

УДК 630\*36:621.9

**С. А. Голякевич, А. Р. Гороновский**

Белорусский государственный технологический университет

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯТОРОВ  
МНОГООПЕРАЦИОННЫХ ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНЫХ МАШИН**

В данной публикации проведен краткий анализ исследований в области моделирования динамики манипуляторов лесозаготовительных машин. В результате установлено, что существующие математические модели не в полной мере отвечают требованиям по формированию целостной методики прогнозирования эффективности машин в заданных технологических процессах и условиях эксплуатации.

Предложена авторская математическая модель комбинированного шарнирно-рычажного манипулятора с телескопическим звеном. Модель состоит из схемы и математических описаний кинематики и динамики звеньев манипулятора, задающих устройств (гидроцилиндров), гидравлического привода. В ней учтена логика работы отдельных элементов силовых гидравлических приводов. Модель является настраиваемой для получения данных о работе манипулятора при выполнении всего комплекса лесотехнологических операций. Она предоставляет данные о времени совершения операции, об энергетических затратах на привод каждого отдельного звена манипулятора при их обособленной и совместной работе, а также сведения о силовых факторах, действующих в отдельных звеньях металлоконструкции манипулятора и исполнительных механизмах силового привода. Способ реализации модели в виде явной записи уравнений Лагранжа 2-го рода позволил сделать ее расширяемой с возможностью интеграции в общую модель многооперационной лесозаготовительной машины. Данные, полученные с помощью этой модели, используются при прогнозировании эффективности комплексов многооперационных лесозаготовительных машин.

**Ключевые слова:** манипулятор, динамика, методика, эффективность, технология, ресурс, энергопотребление, моделирование, харвестер, форвардер.

**Для цитирования:** Голякевич С. А., Гороновский А. Р. Математическая модель динамики манипуляторов многооперационных лесозаготовительных машин // Труды БГТУ. Сер. 1, Лесное хоз-во, природопользование и перераб. возобновляемых ресурсов. 2024. № 1 (276). С. 132–143.

DOI: 10.52065/2519-402X-2024-276-18.

**S. A. Golyakevich, A. R. Goronovsky**

Belarusian State Technological University

**MATHEMATICAL DYNAMIC MODEL OF MANIPULATORS  
OF MULTI-OPERATIONAL FORESTRY MACHINES**

The article provides a brief analysis of research in the field of modeling the dynamics of manipulators of forestry machines. It has been established that existing models do not fully meet the requirements for the formation of a holistic methodology for predicting the efficiency of machines in given technological processes and operating conditions.

The author's mathematical model of a combined articulated-lever manipulator with a telescopic link is proposed. The model consists of a diagram and mathematical descriptions of the kinematics and dynamics of the manipulator links, driving devices (hydraulic cylinders), and hydraulic drive. The model takes into account the logic of operation of individual elements of power hydraulic drives. The model is customizable to obtain data on the operation of the manipulator when performing the entire complex of forestry operations. It provides data on the time of completion of the operation, energy costs for the drive of each individual link of the manipulator during their separate and joint operation, as well as data on the power factors acting in individual links of the metal structure of the manipulator and the actuators of the power drive. The method of implementing the model in the form of an explicit representation of the Lagrange equations of the 2nd kind made it possible to make the model extensible with the possibility of its integration into the general model of a multi-operational logging machine. Data obtained using the model are used to predict the efficiency of complexes of multi-operational forestry machines.

**Keywords:** manipulator, dynamics, methodology, efficiency, technology, resource, energy consumption, modeling, harvester, forwarder.

**For citation:** Golyakevich S. A., Goronovsky A. R. Mathematical dynamic model of manipulators of multi-operational forestry machines. *Proceedings of BSTU, issue 1, Forestry. Nature Management. Processing of Renewable Resources*, 2024, no. 1 (276), pp. 132–143 (In Russian). DOI: 10.52065/2519-402X-2024-276-18.

**Введение.** Прогнозирование эффективности работы комплексов многооперационных лесозаготовительных машин тесно связано с получением широкого круга данных об их производительности, надежности, экономичности, безопасности и экологичности (далее – эксплуатационные потребительские качества). Ввиду отсутствия на ранних этапах проектирования опытных образцов машин и невозможности проведения натурных экспериментов с ними важным способом получения данных для прогнозирования эффективности машин и определения их рациональных параметров следует считать математическое моделирование.

В настоящей статье проведен обзор существующих математических моделей манипуляторов для лесозаготовительных машин и машин из смежных отраслей; критический анализ пакетов компьютерного имитационного моделирования динамических систем; предложена собственная математическая модель манипулятора лесозаготовительной машины.

**Основная часть. Анализ существующих моделей и программных пакетов для моделирования.** Для реализации методики прогнозирования эффективности комплексов многооперационных машин необходима разработка компьютерной имитационной математической модели их манипуляторов, которая должна:

– описывать кинематику и динамику металлоконструкций многосвязных манипуляторов, наиболее распространенных в лесозаготовительной отрасли: «классических» шарнирно-рычажных, параллельных и параллельно-телескопических;

– описывать логику работы и динамику отдельных элементов силовых гидравлических приводов обозначенных манипуляторов: гидронасосов, гидромоторов и гидроцилиндров, секций гидрораспределителей, клапанов и дросселей;

– иметь возможность оперативного изменения кинематической схемы манипулятора, массово-геометрических характеристик его звеньев и их начальных положений, параметров силового привода и логики управления его звеньями;

– быть настраиваемой для получения данных о работе манипулятора при выполнении всего комплекса лесотехнологических операций;

– предоставлять данные о времени совершения операции, об энергетической затратах на привод каждого отдельного звена манипулятора при их обособленной и совместной работе;

– давать данные о силовых факторах, действующих в отдельных звеньях металлоконструкции манипулятора и исполнительных механизмах силового привода;

– описывать массово-геометрические и динамические характеристики предмета труда (дерева, хлыста и сортимента), в том числе взаимодействие отдельных единиц и групп предметов труда с поверхностью движения, а для дерева на операции его валки – с воздушной средой;

– модель должна быть интегрируема в общую модель лесозаготовительной машины, учитывать размещение манипулятора на базовом шасси, их общую динамику и энергетическую связность силовых приводов;

– иметь возможность выводить уравнения движения, программный код модели или уравнения, связывающие положение рабочего органа манипулятора с положением исполнительных звеньев его силового привода, для их дальнейшего использования в системах управления реальных лесозаготовительных машин;

– обладать способностью управления манипулятором в режиме «реального времени» (симулятор управления).

Анализ исследований в области математического моделирования манипуляторов лесозаготовительных машин позволил установить, что с помощью известных математических моделей возможно получить данные лишь об отдельных характеристиках объекта моделирования. К примеру, для условной лесозаготовительной машины существуют отдельные модели динамики движения звеньев, динамики силового привода и т. д. Как правило, отдельно моделируются технологические процессы и оцениваются показатели энергоемкости и производительности операций, но без детального моделирования самого манипулятора. Главный недостаток таких моделей – практическая сложность оценки взаимосвязи реализуемой технологии, используемых машин и применяемых способов выполнения операций с группой показателей эксплуатационных потребительских качеств.

