

УДК 661.152.3.099.2.023

**Н.А. Высоцкая<sup>1</sup>, В.С. Францкевич<sup>2</sup>, С.Л. Белько<sup>1,3</sup>**<sup>1</sup>ЗАО «Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством», г. Солигорск, Беларусь<sup>2</sup>УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь<sup>3</sup>Филиал Белорусского национального технического университета, г. Солигорск, Беларусь**КИНЕТИКА ГРАНУЛООБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ УДОБРЕНИЙ  
В АППАРАТАХ БАРАБАННОГО ТИПА**

**Аннотация.** Кинетика процесса гранулообразования – изменение гранулометрического состава гранулируемого продукта во времени. В работе представлен расчет диаметра гранул после гранулирования, среднего размера гранул комплексных удобрений при гранулообразовании в барабанном грануляторе. Приведено основное уравнение кинетики гранулирования, а также математическая модель роста частиц при гранулировании методом окатывания и изменение гранулометрического состава во времени. Отмечено, что распределение гранул по размерам стремится к линейной зависимости.

**Ключевые слова:** кинетика, гранулирование, скорость, барабан, налипание.

**N.A. Vysotskaya<sup>1</sup>, V.S. Frantskevich<sup>2</sup>, S.L. Bel'ko<sup>1,3</sup>**<sup>1</sup>JSC "Soligorsk Institute of Resources Saving Problems with Pilot Production", Soligorsk, Belarus<sup>2</sup>Belarusian State Technological University, Minsk, Belarus<sup>3</sup>Branch of the Belarusian National University of Technology, Soligorsk, Belarus**KINETICS OF COMPLEX FERTILIZER GRANULATION  
IN DRUM-TYPE APPARATUSES**

**Abstract.** The kinetics of the granulation process is the change in the granulometric composition of the granulated product over time. The paper presents the calculation of the granule diameter of after granulation, the average size of the complex fertilizers granules during granulation in a drum granulator. The basic equation of the granulation kinetics is given, as well as a mathematical model of particle growth during granulation by the pelletizing method and the change in the granulometric composition over time. It is noted that the size distribution of granules tends to a linear correlation.

**Keywords:** kinetics, granulation, velocity, drum, sticking.

**Введение**

Во многих отраслях промышленности, в том числе в сельском хозяйстве, широкое применение получили гранулированные материалы [1], [2]. Получение высоких и стабильных урожаев сельскохозяйственных культур часто возможно лишь при создании оптимальной системы питания растений и, прежде всего, за счет применения удобрений [3], [4].

Современные минеральные удобрения, помимо питательных веществ, могут содержать физиологически активные вещества, средства защиты растений от вредителей и болезней и другие добавки [5].

Для практического применения удобрений необходимо обеспечение неизменности характеристик в процессе транспортировки и хранения гранул. В связи с этим требуется решение задачи получения гранулированных удобрений с улучшенными физико-механическими и физико-химическими свойствами [6].

### Основная часть

Одним из основных показателей эффективности работы гранулятора является выход товарной фракции, то есть процентное содержание в готовом продукте гранул определенных размеров [7].

В различных грануляторах как по размеру, так и по конструкции происходят процессы образования и роста гранул. Изменение гранулометрического состава гранулируемого продукта во времени является кинетикой процесса гранулообразования. Очевидно, что все мелкие частицы прилипают к крупным и распределяются по их поверхности равномерным слоем одинаковой толщины. Размер зародышей при этом роли не играет.

Показателем гранулируемости как на стадии смешения шихты, так и окатывания является критерий комкуемости  $K$  [8], [9]:

$$K = \frac{B_M}{B_K - B_M}, \quad (1)$$

где  $B_M$  – максимальная молекулярная влагоемкость;

$B_K$  – максимальная капиллярная влагоемкость.

Критерий комкуемости варьируется от 0,2 до 1, и чем ближе показатель комкуемости к единице, тем большей склонностью к гранулированию обладает материал [10].

