МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
БССР

БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ.В.И.ЛЕНИНА

На правах рукописи

Асмыкович Иван Кузьмич

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

(01.01.02 - дифференциальные и интегральные уравнения)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Минск 1976

Работа выполнена на кафедре методов оптимального управления Белорусского ордена Трудового Красного Знамени Государственного университета имени В.И.Ленина.

Научный руководитель - профессор, доктор физико-математических наук Габасов Р.Ф.

Официальные оппоненты: профессор, доктор физико-математических наук Ландо Ю.К.;

старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук Одарич О.Н.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт проблем управления АН СССР

Защита состоится " "________1976 г. в 10^{00} на заседании специализированного Совета К.036.10.03 по присуждению ученой степени кандидата наук в Белорусском Государственном университете им.В.И.Ленина (220080, г.Минск, Университетский городок, гл.корпус, к.206).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белгосуниверситета им.В.И.Ленина.

Автореферат разослан " "__________1976г.

Ученый секретарь совета,
профессор И.А.Прусов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Согласно А.М.Летову, одной из важнейших задач теории оптимального управления является построение регулятора, обеспечивающего заданные свойства переходного процесса динамических систем. Многие свойства линейных динамических систем выражаются через собственные числа матрицы системы. Поэтому в ряде трудов отечественных и зарубежных ученых была поставлена и стала интенсивно изучаться проблема выбора линейной обратной связи, обеспечивающей заданный спектр замкнутой системы. Подобные задачи называются задачами управления спектром, или задачами модального управления. Задачи модального управления имеют многочисленные практические приложения (А.М.Летов, А.И.Кухтенко, Розенброк, Дависон и др.) в динамике полета, управлении плазмой, энергетике, химической технологии и т.д.

Объект исследования. В диссертации исследуется влияние линейной обратной связи на спектр линейных динамических систем. Рассматриваются линейная обратная связь по состоянию, линейная обратная связь по выходу, динамические регуляторы различных порядков. Изучается замыкание различных систем с последействием линейным по состоянию регулятором с запаздыванием.

Цель работы. Получение параметрических критериев инвариантности спектра при линейной обратной связи. Исследование задач модального управления для различных классов систем с отклоняющимся аргументом.

Научная новизна. Доказаны критерии инвариантности спектра при замыкании системы линейной обратной связью, выраженные непосредственно через параметры систем. Получены необходимые и достаточные условия отсутствия недостижимых значений, явные формулы для коэффициентов динамических регуляторов. Впервые в литературе изучаются задачи модального управления для различных классов систем с последействием, получены эффективные критерии разрешимости указанных задач с помощью линейного регулятора с запаздыванием по состоянию. Доказаны достаточные условия стабилизируемости систем с запаздыванием, построен динамический регулятор для таких систем.

Практическая ценность. Результаты диссертации могут быть использованы для стабилизации неустойчивых динамических систем. Полученные формулы применимы для построения регуляторов, обеспечивающих заданные свойства вновь создаваемых систем.

Апробация. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на II Всесоюзной конференции по качественной теории дифференциальных уравнений, ее применениям и методике преподавания в ВУЗах (г.Самарканд, октябрь 1973г.), на II Поволжской конференции по автоматическому управлению (г.Казань, июнь 1974г.), на IV Республиканской конференции математиков Белоруссии (г.Минск, июнь 1975г.), на IV Всесоюзной конференции по теории и приложениям дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом (г. Киев, сентябрь 1975г.), на Всесоюзном симпозиуме по оптимальному управлению и дифференциальным играм (г.Тбилиси, июнь 1976г.).

Работа неоднократно обсуждалась на объединенном семинаре по проблемам оптимального управления Института математики АН БССР и Белгосуниверситета им.В.И.Ленина.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах /I-5/.