В области оценки динамики лесопромышленных манипуляторов широко известны работы З. К. Емтыля и И. М. Бартенева. Так, в их совместной монографии [1] изложены результаты исследований динамики лесопромышленных манипуляторов, предназначенных для выполнения погрузочно-разгрузочных операций. Освещаются вопросы общей кинематики таких манипуляторов, влияния сжимаемости

рабочей жидкости и элементов гидропривода на динамику движения, возможности совмещения работы звеньев и влияние совмещения на динамику нагружения манипулятора, надежности шарнирных узлов манипуляторов, приводятся данные экспериментальных исследований.

Также авторы рассматривают возможность оптимизации параметров манипулятора. При этом в качестве целевого критерия принимается минимальный коэффициент динамичности нагрузок, а в случае оценки совмещения операций дополнительно и уменьшение времени их выполнения. Именно этими показателями авторы характеризуют эффективность манипулятора. Рассматривая давления и расходы гидравлической жидкости в контексте снижения динамики нагружения, авторы напрямую не исследуют энергетическую эффективность манипуляторов, в том числе при совмещении операций. Не исследуются также вопросы энергопотребления манипуляторов с различными кинематическими схемами, не оцениваются вопросы динамического взаимодействия базовых шасси машин и их манипуляторов, а также вопросы управления приводом. Указанное, несмотря на полноту проведенных авторами исследований, не позволяет решать весь комплекс поставленных задач с применением предлагаемой ими модели. Однако выводы авторов об особенностях динамики нагружения манипуляторов заслужили пристального внимания и безусловного учета в текущей работе.

Исследованиям систем управления манипуляторами посвящены работы зарубежных ученых [2–5]. В этих и других работах авторы для моделирования динамики используют программные пакеты компьютерного моделирования. В целом с развитием вычислительных мощностей математические модели стали более детализированными, точными, однако более требовательными к аппаратной части компьютеров. Появились отдельные программные пакеты моделирования динамики конструкций, силового привода, систем управления. К наиболее известным и широко используемым относятся: Ansys WorkBench/Rigid Dynamics; MSC Adams + MSC Easy5; Matlab/Simulink/Simscape. Однако данные программные пакеты (в том числе в работах [2–5]) ориентированы, как правило, на инженерное использование, т. е. на моделирование и уточнение характеристик отдельного объекта, большинство параметров которого заранее определены. Отмеченное обуславливает следующие недостатки таких пакетов для проведения научных исследований в области моделирования работы манипуляторов многооперационных машин:

- необходимость в компьютерной твердотельной модели манипулятора или в ее стержневом аналоге;

- невозможность оперативного изменения кинематики манипулятора ввиду необходимости коррекции геометрии исходных тел;

- высокие требования к аппаратной части компьютера, особенно для динамической модели манипулятора с приводом;

- сложность, а в ряде случаев невозможность моделирования природно-производственных условий работы машин в лесу;

- длительный процесс вычисления каждой итерации исходных данных. Часто требуется повторная компиляция исходного кода модели для увеличения скорости вычислений;

- ограниченный доступ пользователя к используемым математическим методам моделирования, так как программа представляет собой «черный ящик»;

- невозможность получения уравнений динамики для их последующего использования;

- высокая стоимость программного пакета, часто сопоставимая со стоимостью объекта моделирования.

Таким образом, ни один из рассмотренных программных пакетов не позволяет комплексно решить поставленные задачи, в связи с чем принято решение о разработке собственной математической модели.

**Математическое описание модели.** Математическая модель манипулятора описывает кинематическое положение и колебательные процессы, происходящие при повороте колоны, подъеме-опускании стрелы или рукояти и выдвижении-задвигании телескопического звена под действием перемещения штоков соответствующих им гидроцилиндров. Модель учитывает моменты инерции, величину и относительное расположение соответствующих сосредоточенных масс указанных звеньев, а также приведенные и сосредоточенные в их центрах тяжести, массы и моменты инерции штоков и гильз гидроцилиндров, опорно-поворотного механизма манипулятора, тяг шарнирного четырехзвенника рукояти, рейферного захвата, ротатора и погружаемой пачки круглых лесоматериалов.

Движение звеньев манипулятора многооперационной лесозаготовительной машины в пространстве описывается обобщенными координатами его отдельных звеньев:

$\varphi_0$  – вращательное движение в плоскости  $OXZ$  манипулятора массой  $M_0$  (кг) и с центральным моментом инерции  $J_c$  (кг·м<sup>2</sup>) относительно оси его установки на шасси многооперационной лесозаготовительной машины, рад;

$\varphi_1$  – вращательное движение в плоскости  $OXY$  стрелы с сосредоточенной массой  $m_1$  (кг)

и центральным моментом инерции  $J_{1c}$  (кг·м<sup>2</sup>) относительно колонны массой  $m_0$  (кг) с центральным моментом инерции  $J_{0c}$  (кг·м<sup>2</sup>), рад;

$\varphi_2$  – вращательное движение в плоскости  $OXY$  рукояти и телескопического звена с сосредоточенными массами  $m_{21}$  (кг),  $m_{22}$  (кг) и центральными моментами инерции  $J_{21c}$  (кг·м<sup>2</sup>) и  $J_{22c}$  (кг·м<sup>2</sup>) соответственно относительно стрелы, рад;

$\varphi_3$  – вращательное движение в плоскости  $OXY$  грейферного захвата и пачки сортиментов с общей сосредоточенной массой  $m_{30}$  (кг) и центральным моментом инерции  $J_{3c}$  (кг·м<sup>2</sup>) относительно вертикальной оси, рад;

$x_1, x_2, x_3$  – поступательное движение гидроцилиндров стрелы, рукояти и телескопического звена соответственно, м.

В модели учтены упругие и демпфирующие свойства отдельных звеньев манипулятора и его привода. Коэффициенты жесткости и демпфирования звеньев манипулятора имеют следующие обозначения:

$C_{СТР}$  – приведенный коэффициент жесткости металлоконструкции стрелы в направлении продольной оси гидроцилиндра ее подъема-опускания, Н/м;

$C_{РУК}$  – приведенный коэффициент жесткости металлоконструкции рукояти в направлении продольной оси гидроцилиндра подъема-опускания рукояти, Н/м;

$C_{ТЕЛ}$  – приведенный коэффициент жесткости гидроцилиндра выдвигания телескопического звена, Н/м;

$K_{СТР}$  – приведенный коэффициент демпфирования металлоконструкции стрелы и гидроцилиндра ее подъема-опускания в направлении продольной оси его перемещения, Н/м;

$K_{РУК}$  – приведенный коэффициент демпфирования металлоконструкции рукояти, телескопического звена и гидроцилиндров их подъема-опускания в направлении продольных осей их перемещения, Н/м;

$K_{ТЕЛ}$  – приведенный коэффициент демпфирования гидроцилиндра выдвигания телескопического звена, Н/м.

