущем интервале, подставляется в правую часть уравнения на следующем этапе. Ясно, что если это приближённое решение, то его точность существенно зависит от методики подбора эмпирической формулы на каждом шаге .

Нами реализован этот алгоритм в среде MATLAB. Суть: задаём участок времени оператором FOR, вводим матрицу коэффициентов при переменных, вводим начальные условия для 1-го отрезка времени. При помощи встроенной функции задаём ДУ. Далее с использованием оператора ode45 находи численное решение на 1-ом отрезке времени. Оператором polyfit аппроксимируем полученное решение – получаем коэффициенты функции для следующего отрезка времени. Далее повторяем рассмотренные операции до необходимого значения времени. В докладе рассмотрено решение конкретных примеров и произведено сравнение с точным решением.

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕАЛИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ С ОПЕРЕЖЕНИЕМ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ГРАДИЕНТНОГО ТИПА

А.Ф. Каморников, Т.А. Титкова
(ГГУ им. Ф.Скорины, Гомель)

В области $\overline{G} = \overline{\Omega} \times (0 < t \le T]$, $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, Γ -граница Ω, $\Omega = \{x = (x_1, x_2), 0 < x_\alpha < l_\alpha, \alpha = 1,2\}$ рассматривается уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(g\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_2}\right)^2\right)\frac{\partial u}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(g\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_2}\right)^2\right)\frac{\partial u}{\partial x_2}\right) + f(x_1, x_2, t) \quad (1)$$

с граничными и начальными условиями

$$u(x,t) = \mu(x,t), \quad x \in \Gamma, \quad 0 < t \le T, \quad (2)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \overline{u}_0(x), \ x \in \overline{\Omega} \quad (3)$$

При этом будем предполагать, что существует единственное решение $u(x,t)$ поставленной задачи (1) - (3), непрерывное в замкнутой области $\overline{G}$ и удовлетворяющее условию $u(x,t) \in C_4^4(\overline{G})$, где $C_\beta^\gamma(\overline{G})$ – класс функций, имеющих β непрерывных производных по x_1, x_2 и γ – по t в области $\overline{G}$.

Для решения задачи (1) – (3) на сетке $\omega_{h\tau} = \overline{\omega}_h \times \overline{\omega}_\tau$, $\overline{\omega}_h = \omega_h \cup \gamma_h$ построена экономичная разностная схема с опережением метода суммарной аппроксимации

$$\frac{y_1 - 2\check{y}_2 + \check{y}_1}{\tau^2} = \frac{1}{4}\left\{(g(y_{1,x_1}^2 + \check{y}^2_{2,x_2})y_{1,x_1})_{\bar{x}_1} + (g(y_{1,\bar{x}_1}^2 + \check{y}^2_{2,\bar{x}_2})y_{1,\bar{x}_1})_{x_1}\right\} + \varphi_1(x_1, t_1'), \quad (4)$$

$$\frac{y_2 - 2y_1 + \check{y}_2}{\tau^2} = \frac{1}{4}\left\{\left(g\left(y_{2,x_2}^2 + y_{1,x_1}^2\right)y_{2,x_2}\right)_{\bar{x}_2} + \left(g\left(y_{2,\bar{x}_2}^2 + y_{1,\bar{x}_1}^2\right)y_{2,\bar{x}_2}\right)_{x_2}\right\} + \varphi_2(x_2, t_2'), \quad (5)$$