Объем работы. Диссертация, выполненная на [illegible] страницах, состоит из введения, двух глав, приложения и списка литературы (258 наименований).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан подробный обзор работ советских и зарубежных исследователей по модальному управлению. Первая глава посвящена изучению изменений в спектре систем линейных дифференциальных уравнений при воздействии линейных регуляторов типа обратной связи, вторая глава - различным задачам модального управления для систем с отклоняющимся аргументом.

Вначале выделены собственные числа матрицы инвариантные при замыкании линейной системы

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{I}$$

где x-n - вектор состояния; u-r - вектор управления; A, B - постоянные матрицы соответствующих размеров, линейной обратной связью по состоянию.

$$u = Qx \tag{2}$$

(Q - некоторая $r \times n$ - матрица).

Пусть $\sigma(M)$ - набор собственных значений (спектр) матрицы M.

Определение 3.I*. Собственное число $\lambda_i \in \sigma(A)$ называется S - инвариантным относительно управления (2), если для любой $r \times n$ - матрицы Q число λ_i входит в множество $\sigma(A+BQ)$ ровно S раз.

Теорема 3.I. Для того, чтобы собственное число $\lambda_i \in \sigma(A)$ было S -инвариантным относительно управления (2) необходимо и достаточно, чтобы оно было S -кратным многочлена $\varkappa(\lambda)$.

Многочлен $\varkappa(\lambda)$ строится путем определенного выбора линейно независимых векторов из матрицы управляемости $P=[B, AB, \dots, A^{n-1}B]$

Отмечено, что система (I) стабилизируема регулятором (2) тогда и только тогда, когда полином $\varkappa(\lambda)$ является гурвицевым.

---

*Нумерация определений и теорем соответствует их нумерации в диссертации.

В реальных системах часто состояние $x(t)$ недоступно измерению, а наблюдается выход.

$$y = Cx, \tag{3}$$

где $C-(m\times n)$ - матрица.

Пусть система (I) замыкается обратной связью

$$u = Q_1 y \qquad (Q_1 - r\times m \text{ -матрица}). \tag{4}$$

Справедлива

Теорема 4.I. Для того, чтобы в полностью управляемой системе (I) число $\lambda_p \in \sigma(A)$ было k - инвариантным относительно управления типа (4) необходимо и достаточно, чтобы $\gamma(\lambda_p)=0, \ldots, \ldots, \gamma^{(k-1)}(\lambda_p)=0,\ \gamma^{(k)}(\lambda_p)\neq 0.$

Многочлен $\gamma(\lambda)$ строится путем выбора линейно независимых строк из матрицы наблюдаемости системы (I) по выходу (3) $H' = [C', A'C', \ldots, (A')^{n-1}C']$.

Далее изучается влияние на спектр замкнутой системы динамических регуляторов

$$u^{(p)}(t) + \sum_{i=0}^{p-1} K_i u^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^{p} \Theta_i y^{(i)}(t), \tag{5}$$

где $\Theta_i-(r\times m);\ K_i-(r\times r)$ - постоянные матрицы.

При этом получен следующий результат

Теорема 4.2. При любых Θ_i, K_i и любом натуральном p регулятор (5) изменяет те и только те собственные числа системы (I), (3), которые принадлежат одновременно полностью управляемой и полностью наблюдаемой части системы.

Следствием теоремы 4.2 является критерий стабилизируемости:

Для того, чтобы система (I),(3) была стабилизируемой регулятором (5) необходимо и достаточно, чтобы полином $\varkappa(\lambda)\cdot\gamma(\lambda)$ был гурвицевым. В дальнейшем рассматривается полностью управляемая и полностью наблюдаемая система (I),(3) с одним входом

$(\tau=1)$ и изучается распределение собственных чисел при замыкании ее регулятором (4).

Вначале исследуются недостижимые значения в системе с одним выходом $(m=1)$.

Определение 5.I. Комплексное число μ^* называется недостижимым значением, если $\mu^* \bar{\in} \sigma(A+bq'c)$ для любого m-вектора q.