Геометрическое положение звеньев манипулятора описано соответствующими величинами:

$l_{AB}$  – расстояние между осями крепления стрелы к колонне и рукояти к стреле, м;

$l_{AG}$  – расстояние между осью крепления стрелы к колонне и положением сосредоточенной массы  $m_1$ , м;

$l_{AA1}$  – расстояние между осями крепления стрелы к колонне и шарнира штока гидроцилиндра стрелы к стреле, м;

$l_{AA2}$  – расстояние между осями крепления стрелы к колонне и шарнира корпуса гидроцилиндра стрелы к колонне, м;

$l_{BC}$  – расстояние между осями крепления рукояти к стреле и грейферного захвата к телескопическому звену, м;

$l_{B1B2}$  – расстояние между осью шарнира корпуса гидроцилиндра рукояти и отрезком, соединяющим оси крепления стрелы к колонне и рукояти к стреле, м;

$l_{B2B3}$  – расстояние между осями шарниров корпуса гидроцилиндра рукояти и его штока, м;

$l_{BB4}$  – расстояние между осями крепления к стреле рукояти и тяги № 1 четырехзвенника, м;

$l_{B3B4}$  – расстояние между осями крепления тяги № 1 четырехзвенника к шарниру штока гидроцилиндра рукояти и к рукояти, м;

$l_{B3B5}$  – расстояние между осями крепления тяги № 2 четырехзвенника к шарниру штока гидроцилиндра рукояти и к стреле, м;

$l_{BB5}$  – расстояние между осями крепления к стреле рукояти и тяги № 2 четырехзвенника, м;

$l_{BF}$  – расстояние между осью крепления рукояти к стреле и положением центра тяжести рукояти, м;

$l_{BE}$  – расстояние между осью крепления рукояти к стреле и положением центра тяжести телескопического звена, м;

$l_{CD}$  – расстояние между осью крепления грейферного захвата к телескопическому звену и положением сосредоточенной массы  $m_{30}$ , м.

Кинематическое положение сосредоточенных масс и отдельных точек звеньев манипулятора в соответствии с рисунком описано следующими величинами:

$\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \psi, \theta, \xi$  – углы, описывающие кинематическое положение звеньев манипулятора и их центров тяжести согласно рисунку, град;

$l_{AC}$  – кинематическое положение точки подвеса грейферного захвата к телескопическому звену относительно точки  $A$ , м;

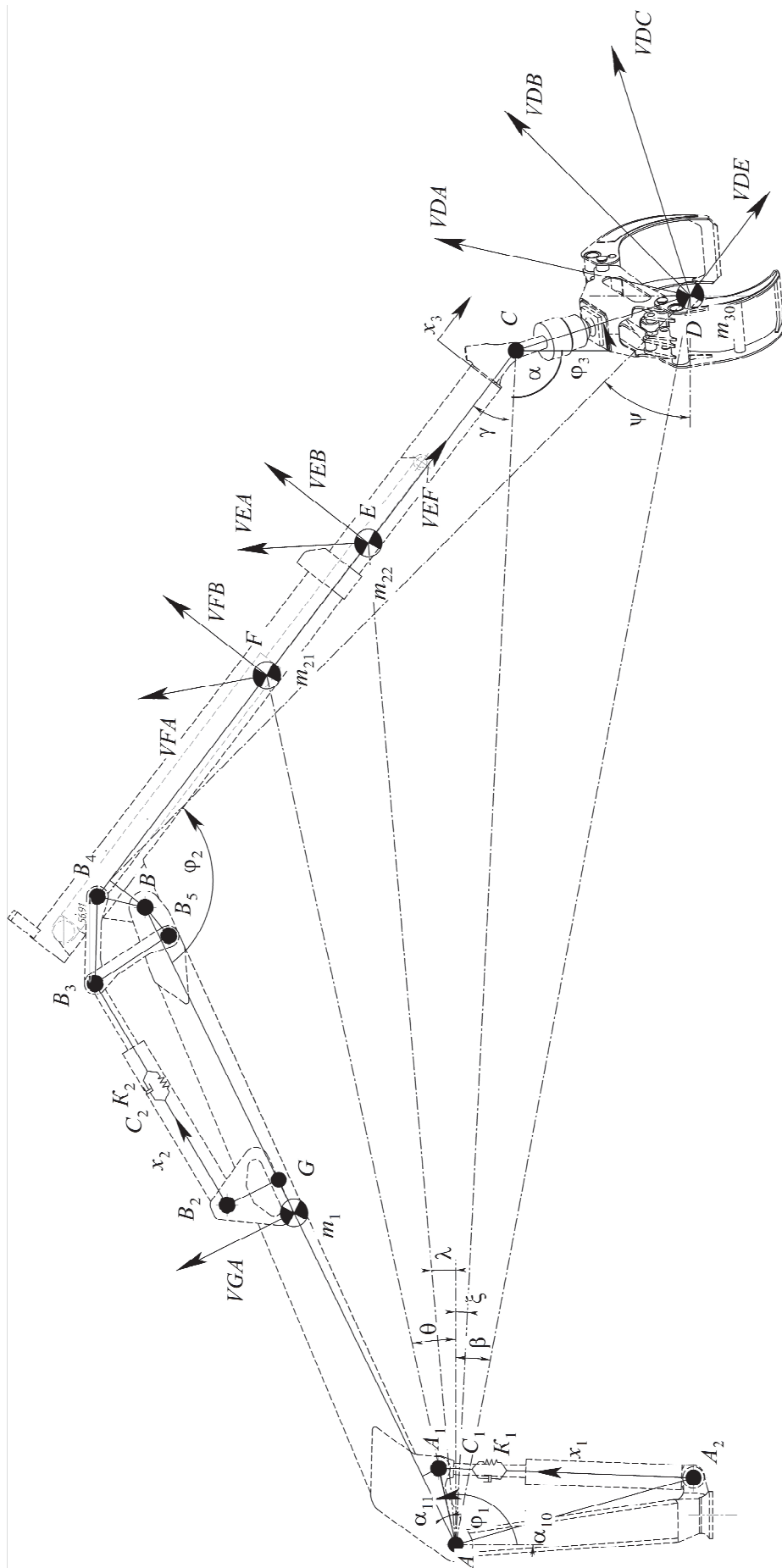
$l_{AD}$  – кинематическое положение центра тяжести грейферного захвата с пачкой сортиментов относительно точки  $A$ , м;

$l_{BD}$  – кинематическое положение центра тяжести грейферного захвата с пачкой сортиментов относительно точки  $B$ , м;

$l_{AE}$  – кинематическое положение центра тяжести телескопического звена относительно точки  $A$ , м.

$$\alpha = 2\pi - \varphi_1 - \varphi_2 - \gamma; \gamma = \arccos\left(\frac{l_{BC}^2 + l_{AC}^2 - l_{AB}^2}{2l_{BC}l_{AC}}\right);$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{l_{AB} \sin\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) - l_{BC}x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) - l_{CD} \cos(\varphi_3)}{l_{AB} \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) + l_{BC}x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \sin(\varphi_3)}\right);$$



Расчетная схема к математической модели шарнирно-рычажного манипулятора с телескопическим звеном

$$\psi = \operatorname{arctg} \left( \frac{l_{BC} x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \cos(\varphi_3)}{l_{BC} x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \sin(\varphi_3)} \right);$$

$$\lambda = \operatorname{arctg} \left( \frac{l_{AB} \sin\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) - l_{BE} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) + l_{BE} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right);$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{l_{AB} \sin\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) - l_{BF} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) + l_{BF} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right);$$

$$\xi = \operatorname{arctg} \left( \frac{l_{AB} \sin\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) - l_{BC} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) + l_{BC} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right);$$

$$l_{AC} = \sqrt{(l_{AB}^2 + l_{BC}^2 - 2l_{AB}l_{BC} \cdot \cos \varphi_2)};$$

$$l_{AD} = \sqrt{(l_{AC}^2 + l_{CD}^2 - 2l_{AC}l_{CD} \cdot \cos(\alpha + \varphi_3)});$$

$$l_{BD} = \sqrt{(l_{BC}^2 + l_{CD}^2 - 2l_{BC}l_{CD} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3)});$$