Получено уравнение для расчета диаметра гранул после гранулирования (2):

$$d_{гр} = d_{исх} + \frac{\rho_{к.ж.}}{\rho_{иск.}} \cdot \frac{a}{3}, \quad (2)$$

где  $d_{исх}$  – диаметр исходного зерна;

$\rho_{к.ж.}$  – кажущаяся плотность крупных кусочков (чем ниже кажущаяся плотность, тем больше воздуха в материале);

$\rho_{иск.}$  – плотность комкуемого материала в неокатанном состоянии;

$$a = \frac{P_{к.м.}}{\sum_{i=1}^n p_i / d_{исх}};$$

$P_{к.м.}$  – количество комкуемого материала;

$p_i$  – количество комкуемого материала в каждой фракции.

Коэффициент скорости гранулирования определяется выражением (3):

$$k_v = G \frac{\sum_{i=1}^n p_i / d_{исх}}{P_{к.м.}}, \quad (3)$$

где  $G$  – масса фракции гранул.

Аналитически установлено, что с увеличением коэффициента скорости гранулирования  $k_v$  мелкие фракции быстрее накатываются на крупные зерна. Однако такой параметр, как способность материала взаимодействовать с жидким связующим, не был учтен при расчете коэффициента  $k_v$ , поэтому расчет, приведенный выше, подходит только для идеального случая.

Средний размер гранул при гранулообразовании в барабанном грануляторе находится из выражения (4):

$$d_{гр\text{ ср}}^3 = d_{исх\text{ ср}}^3 + \frac{d_0 \exp 3\varphi(W - W_{\min}) - d_{исх\text{ ср}}^3}{\tau_{ср}} \tau, \quad (4)$$

где  $d_{исх\ ср}$  – средний диаметр исходного зерна;

$d_0$  – диаметр частиц в начале гранулообразования;

$\phi$  – экспериментально устанавливаемый коэффициент, который характеризует свойства гранулируемого материала;

$W_{min}$  – минимальное содержание связующего, соответствующее началу гранулирования;

$\tau$  – текущее время;

$\tau_{ср}$  – среднее время пребывания материала в грануляторе.

Равенство (4) является верным только при гранулировании методом нашлаивания, и по этой причине оно применимо в узком интервале изменения режимных параметров. Скорость роста гранул в непрерывном процессе не зависит от их размера, а в периодическом (процесс, при котором мелкая фракция для нашлаивания не поступает дополнительно извне) – скорость увеличения диаметра гранулы тем выше, чем больше гранула.

При периодическом процессе гранулирования в барабанном грануляторе представляется возможность регулирования размера гранул путем изменения количества подаваемого в барабан исходного продукта и скорости его вращения.

Для расчета диаметра гранул используется формула (5):

$$d_{гр} = d_0 \left( 1 + \frac{\sigma' \rho'}{\mu \sigma \rho} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (5)$$

где  $\sigma, \sigma'$  – объемная доля твердого вещества в слое и в зародыше, соответственно;

$\rho, \rho'$  – плотность частицы и материала зародыша, соответственно;

$\mu$  – отношение масс зародышей и слоя.

Основным фактором, определяющим выход гранул, является интенсивность, с которой слой прилипает к ядру.

Отношение  $D$  диаметра гранулы к диаметру исходного зерна определяется выражением (6):

$$D = \frac{d_{гр}}{d_{исх}} = \frac{\epsilon}{1 - \left[ \sum_i \left( 1 - \frac{g}{D_{исх}} \right)^3 G_{исх} \right]^{\frac{1}{3}}}, \quad (6)$$

где  $d_{гр}$  – диаметр гранулы;

$\epsilon$  – доля поверхностного объема гранулы, незанятая жидкостью;

$G_{исх}$  – масса фракции гранул, имеющих диаметр  $d_{исх}$ ;

$D_{исх}$  – отношение диаметра исходного зерна к диаметру исходной частицы,  $D_{исх} = d_{исх}/d_0$ .

Из выражения (6) видно, что гранулометрический состав продукта зависит от гранулометрического состава исходных зерен и количества связующей жидкости. Величина  $\epsilon$  зависит от свойств гранулируемого материала и определяется экспериментально для каждого конкретного случая.

Выражения (4)–(6) используются для расчета среднего размера частиц после процесса гранулирования.

Процесс гранулирования в барабанном грануляторе рассматривается, как объединение мелких зародышей, беспорядочно движущихся и перемешивающихся в плотном слое. Немаловажным параметром при гранулировании является распределение продукта по размерам. Функцией размера одного зародыша и распределения размеров остальных зародышей является частота столкновений в процессе вращения барабанного гранулятора.

Основное уравнение кинетики гранулирования для фракций  $i$  и  $j$ , при учете функции вероятности, имеет вид:

$$\frac{dn_i(\tau)}{d(\tau)} = \frac{-k\beta(\tau)n_i(\tau)}{N(\tau)} \sum_{j=1}^{\infty} n_j(\tau) + \frac{k\beta(\tau)}{2N(\tau)} \sum_{j=1}^{i-1} n_j(\tau)n_{i-j}(\tau),$$

где  $\beta(\tau)$  – функция интенсивности столкновений, порозности (отношение объема свободного пространства между частицами к объему слоя) и зародышей, их размера, способности к пластичности и деформации;

$k$  – коэффициент пропорциональности;

$n_i(\tau), n_j(\tau)$  – число зародышей определенного размера, имеющих объем  $V_i$  и  $V_j$ ;

$N(\tau)$  – полное число зародышей в системе на время  $\tau$ .

При суммировании уравнений по всем размерам гранул получается выражение (7):

$$\frac{dN(\tau)}{d(\tau)} = -\lambda(\tau)N(\tau), \quad (7)$$

где  $\lambda(\tau)$  – функция скорости агломерации,  $\lambda(\tau) = \frac{k\beta(\tau)}{2}$ .

После некоторых преобразований получено уравнение (8) для определения доли фракции гранул, объемом более  $V_i$ :

$$z_i(\tau) = (1 - \exp[-\Phi(\tau)])', \quad (8)$$

где  $\Phi(\tau) = \int_0^{\tau} \lambda(\tau)d(\tau)$ .

Уравнения (7) и (8) используются для периодического процесса. Распределение гранул по размерам стремится к линейной зависимости. Отношение максимального размера гранул к минимальному в линейной области распределения – величина постоянная, значение которой  $\leq 3$ .

Распределение гранул по размерам отражается в выражении (9):

$$P\left(\frac{d}{d_m}\right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - (d_m d)/(d_{\max} d_m)}{1 - (d_m/d_{\max})} \right)^{\beta(d_m/d_{\max})}, \quad (9)$$

где  $d_m$  – медиана распределения;

$P(d/d_m)$  – кумулятивная фракция частиц, размер которых равен или превышает данный размер гранулы;

$d_{\max}$  – максимальный размер гранулы;

$\beta$  – функция  $d_m/d_{\max}$ , которая остается неизменной в ходе процесса.

Экспериментально установлено, что распределение гранул по размерам действительно только при условии, что  $P \leq 1$ .

Велика вероятность разрушения мелких гранул при столкновении в процессе гранулирования, однако существует и вероятность разрушения гранул любого размера, но она не так велика.

Равенства, описывающие кинетику периодического процесса, сохраняя количество гранул, достигнутое дроблением и наслоением (10), и сохранение объема дробленого материала (11), представлены ниже:

$$\frac{dn(x, \tau)}{d(\tau)} = B(x, \tau)n(x, \tau) - \frac{\partial}{\partial x} [G(x, F)n(x, \tau)]; \quad (10)$$

$$\frac{dF(\tau)}{d(\tau)} = \int_0^{\infty} B(x, \tau)n(x, \tau)xd(x) - \int_0^{\infty} G(x, F)n(x, \tau)d(x), \quad (11)$$

где  $n(x, \tau)$  – количество гранул, объемом  $x$  в момент времени  $\tau$ ;

$B(x, \tau)$  – фракция гранул объемом  $x$ , разрушающихся в единицу времени (определяется экспериментально);

$[G(x, F)n(x, \tau)]$  – скорость роста гранул объемом больше  $x$  из дробленого материала, объемом  $F(\tau)$ .