$$l_{AE} = \sqrt{(l_{BE}^2 + l_{AB}^2 - 2l_{BE}l_{AB} \cdot \cos \varphi_2)};$$

$$l_{BE} = l_{BF} + l_{FE \min} + x_3;$$

$$l_{BC} = l_{BC \min} + x_3;$$

$$l_{AF} = \sqrt{(l_{AB}^2 + l_{BF}^2 - 2l_{AB}l_{BF} \cdot \cos \varphi_2)};$$

$$\beta_{504} = 2\pi - (\varphi_2 + \beta_{40C});$$

$$\beta_{534} = \arccos \left( \frac{l_{B_3B_5}^2 + l_{B_3B_4}^2 - l_{B_4B_5}^2}{2l_{B_3B_5}l_{B_3B_4}} \right);$$

$$\beta_{354} = \arccos \left( \frac{l_{B_4B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - l_{B_3B_4}^2}{2l_{B_4B_5}l_{B_3B_5}} \right);$$

$$\beta_{345} = \arccos \left( \frac{l_{B_4B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - l_{B_3B_4}^2}{2l_{B_4B_5}l_{B_3B_5}} \right);$$

$$\beta_{540} = \arcsin \left( \frac{l_{B_0B_5} \sin(\beta_{504})}{l_{B_4B_5}} \right); \quad \beta_{340} = \beta_{354} + \beta_{504};$$

$$l_{B_1B_4} = \sqrt{(l_{BB_1}^2 + l_{BB_4}^2 - 2l_{BB_1}l_{BB_4} \cos(\beta_{504}))};$$

$$l_{B_4B_5} = \sqrt{(l_{BB_5}^2 + l_{BB_4}^2 - 2l_{BB_5}l_{BB_4} \cos(\beta_{504}))};$$

$$l_{B_0B_3} = \sqrt{(l_{BB_4}^2 + l_{B_3B_4}^2 - 2l_{BB_4}l_{B_3B_4} \cos(\beta_{340}))};$$

$$l_{B_2B_5} = \sqrt{(l_{B_1B_2}^2 + l_{B_1B_5}^2)};$$

$$\beta_{350} = \arccos \left( \frac{l_{B_3B_5}^2 + l_{B_0B_5}^2 - l_{B_0B_3}^2}{2l_{B_3B_5}l_{B_0B_5}} \right); \quad \beta_{351} = \pi - \beta_{350};$$

$$\beta_{251} = \arcsin \left( \frac{l_{B_1B_2}}{l_{B_2B_5}} \right); \quad \beta_{253} = \beta_{350} - \beta_{251};$$

$$\Delta_{\Gamma Ц Р} = l_{B_2B_3} - l_{O P Y K};$$

$$l_{B_2B_3} = \sqrt{(l_{B_2B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - 2l_{B_2B_5}l_{B_3B_5} \cos(\beta_{253}))};$$

$$\beta_{325} = \arccos \left( \frac{l_{B_2B_3}^2 + l_{B_2B_5}^2 - l_{B_3B_5}^2}{2l_{B_2B_3}l_{B_2B_5}} \right);$$

$$\beta_{521} = \arcsin \left( \frac{l_{B_1B_5}}{l_{B_2B_5}} \right);$$

$$v_{30} = \dot{x}_3; \quad v_{DC} = \dot{\varphi}_3 l_{CD}; \quad v_{DB} = \dot{\varphi}_2 l_{BD}; \quad v_{DA} = \dot{\varphi}_1 l_{AD};$$

$$v_{GA} = l_{AG} \dot{\varphi}_1; \quad v_{FA} = l_{AF} \dot{\varphi}_1; \quad v_{FB} = l_{BF} \dot{\varphi}_2;$$

$$v_{Fy} = v_{FA} \cos \theta + v_{FB} \cos \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right);$$

$$v_{Fx} = -v_{FA} \sin \theta + v_{FB} \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right);$$

$$v_F = \sqrt{v_{Fy}^2 + v_{Fx}^2}; \quad v_{EA} = l_{AE} \dot{\varphi}_1; \quad v_{EB} = l_{BE} \dot{\varphi}_2;$$

$$v_{Ey} = v_{EA} \cos \lambda + v_{EB} \cos \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) - x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi);$$

$$v_{Ex} = -v_{EA} \sin \lambda + v_{EB} \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) + x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi);$$

$$v_E = \sqrt{v_{Ey}^2 + v_{Ex}^2};$$

$$v_{DA} = l_{AD} \dot{\varphi}_1; \quad v_{DB} = l_{BD} \dot{\varphi}_2; \quad v_{DC} = l_{CD} \dot{\varphi}_3;$$

$$v_{Dy} = -x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + v_{DA} \cos \beta +$$

$$+ v_{DC} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_3 \right) + v_{DB} \cos \psi;$$

$$v_{Dx} = x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + v_{DA} \cos \beta +$$

$$+ v_{DC} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_3 \right) + v_{DB} \cos \psi.$$