Уравнения (8)–(11) применимы при расчете гранулометрического состава в периодическом процессе гранулирования. В случае непрерывного процесса гранулирования, когда одновременно осуществляется загрузка сырья и выгрузка готового продукта, методика расчета должна учитывать период пребывания в барабане.

При гранулировании в барабанном грануляторе каждая частица совершает поступательное и вращательное движения во вращающемся слое. Температура слоя гранул не изменяется по длине барабана, то есть происходит изотермический процесс гранулообразования.

На частицу диаметром  $d_n$  за один оборот вокруг своей оси налипают другие частицы, образующие пленку толщиной  $\gamma$ . При движении гранулы по спирали на протяжении пути  $\Delta l$  ее диаметр увеличивается на величину  $\Delta d$ , равную  $2N\gamma$ . При этом, значение показателя  $N$ , характеризующее число оборотов гранулы вокруг своей оси на пути движения  $\Delta l$ , определяется из выражения (12):

$$N = \frac{\Delta l}{\pi d_n}. \quad (12)$$

В свою очередь,  $\Delta l$  определяется как:

$$\Delta l = \frac{R_6 \omega}{v_{oc}} \Delta L, \quad (13)$$

где  $R_6$  – радиус барабана;

$\omega$  – угловая скорость вращения барабана;

$v_{oc}$  – скорость движения продукта вдоль оси барабана;

$L$  – длина барабана.

Из уравнения (13) видно, что  $\Delta l/v_{oc}$  – есть показатель времени  $\Delta t$ . Продифференцировав выражение (13), получим:

$$d_n d(d_n) = \frac{2R_6 \omega}{\pi} \gamma d(\tau). \quad (14)$$

Выражение (14) является математической моделью роста частиц при гранулировании методом окатывания. Изменение гранулометрического состава во времени описывается уравнением (15):

$$\rho(d) d[\rho(d)] = \frac{2R_6 \omega}{\pi} \rho(\gamma) d(\tau), \quad (15)$$

где  $\rho(d)$  – массовая плотность распределения частиц по размерам;

$\rho(\gamma)$  – плотность распределения по размерам насливающихся на расстоянии  $\Delta l$  пленок.

На практике гранулометрическая характеристика материала определяется ситовым анализом, когда гранулометрический состав измельченных материалов формируется путем просеивания через сита с отверстиями разного размера и представляется дискретными функциями. Тогда уравнение (15) можно записать, как:

$$A_i d(A_i) = \frac{2R\omega}{\pi} \gamma_i d(\tau), \quad (16)$$

где  $A_i$  – дискретная функция распределения гранул по размеру,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Проинтегрировав выражение (16) получим:

$$A_i = \sqrt{d_{i0}^2 + \frac{4R\omega}{\pi} \gamma_i \tau}. \quad (17)$$

При  $\tau = 0$  толщина пленки, «окутывающая» гранулу,  $\gamma_i = d_{i0}$ , то есть в начале гранулирования происходит агломерирование частиц начального размера  $d_{i0}$ . С увеличением показателя  $\tau$  величина  $\gamma_i \rightarrow 0$ , это показывает, что на гранулу наслаивается пленка все меньшей толщины вследствие уменьшения вероятности столкновения гранулы с наслаивающимися частицами, поскольку их число со временем становится меньше. В случае гранулирования с увлажненной шихтой и подачей в барабан небольшого количества сухого ретурра есть 2 варианта решения (17).

1. Толщина налипания пленки на гранулу уменьшается по длине барабана по линейному закону (18):

$$\gamma_i = d_{i0} - f_1 \tau, \quad (18)$$

где  $f_1$  – кинетический коэффициент, зависящий от параметров процесса и свойств гранулируемого материала.

Подставив уравнение (18) в (16), получаем:

$$A_i d(A_i) = \frac{2R\omega}{\pi} (d_{i0} - f_1 \tau) d(\tau). \quad (19)$$

Проинтегрировав данное выражение, получаем:

$$A_i = \sqrt{d_{i0}^2 + \frac{2R\omega}{\pi} (2d_{i0} - f_1 \tau) \tau}. \quad (20)$$

2. Толщина налипания пленки на гранулу уменьшается по экспоненциальному закону (21):

$$\gamma_i = d_{i0} \exp(-f_2 \tau), \quad (21)$$

где  $f_2$  – кинетический коэффициент.