Кинетическая, потенциальная энергия манипулятора и функция рассеивания энергии в упругих элементах манипулятора имеют вид:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{m_{21}}{2} \left( \left( \left( \sqrt{l_{AB}^2 + l_{BF}^2 - 2l_{AB}l_{BF} \cos \varphi_2} \right) \dot{\varphi}_1 \cos \left( \arctg \frac{l_{AB} \sin \left( \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) - l_{BF} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos \left( \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) + l_{BF} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right) \right)^2 + \right. \\
 & \left. + l_{BF} \dot{\varphi}_2 \cos \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) \right) + \\
 & \left( \left( \left( \sqrt{l_{AB}^2 + l_{BF}^2 - 2l_{AB}l_{BF} \cos \varphi_2} \right) \dot{\varphi}_1 \sin \left( \arctg \frac{l_{AB} \sin \left( \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) - l_{BF} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos \left( \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) + l_{BF} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right) \right)^2 + \right. \\
 & \left. + l_{BF} \dot{\varphi}_2 \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) \right) + \\
 & + \frac{m_{22}}{2} \left( \left( l_{AE} \varphi_1 \cos \lambda + l_{BE} \varphi_2 \cos \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) - \dot{x}_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right)^2 + \right. \\
 & \left. + \left( -l_{AE} \varphi_1 \sin \lambda + l_{BE} \varphi_2 \sin \left( \frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) + \dot{x}_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right)^2 \right) + \\
 & + \frac{m_1 (l_{AG} \dot{\varphi}_1)^2}{2} + \frac{J_{1c} \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{J_{21c} \dot{\varphi}_2^2}{2} + \frac{J_{22c} \dot{\varphi}_2^2}{2} + \frac{J_{3c} \dot{\varphi}_3^2}{2} + \\
 & + \frac{m_{30}}{2} \left( \left( \left( l_{AD} \varphi_1 \cos \beta + l_{CD} \varphi_3 \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_3 \right) + l_{BD} \varphi_2 \cos \left( \arctg \frac{l_{BC} x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \cos \varphi_3}{l_{BC} x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \sin \varphi_3} \right) \right) \right)^2 + \right. \\
 & \left. - \dot{x}_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right) + \\
 & \left( \left( l_{AD} \varphi_1 \sin \beta + l_{CD} \varphi_3 \sin \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_3 \right) + l_{BD} \varphi_2 \sin \left( \arctg \frac{l_{BC} x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \cos \varphi_3}{l_{BC} x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \sin \varphi_3} \right) \right) \right)^2 + \\
 & \left. + \dot{x}_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right) \Bigg) ; \\
 \Pi = & m_1 g (l_{AG} - l_{AG} \cos \varphi_1) + m_2 g ((l_{AB} + l_{BF}) - (l_{AB} - l_{BF} \cos \varphi_2) \cos \varphi_1) + \\
 & + m_3 g ((l_{AB} + l_{BE_{\max}}) - (l_{AB} - l_{BE} \cos \varphi_2) \cos \varphi_1) + m_4 g ((l_{AB} + l_{BE_{\max}} + l_{CD}) - (l_{AB} - l_{BE} \cos \varphi_2 \cos \varphi_1) - l_{CD} \cos \varphi_3) + \\
 & + \frac{C_{\text{СТР}}}{2} \left( \sqrt{l_{A_1}^2 + l_{A_2}^2 - 2l_{A_1}l_{A_2} \cos(\varphi_1 - \alpha_{10} - \alpha_{11})} - l_{\text{ОГЦ}} - x_1 \right)^2 + \\
 & + \frac{C_{\text{ПЫК}}}{2} \left( \sqrt{l_{B_2B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - 2l_{B_2B_5}l_{B_3B_5} \cos(\beta_{350} - \beta_{251})} + l_{\text{ОПЫК}} - x_2 \right)^2 + \frac{C_{\text{ТЕЛ}} (x_3 - x_{30})^2}{2} ; \\
 R = & \frac{K_{\text{СТР}}}{2} \left( \frac{l_{A_1} l_{A_2} \sin(\varphi_1 - \alpha_{11} - \alpha_{10})}{\sqrt{l_{A_1}^2 - 2 \cos(\varphi_1 - \alpha_{11} - \alpha_{10}) l_{A_1} l_{A_2} + l_{A_2}^2}} \dot{\varphi}_1 + \dot{x}_1 \right)^2 + \frac{K_{\text{ТЕЛ}} (\dot{x}_3 - \dot{x}_{30})^2}{2} + \\
 & + \frac{K_{\text{ПЫК}}}{2} \left( \frac{d}{dt} \sqrt{l_{B_2B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - 2l_{B_2B_5}l_{B_3B_5} \cos \left( \arccos \left( \frac{l_{B_3B_5}^2 + l_{B_0B_5}^2 - l_{B_0B_3}^2}{2l_{B_3B_5}l_{B_0B_5}} \right) \right) - \arcsin \left( \frac{l_{B_1B_2}}{l_{B_2B_5}} \right)} \right) + l_{\text{ОПЫК}} - \dot{x}_2 \Bigg) ;
 \end{aligned}$$

Порядок автоматизированного составления системы уравнений динамики (Лагранжа 2-го рода [6]) на базе полученных выражений кинетической, потенциальной энергии и диссипативной функции Релея в программном пакете MathCAD подробно изложен в пособии [7].

**Описание работы гидравлической системы манипулятора.** Оно составлено на основе математических описаний отдельных гидравлических компонентов, объединенных с исполнительными устройствами (гидроцилиндрами и гидромоторами) согласно исходной гидравлической схеме [8].

Источник гидравлической энергии в виде аксиально-поршневого насоса математически описан величинами подводимого крутящего момента и выходного объемного расхода гидравлической жидкости с учетом механических и объемных потерь [9, 10].

Объемный расход  $Q(t)$  ( $\text{м}^3$ ) насоса вычисляется по зависимости

$$Q(t) = Q_{\text{ид}}(t) + Q_{\text{пот}}(t);$$

$$Q_{\text{ид}}(t) = q_n \dot{\phi},$$

где  $Q_{\text{ид}}(t)$  – объемный расход гидравлической жидкости без учета потерь,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $Q_{\text{пот}}(t)$  – объемные потери гидравлической жидкости в насосе,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $q_n$  – выходная величина мгновенной подачи насоса,  $\text{м}^3/\text{об.}$ ;  $\dot{\phi}$  – мгновенная угловая скорость входного вала гидронасоса,  $\text{рад}/\text{с}$ .

Крутящий момент  $M_e$  ( $\text{Н}\cdot\text{м}$ ), подводимый к насосу, определяется по зависимостям:

$$M = M_e + M_{\text{трН}};$$

$$M_e = q_n \Delta p,$$

где  $M_e$  – требуемый крутящий момент на входном валу,  $\text{Н}\cdot\text{м}$ ;  $M_{\text{трН}}$  – момент внутреннего трения в насосе,  $\text{Н}\cdot\text{м}$ ;  $\Delta p$  – мгновенный перепад давления между входом и выходом из насоса,  $\text{Па}$ .

$$q_n = \begin{cases} q_{\text{max}}, & qs \geq q_{\text{max}}, \\ \sqrt{qs^2 + q_{\text{min}}^2}, & qs \geq 0, \\ -\sqrt{qs^2 + q_{\text{min}}^2}, & qs < 0, \end{cases}$$

где  $q_{\text{max}}$  – максимальная подача гидравлической жидкости,  $\text{м}^3/\text{об.}$  ( $q_{\text{max}} = 74 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{об.}$ );  $qs$  – мгновенное изменение подачи насоса, пропорциональное входному сигналу управления  $s_n$ ,  $\text{м}^3/\text{об.}$ ;  $q_{\text{min}}$  – предельная минимальная подача насоса,  $\text{м}^3/\text{об.}$  ( $q_{\text{min}} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{об.}$ ).

Величина объемных потерь гидравлической жидкости в насосе рассчитывалась по зависимости

$$Q_{\text{пот}}(t) = K_{\text{НР}} \cdot \dot{\phi},$$

где  $K_{\text{НР}}$  – коэффициент Хагена – Пуазейля для ламинарных течений.

Момент внутреннего трения в насосе определяется по выражению

$$M_{\text{трН}} = \left( M_0 + K_{\text{ТР}} \left| \frac{q_n}{q_{\text{max}}} \right| \cdot |\Delta p| \right) th \left( \frac{4\dot{\phi}}{\dot{\phi}_{\text{min}}} \right),$$

где  $M_0$  – крутящий момент потребляемый насосом без нагрузки,  $\text{Н}\cdot\text{м}$  ( $M_0 = 0,05 \text{ Н}\cdot\text{м}$ );  $K_{\text{ТР}}$  – коэффициент трения в элементах насоса, пропорциональный перепаду давления  $\Delta p$ ,  $\text{Н}\cdot\text{м}/\text{Па}$  ( $K_{\text{ТР}} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{Па}$ );  $\dot{\phi}_{\text{min}}$  – минимальная предельная угловая скорость привода насоса,  $\text{рад}/\text{с}$  ( $\dot{\phi}_{\text{min}} = 52 \text{ рад}/\text{с}$ );

Коэффициент Хагена – Пуазейля для ламинарных течений определяется следующим выражением:

$$K_{\text{НР}} = \frac{\rho_{\text{ном}} \nu_{\text{ном}} \dot{\phi}_{\text{ном}} q_{\text{max}}}{\rho \nu \Delta p_{\text{ном}}} (1 - \eta_v),$$

где  $\rho_{\text{ном}}$  – номинальная плотность гидравлической жидкости, для которой достигается номинальная эффективность насоса,  $\text{кг}/\text{м}^3$  ( $\rho_{\text{ном}} = 900 \text{ кг}/\text{м}^3$ );  $\nu_{\text{ном}}$  – номинальная кинематическая вязкость гидравлической жидкости, для которой достигаются номинальные значения эффективности насоса,  $\text{сСт}$  ( $\nu_{\text{ном}} = 18 \text{ сСт}$ );  $\rho$  – фактическая плотность жидкости в гидросистеме,  $\text{кг}/\text{м}^3$  ( $\rho = 900 \text{ кг}/\text{м}^3$ );  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости в гидросистеме привода,  $\text{сСт}$  ( $\nu = 18 \text{ сСт}$ );  $\dot{\phi}_{\text{ном}}$  – номинальная угловая скорость вала,  $\text{рад}/\text{с}$  ( $\dot{\phi}_{\text{ном}} = 252 \text{ рад}/\text{с}$ );  $\Delta p_{\text{ном}}$  – номинальный перепад давления насоса, при котором достигается номинальный объемный КПД,  $\text{Па}$  ( $\Delta p_{\text{ном}} = 26 \cdot 10^6 \text{ Па}$ );  $\eta_v$  – номинальный объемный КПД насоса, который достигается для указанных выше номинальных условий ( $\eta_v = 0,92$ ).

Максимальное давление в гидравлической системе ограничивалось нормально закрытым перепускным клапаном с величиной суммарной площади утечек  $S_{\text{пот}}$ ,  $\text{м}^2$ . Клапан начинает открываться в момент, когда перепад давления на нем превышает установленную величину  $\Delta p_{\text{настр}}$ , равную  $26 \cdot 10^6 \text{ Па}$ . Функция изменения площади открытия клапана  $S(\Delta p)$  принималась пропорциональной перепаду давления на его входе и выходе:

$$S(\Delta p) = S_{\text{пот}} + k(\Delta p_{\text{кл}} - \Delta p_{\text{настр}}),$$

где  $S_{\text{пот}}$  – суммарная площадь утечек на клапане,  $\text{м}^2$  ( $1 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ );  $\Delta p_{\text{кл}}$  – мгновенный перепад давления между входом и выходом клапана,  $\text{Па}$ ;  $\Delta p_{\text{настр}}$  – давление настройки клапана ниже которого он остается закрытым,  $\text{Па}$  ( $\Delta p_{\text{настр}} = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ).



Коэффициент пропорциональности  $k$  определялся по зависимости:

$$k = \frac{S_{\max} - S_{\text{пот}}}{\Delta p_{\text{пер}}},$$

где  $S_{\max}$  – максимальная площадь открытия клапана,  $\text{м}^2$  ( $S_{\max} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ );  $\Delta p_{\text{пер}}$  – диапазон регулирования клапана, Па ( $\Delta p_{\text{пер}} = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ).

Клапан становится полностью открытым в случае, когда мгновенный перепад давления  $\Delta p_{\text{кл}}$  превосходит величину  $\Delta p_{\text{max}}$  (Па):

$$\Delta p_{\text{max}} = \Delta p_{\text{настр}} + \Delta p_{\text{пер}}.$$

Для поддержания заданного перепада давления и минимизации его влияния на скорость потока гидравлической жидкости на каждой секции гидравлического распределителя моделировалась работа гидравлического компенсатора давления. Его математическое описание аналогично приведенному выше с той лишь разницей, что компенсатор является постоянно открытым, а управляющий перепад задается не разницей величин давления на входе и выходе компенсатора, а разницей на входе и выходе секции распределителя. Площадь открытия компенсатора  $S$  ( $\Delta p_{\text{компл}}$ ) (Па) рассчитывалась по формуле

$$S(\Delta p_{\text{компл}}) = S_{\text{пот2}} - k_2(\Delta p_{\text{компл}} - \Delta p_{\text{настр2}}),$$

где  $S_{\text{пот2}}$  – суммарная площадь утечек на клапане,  $\text{м}^2$  ( $S_{\text{пот2}} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ );  $\Delta p_{\text{компл}}$  – мгновенный перепад давления между входом и выходом компенсатора, Па;  $\Delta p_{\text{настр2}}$  – давление настройки клапана, ниже которого он остается максимально открытым, Па ( $\Delta p_{\text{настр2}} = 30 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ).

Максимальная площадь открытия клапана  $S_{\max}$  для расчета коэффициента  $k_2$  принята равной  $1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

Управление секцией гидрораспределителя осуществляется по управляющему сигналу, задающему ход золотника [11–13].

Мгновенные расходы  $Q_p(t)$  ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) через каждую секцию распределителя в каждом направлении определялись зависимостями:

$$Q_p(t) = C_Q A(t) \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{\Delta p}{(\Delta p^2 + \Delta p_{\min}^2)^{1/4}}};$$

$$h(t) = h_0 + h_{\text{тек}}(t);$$

$$A(t) = \begin{cases} A_{\max} \frac{h(t)}{h_{\max}} + A_{\text{пот}}, & h(t) > 0, \\ A_{\text{пот}}, & h(t) \leq 0, \end{cases}$$

где  $C_Q$  – коэффициент расхода потока ( $C_Q = 1$ );  $A(t)$  – мгновенная площадь проходного сечения

дресселя,  $\text{м}^2$ ;  $A_{\max}$  – максимальная площадь проходного сечения дресселя,  $\text{м}^2$  ( $A_{\max} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ );  $h(t)$  – текущее (положительное или отрицательное) смещение элемента управления, м;  $h_0$  – величина исходного смещения элемента управления;  $h_{\text{тек}}(t)$  – смещение элемента управления относительно исходного положения, м;  $h_{\max}$  – максимальное смещение элемента управления, м ( $h_{\max} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ );  $A_{\text{пот}}$  – суммарная площадь утечки при закрытом дресселе,  $\text{м}^2$ ;  $\Delta p_{\min}$  – минимальный перепад давления через дрессель, при котором возможно образование турбулентного потока, рассчитанного по методу ламинарного перехода:

$$\Delta p_{\min} = \frac{\rho}{2} \left( \frac{\text{Re} \cdot v}{C_Q \cdot D_H} \right)^2;$$

$$D_H(t) = \sqrt{\frac{4A(t)}{\pi}};$$

где  $\text{Re}$  – критическое число Рейнольдса;  $D_H(t)$  – текущий условный диаметр гидравлического отверстия, м.

Для математического моделирования работы привода отдельных звеньев манипулятора составлены дифференциальные уравнения расхода  $Q_{\text{гид}}(t)$  и давления  $P_{\text{гид}}(t)$  гидравлической жидкости в гидроцилиндрах при соответствующих перемещения их штоков  $x_i(t)$ . Преобразование энергии гидравлического потока в механическое поступательное перемещение штока гидроцилиндра описывалось следующими математическими зависимостями:

$$Q_{\text{гид}}(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\rho(t)}{\rho_{\text{атм}}} \right) (V_{\min} + A_{\text{гид}}(x_{0i} + x_i(t))) + \dot{x}_i(t) \left( \frac{\rho(t)}{\rho_{\text{атм}}} \right) \varepsilon A_{\text{гид}},$$

где  $Q_{\text{гид}}(t)$  – расход гидравлической жидкости в соответствующую полость гидроцилиндра,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\rho(t)$  – значение плотности жидкости при текущем давлении в соответствующей полости гидроцилиндра,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $V_{\min}$  – объем гидравлической жидкости, заключенный под поршнем гидроцилиндра в полностью сложенном состоянии,  $\text{м}^3$ ;  $A_{\text{гид}}$  – эффективные площади поршней со стороны штоковых и поршневых полостей соответствующих гидроцилиндров,  $\text{м}^2$ ;  $x_{0i}$  – начальное положение поршня, м;  $x_i(t)$  – смещение поршня относительно начального положения  $x_{0i}$ ;  $\dot{x}_i(t)$  – скорость движения штока  $i$ -го гидроцилиндра,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $\varepsilon$  – направление движения поршня ( $\varepsilon = \pm 1$ ).