Подставив уравнение (21) в (16) получаем:

$$A_i d(A_i) = \frac{2R\omega}{\pi} d_{i0} \exp(-f_2 \tau) d(\tau). \quad (22)$$

Проинтегрировав данное выражение, получим:

$$A_i = \sqrt{d_{i0}^2 + \frac{4d_{i0}R\omega}{\pi f_2} [1 - \exp(-f_2 \tau)]}. \quad (23)$$

Процесс гранулирования сопровождается уплотнением структуры формируемых гранул, их измельчением и истиранием. По мере гранулирования шихты в грануляторе барабанного типа происходит измельчение крупных фракций, содержание товарной фракции по длине гранулятора увеличивается, наблюдается увеличение частиц размером до 2 мм.

Толщина наслаиваемой пленки  $\gamma$  – это разность между толщиной налипшей  $\gamma_n$  и истертой  $\gamma_n$  пленки. Толщина наслаиваемой пленки определяется формулой (24):

$$\gamma = \gamma_n - \gamma_m. \quad (24)$$

С учетом (24) уравнение (16) приобретает вид:

$$A_i d(A_i) = \frac{2R\omega}{\pi} (\gamma_n - \gamma_m) d(\tau). \quad (25)$$

Выделяют следующие частные решения для выражения (25):

а) если  $\gamma_m \ll \gamma_n$ , то выражение (25) будет иметь решения, соответствующие (17), (20), (23);

б) если  $\gamma_m \gg \gamma_n$ , тот случай, когда процессы истирания преобладают над процессами налипания и, как следствие, роста гранул, выражение (25) имеет такие решения [11]:

$$\text{— при } \gamma_m = \text{const} \quad A_i = \sqrt{d_{i0}^2 - \frac{4R\omega}{\pi} \gamma_m \tau}; \quad (26)$$

$$\text{— при } \gamma_m = d_{i0} - f_1 \tau \quad A_i = \sqrt{d_{i0}^2 - \frac{2R\omega}{\pi} (2d_{i0} - f_1 \tau) \tau}; \quad (27)$$

$$\text{— при } \gamma_m = d_{i0} \exp(-f_2 \tau) \quad A_i = \sqrt{d_{i0}^2 - \frac{4d_{i0}R\omega}{\pi f_2} [1 - \exp(-f_2 \tau)]}. \quad (28)$$

В случае, если  $\gamma_m \approx \gamma_n$ , решения уравнения (25) принимают более сложный вид.

#### Вывод

При выборе методики расчета необходимо знать закон роста и кинетические константы, входящие в выражения расчета, а также учитывать, что значения коэффициентов, входящие в некоторые формулы, в разных источниках литературы могут отличаться. Кинетические константы определить крайне сложно, а экспериментально получаемые значения справедливы в узком интервале изменения параметров. Закон роста, в свою очередь, зависит от параметров процесса и материала.

При разработке многообразных моделей не было уделено достаточного внимания качественному анализу рассматриваемого процесса с целью выявления наиболее общих закономерностей движения сыпучих материалов, определяющих кинетику гранулообразования [12]. При расчете процесса гранулирования и конструктивных размеров грануляторов необходимо учитывать кинетику гранулообразования, физико-химические и реологические свойства исходных веществ.

#### Список использованных источников

1. Прушак В.Я., Кондратчик Н.Ю., Высоцкая Н.А. Разработка новых технических решений по увеличению выпуска гранулированного хлорида калия с применением валковых пресов, изготавливаемых в ЗАО «Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством» // Труды БГТУ. – 2020. – Сер. 2, № 1. – С. 62-67.
2. Высоцкая Н.А., Францкевич В.С. Особенности получения НРК-удобрений методом окатывания // Горная механика и машиностроение. – 2020. – № 4. – С. 79-85.
3. Леонов Ф.Н., Синевич Т.Г. Эффективность минеральных удобрений в зависимости от обеспеченности подвижными фосфатами дерново-подзолистой легкосуглинистой почвы // Почвоведение и агрохимия. – 2017. – № 1 (58). – С. 109-116.
4. Высоцкая Н.А., Францкевич В.С., Дубовский А.А. и др. Гранулирование методом окатывания на движущейся поверхности // Горная механика и машиностроение. – 2023. – № 1. – С. 88-94.