Управление подачей гидравлического насоса для обеспечения потребностей гидроцилиндров осуществлялось на принципах систем

управления, чувствительных к нагрузке (Load Sensing) [14].

Сжимаемость жидкости в модели учтена на основе отношения текущей плотности жидкости к плотности жидкости при атмосферном давлении. Текущее значение плотности жидкости в зависимости от действующего в гидроцилиндре давления определялось известной зависимостью:

$$\rho(t) = \frac{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) \rho_g^{\text{атм}} + \rho_1^{\text{атм}}}{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) \left(\frac{P_0}{P_{\text{гц}}(t)}\right)^{\frac{1}{\gamma}} + e^{-\frac{P_{\text{гц}}(t)-P_0}{\beta_1}}},$$

$$\text{где } P_{\text{гц}}(t) = \frac{F_{\text{гц}}(t)}{\varepsilon A_{\text{гц}}}.$$

Усилия  $F_{\text{гц}}(H)$ , передающиеся на поршни гидроцилиндров стрелы, рукояти и телескопического звена описывались следующими выражениями:

$$F_1(t) = C_{\text{СТР}} \begin{pmatrix} \sqrt{l_{AA_1}^2 + l_{AA_2}^2 - 2l_{AA_1}l_{AA_2} \times \cos(\varphi_1 - \alpha_{10} - \alpha_{11})} \\ -l_{0\text{ГЦС}} - x_1 \end{pmatrix};$$

$$F_2(t) = C_{\text{РУК}} \begin{pmatrix} \sqrt{l_{B_2B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - 2l_{B_2B_5}l_{B_3B_5} \times \cos(\beta_{350} - \beta_{251})} \\ +l_{0\text{ГЦР}} - x_2 \end{pmatrix};$$

$$F_{\text{гц.стр}}(t) = \begin{cases} F_1(t) + K_{\text{демп1}}(x_1 - g_k), & \text{если } x_1 \geq g_k, \\ F_1(t) + F_{\text{дрос1}}, & \text{если } g_n < x_1 < g_k, \\ F_1(t) + C_{\text{демп1}}(x_1 - g_n), & \text{если } x_1 \leq g_n; \end{cases}$$

$$F_{\text{гц.рук}}(t) = \begin{cases} F_2(t) + K_{\text{демп2}}(x_2 - g_k), & \text{если } x_2 \geq g_k, \\ F_2(t) + F_{\text{дрос2}}, & \text{если } g_n < x_2 < g_k, \\ F_2(t) + C_{\text{демп2}}(x_2 - g_n), & \text{если } x_2 \leq g_n; \end{cases}$$

$$F_{\text{гц.тел}}(t) = \begin{cases} C_{\text{ТЕЛ}}(x_{30} - x_3) + \\ + K_{\text{демп3}}(x_3 - g_k), & \text{если } x_3 \geq g_k, \\ C_{\text{ТЕЛ}}(x_{30} - x_3) + \\ + F_{\text{дрос3}}, & \text{если } g_n < x_3 < g_k, \\ C_{\text{ТЕЛ}}(x_{30} - x_3) + \\ + C_{\text{демп3}}(x_3 - g_n), & \text{если } x_3 \leq g_n, \end{cases}$$

где  $F_i(t)$  – осевые силы, действующие на шток гидроцилиндра со стороны соответствующего звена манипулятора, Н;  $C_{\text{демп}i}$  (Н/м),  $K_{\text{демп}i}$  (Н/м·с) – упругие и демпфирующие свойства элементов соответствующих гидроцилиндров в начальных  $g_n$  (м) и конечных  $g_k$  (м) положениях;  $F_{\text{дрос}i}$  – силы сопротивления движению  $i$ -го поршня, возникающие в следствии дросселирования гидравлической жидкости из возвратной полости гидроцилиндра, Н.

**Заключение.** В результате проведенного анализа существующих моделей манипуляторов лесозаготовительных машин установлено, что каждая из них не в полной мере удовлетворяет требованиям по сбору данных для реализации методики прогнозирования эффективности комплексов многооперационных лесозаготовительных машин [15]. В этой связи разработана авторская математическая модель комбинированного шарнирно-рычажного манипулятора с телескопическим звеном, позволяющая получать данные об энергопотреблении, скорости перемещения и соответствующих динамических нагрузках в конструкции манипулятора на различных технологических операциях при изменяющихся во времени кинематических положениях отдельных его звеньев.

Модель описывает кинематику и динамику металлоконструкций многозвенных манипуляторов, наиболее распространенных в лесозаготовительной отрасли, логику работы и динамику отдельных элементов силовых гидравлических приводов, дает возможность оперативного изменения кинематической схемы манипулятора, массово-геометрических характеристик его звеньев и их начальных положений, параметров силового привода и логики управления его звеньями. Модель является настраиваемой для получения данных о работе манипулятора при выполнении всего комплекса лесотехнологических операций. Особенностью модели является возможность интеграции в общую модель лесозаготовительной машины и возможность управления манипулятором в режиме «реального времени».

Данные, полученные с помощью математической модели используются при прогнозировании эффективности комплексов многооперационных лесозаготовительных машин, реализующих технологические процессы заготовки сортиментов в различных условиях эксплуатации.

### Список литературы

1. Гидроманипуляторы и лесное технологическое оборудование: монография / И. М. Бартнев [и др.]; под ред. д-ра техн. наук, проф. И. М. Бартнева. М.: Флинта: Наука, 2011. 408 с.
2. Mettin U., Miranda La Hera P. X. Modelling and Control Design for a Hydraulic Forestry Crane. Umeå, Sweden: Umeå University, 2005. 37 p.