5. Куликов М.А. Технология удобрений и солей: учеб.-метод. пособие. – Пермь: Пермский нац. исслед. политех. ун-т, 2018. – 76 с.
6. Волчек О.М., Высоцкая Н.А. Влияние модификаторов на физико-химические свойства гранулированного галургического хлорида калия // Труды БГТУ. – 2022. – Сер. 2, № 2. – С. 26-31.
7. Гусев Ю.И. и др. Исследование процесса гранулирования аммофоса в аммонизаторе-грануляторе и минимизация энергозатрат на его привод // Современные методы гранулирования и капсулирования удобрений: тез. докл. II Всесоюз. совещ. – М., 1983. – С. 45.
8. Ильина Т.Н. Процессы агломерации в технологии переработки дисперсных материалов. – Белгород: БГТУ, 2009. – 229 с.
9. Назаров В.И., Мелкоян Р.Г., Калыгин В.Г. Техника уплотнения стекольных шихт. – М.: Легпромиздат, 1985. – 128 с.
10. Макаренков Д.А., Назаров В.И. Роль связующих, технологических добавок и процесса механоактивации при получении целевых продуктов на основе отходов // Вестник МГОУ. Сер. Естественные науки. – 2012. – № 5. – С. 49-58.
11. Кинетика гранулообразования [Электронный ресурс]. – URL: <https://msd.com.ua/granulirovanie-materialov/kinetika-granuloobrazovaniya> (дата обращения 20.07.2023).
12. Аксенова Е.Ю. Получение сложных минеральных удобрений и аммиачной селитры в скоростном барабанном грануляторе // Химическая техника. – 2013. – № 3. – С. 20-23.

#### Информация об авторах

*Надежда Александровна Высоцкая* – аспирант УО «Белорусский государственный технологический университет», начальник отдела научно-технической информации, ЗАО «Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством» (ул. Козлова, 69, 223710, г. Солигорск, Беларусь), e-mail: [onti@sipr.by](mailto:onti@sipr.by).

*Виталий Станиславович Францкевич* – кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Машины и аппараты химических и силикатных производств», УО «Белорусский государственный технологический университет» (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Беларусь), e-mail: [fvs2@tut.by](mailto:fvs2@tut.by).

*Сергей Леонидович Белько* – кандидат технических наук, преподаватель кафедры «Технология и оборудование разработки месторождений полезных ископаемых», филиал Белорусского национального технического университета, заведующий лабораторией разрушающего контроля, ЗАО «Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством» (ул. Козлова, 69, 223710, г. Солигорск, Беларусь), e-mail: [ic@sipr.by](mailto:ic@sipr.by).

#### Information about the authors

*Nadejda Aleksandrovna Vysotskaya* – Postgraduate Student, Belarusian State Technological University, Head of the Department of Scientific and Technical Information, JSC “Soligorsk Institute of Resources Saving Problems with Pilot Production” (69, Kozlova Str., 223710, Soligorsk, Belarus), e-mail: [onti@sipr.by](mailto:onti@sipr.by).

*Vitali Stanislavovich Frantskevich* – Ph. D. (Engineering), Head of the Department “Machines and Apparatuses of Chemical and Silicate Production”, Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova Str., 220006, Minsk, Belarus), e-mail: [fvs2@tut.by](mailto:fvs2@tut.by).

*Sergey Leonidovich Bel'ko* – Ph. D. (Engineering), Lecturer of the Department of Technology and Equipment for the Development of Mineral Deposits, Branch of the Belarusian National University of Technology, Head of the Destructive Testing Laboratory, JSC “Soligorsk Institute of Resources Saving Problems with Pilot Production” (69, Kozlova Str., 223710, Soligorsk, Belarus), e-mail: [ic@sipr.by](mailto:ic@sipr.by).

Поступила в редакцию 26.07.2023 г.