3. Heinze A. Modelling, simulation and control of a hydraulic crane. Växjö: Institutionen for Teknik och desing, 2007. 137 p.
4. Chu Y., Espy V., Zhang H., Bunes O. Modelling and Simulation of an Offshore Hydraulic Crane // 28th European Conference on Modelling and Simulation, May 2014. DOI: 10.7148/2014-0087.
5. Szabolcs F. Towards Semi-Automation of Forestry Cranes. Automated Trajectory Planning and Active Vibration Damping. Umeå, Sweden: Umeå University, 2017. 101 p.
6. Жуков А. В. Теоретические основы выбора технических параметров и улучшения эксплуатационных свойств специальных лесных машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.21.01. Л., 1987. 315 л.
7. Голякевич С. А., Гороновский А. Р. Основы проектирования лесных машин и системы автоматизированного проектирования: в 2 ч. Ч. 2. Минск: БГТУ, 2015. 139 с.
8. Форвардер Амкодор 2661-01. Руководство по эксплуатации 2661.00.000-А РЭ // Амкодор. URL: [https://amkodor.by/services/ekspluatatsionnaya-dokumentatsiya/2661-01-A\\_РЭ.pdf](https://amkodor.by/services/ekspluatatsionnaya-dokumentatsiya/2661-01-A_РЭ.pdf) (дата обращения: 15.09.2023).
9. Drive and Control Systems for Forestry Machines. From the Gear Pump to Electronic Harvester Management // Boschrexroth. URL: [http://www.boschrexroth.com/country\\_units/america/united\\_states/sub\\_websites/brus\\_brh\\_m/en/Documentation\\_and\\_Resources/9\\_brochures\\_and\\_catalogs/a\\_downloads/re98057.pdf](http://www.boschrexroth.com/country_units/america/united_states/sub_websites/brus_brh_m/en/Documentation_and_Resources/9_brochures_and_catalogs/a_downloads/re98057.pdf) (date of access: 03.10.2023).
10. Lögren B. Kinematic Control of Redundant Knuckle Booms with Automatic Path Following Functions // DiVA portal. URL: <http://kth.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:277303> (date of access: 03.10.2023).
11. Wang J., Dale Greene W. An Interactive Simulation System for Modeling Stands, Harvests, and Machines // Journale of Forest Engineering. 1999. Vol. 10, no. 1. P. 81–99.
12. Hesse K. Components and systems for tractor, stacker and combine // Bosch Rexroth Mobile Training. February 2003. P. 18–20.
13. Drive and Control Systems for Combine Harvesters and Forage Harvesters. Bosch Rexroth AG. 2001. RE 98071 // Airline Hydraulics. URL: [https://airlinemedia.airlinehyd.com/Literature/Manufacturer\\_Catalogs/Bosch%20Rexroth/DriveControlSystems\\_Combine\\_ForageHarvestors-re98071\\_2001-11.pdf](https://airlinemedia.airlinehyd.com/Literature/Manufacturer_Catalogs/Bosch%20Rexroth/DriveControlSystems_Combine_ForageHarvestors-re98071_2001-11.pdf) (date of access: 19.09.2023).
14. Load Sensing Systems Principle of Operation // Eaton Corporation. No. 03-206. 1992. 28 p. URL: <https://dokumen.tips/documents/eaton-load-sensing-systems-principle-of-operationpdf.html> (date of access: 19.09.2023).
15. Голякевич С. А., Гороновский А. Р., Мохов С. П. Методика оценки технических характеристик форвардеров на стадии проектирования // Труды БГТУ. 2016. № 2 (184): Лесная и деревообраб. пром-сть. С. 15–19.

### References

1. Bartenev I. M., Emytl' Z. K., Tatarenko A. P., Drapalyuk M. V., Popikov P. I., Bukhtoyarov L. D. *Gidromanipulyatory i lesnoye tekhnologicheskoye oborudovaniye* [Hydraulic manipulators and forestry technological equipment]. Moscow, Flinta Publ., Nauka Publ., 2011. 408 p. (In Russian).
2. Mettin U., Miranda La Hera P. X. Modelling and Control Design for a Hydraulic Forestry Crane. Umeå, Sweden, Umeå University, 2005. 37 p.
3. Heinze A. Modelling, simulation and control of a hydraulic crane. Växjö, Institutionen for Teknik och desing, 2007. 137 p.
4. Chu Y., Espy V., Zhang H., Bunes O. Modelling and Simulation of an Offshore Hydraulic Crane // 28th European Conference on Modelling and Simulation, May 2014. DOI: 10.7148/2014-0087.
5. Szabolcs F. Towards Semi-Automation of Forestry Cranes. Automated Trajectory Planning and Active Vibration Damping. Umeå, Sweden, Umeå University, 2017. 101 p.
6. Zhukov A. V. *Teoreticheskiye osnovy vybora tekhnicheskikh parametrov i uluchsheniya ekspluatatsionnykh svoystv spetsial'nykh lesnykh mashin. Dissertatsiya doktora tekhnicheskikh nauk* [Theoretical bases of a choice of technical parameters and improvement of operational properties of special forest machines. Dissertation DSc (Engineering)]. Leningrad, 1987. 315 p. (In Russian).
7. Golyakevich S. A., Goronovsky A. R. *Osnovy proyektirovaniya lesnykh mashin i sistemy avtomatizirovannogo proyektirovaniya* [Fundamentals of forestry machine design and computer-aided design systems]. Minsk, BSTU Publ., 2015. 139 p. (In Russian).
8. Forvarder Amkodor 2661-01. Operating manual 2661.00.000-А RE. Available at: [https://amkodor.by/services/ekspluatatsionnaya-dokumentatsiya/2661-01-A\\_РЭ.pdf](https://amkodor.by/services/ekspluatatsionnaya-dokumentatsiya/2661-01-A_РЭ.pdf) (accessed 15.09.2023) (In Russian).
9. Drive and Control Systems for Forestry Machines. From the Gear Pump to Electronic Harvester Management. Available at: [http://www.boschrexroth.com/country\\_units/america/united\\_states/](http://www.boschrexroth.com/country_units/america/united_states/)

sub\_websites/brus\_brh\_m/en/Documentation\_and\_Resources/9\_brochures\_and\_catalogs/a\_downloads/re98057.pdf (accessed 03.10.2023).

10. Lögren B. Kinematic Control of Redundant Knuckle Booms with Automatic Path Following Functions. Available at: <http://kth.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:277303> (accessed 03.10.2023).

11. Wang J., Dale Greene W. An Interactive Simulation System for Modeling Stands, Harvests, and Machines. *Journal of Forest Engineering*, 1999, vol. 10, no. 1, pp. 81–99.

12. Hesse K. Components and systems for tractor, stacker and combine. *Bosch Rexroth Mobile Training*. February 2003, pp. 18–20.

13. Drive and Control Systems for Combine Harvesters and Forage Harvesters. Bosch Rexroth AG. – 2001. RE 98071. Available at: [https://airlinemedia.airlinehyd.com/Literature/Manufacturer\\_Catalogs/Bosch%20Rexroth/DriveControlSystems\\_Combine\\_ForageHarvestors-re98071\\_2001-11.pdf](https://airlinemedia.airlinehyd.com/Literature/Manufacturer_Catalogs/Bosch%20Rexroth/DriveControlSystems_Combine_ForageHarvestors-re98071_2001-11.pdf) (accessed 19.09.2023).

14. Load Sensing Systems. Principle of Operation. *Eaton Corporation*, no. 03-206, 1992. 28 p. Available at: <https://dokumen.tips/documents/eaton-load-sensing-systems-principle-of-operationpdf.html> (accessed 19.09.2023).

15. Golyakevich S. A., Goronovsky A. R., Mokhov S. P. Methodology for assessing technical characteristics of forwarders at the design stage *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], 2016, no. 2 (184): Forest and Woodworking Industry, pp. 15–19 (In Russian).

#### **Информация об авторах**

**Голякевич Сергей Александрович** – кандидат технических наук, доцент кафедры лесных машин дорог и технологий лесопромышленного производства. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: [gsa@belstu.by](mailto:gsa@belstu.by)

**Гороновский Андрей Романович** – кандидат технических наук, доцент кафедры лесных машин дорог и технологий лесопромышленного производства. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: [arg@belstu.by](mailto:arg@belstu.by)

#### **Information about the authors**

**Golyakevich Sergey Aleksandrovich** – PhD (Engineering), Assistant Professor, the Department of Logging Machinery, Forest Roads and Timber Production Technology. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [gsa@belstu.by](mailto:gsa@belstu.by)

**Goronovsky Andrey Romanovich** – PhD (Engineering), Assistant Professor, the Department of Logging Machinery, Forest Roads and Timber Production Technology. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [arg@belstu.by](mailto:arg@belstu.by)

*Поступила 18.10.2023*