Теорема 5.I. Для полностью управляемой и полностью наблюдаемой системы (I),(3) существует регулятор (4) такой, что в спектр замкнутой системы войдет любое заданное число μ_1, за исключением не более чем $(n-1)$-го недостижимого значения $\mu_1^*, \ldots, \mu_{n-1}^*$, задаваемых уравнением

$$\tilde{C}_n \mu^{n-1} + \tilde{C}_{n-1} \mu^{n-2} + \ldots + \tilde{C}_2 \mu + \tilde{C}_1 = 0, \qquad (6)$$

где $\tilde{C}_i = c'A^{n-i}b + d_{n-1}c'A^{n-i-1}b + \ldots + d_i c'b$; d_i – коэффициенты характеристического полинома матрицы A, $i=1,2,\ldots,n$.

Доказывается следующий критерий отсутствия недостижимых значений.

Теорема 5.2. Для того, чтобы в системе (I),(3) не было недостижимых значений необходимо и достаточно, чтобы выполнялись равенства $c'b = c'Ab = \ldots = c'A^{n-2}b = 0$.

При $m>1$ показывается, что с помощью регулятора (4) в спектр замкнутой системы можно ввести произвольную группу из m согласованных комплексных чисел за исключением некоторого множества недостижимых групп значений. Приводится критерий отсутствия таких групп.

В заключение отмечается, что с помощью известного принципа двойственности между управляемостью и наблюдаемостью аналогичные результаты получаются для системы с одним выходом и многими входами.

Для изменения всего спектра строится динамический регулятор вида (5) переводящий спектр системы.

$$\dot{x} = Ax + bu \\ y = c'x \tag{7}$$

в любой наперед заданный согласованный набор комплексных чисел $\Lambda^* = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{2n-1}\}$.

Пусть $\varphi(\lambda) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_1\lambda + \alpha_0$ – характеристический полином матрицы A ; $\varphi^*(\lambda) = \lambda^{2n-1} + \beta_{2n-2}\lambda^{2n-2} + \dots + \beta_1\lambda + \beta_0$ – полином с корнями $\mu_1, \dots, \mu_{2n-1}$. Тогда коэффициенты искомого регулятора записываются следующим образом

$$[\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{n-1}, -\kappa_0, \dots, -\kappa_{n-2}] = [\tilde{\alpha} - \beta]' \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \mathcal{D}^{-1}H^{-1} & -\mathcal{D}^{-1}H^{-1}K \\ -T_2^{-1}T_1\mathcal{D}^{-1}H^{-1} & T_2^{-1}T_1\mathcal{D}^{-1}H^{-1}K + T_2^{-1}\bar{E} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где $\mathcal{D} = PT$, P – матрица управляемости; H – матрица наблюдаемости; T, T_1, T_2, K – имеют вид:

$$T = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_{n-1} & 1 \\ \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \alpha_{n-1} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \alpha_0 & \alpha_1 \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_{n-2} & \alpha_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_{n-1} & 1 \\ \alpha_3 & \alpha_4 & \dots & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ c'b & 0 & \dots & 0 \\ c'Ab & c'b & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c'A^{n-2}b & c'A^{n-3}b & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

и векторы $\tilde{\alpha}, \beta$ равны $\tilde{\alpha}' = [0, 0, \dots, 0, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}]$, $\beta' = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{2n-2}]$.

Рассмотрены частные случаи задания системы (7) в конкретных канонических формах, при которых формула (8) значительно упрощается, описан процесс построения динамического регулятора в системе с многомерным входом и многомерным выходом.

Во второй главе изучается задача модального управления для различных классов систем с отклоняющимся аргументом.

В начале главы рассматривается система с чистым запаздыванием

$$\dot{x}(t)=A_1 x(t-h)+Bu(t), \quad t>0 \qquad (9)$$
$$x_0(\cdot)=\{\varphi(\tau),\ \tau\in[-h,0),\ x(0)=x_0\},$$

где x-n - вектор; u-r - вектор; $h>0$ - постоянное число(запаздывание); $\varphi(\tau)$ - начальная функция; A_1, B - постоянные матрицы соответствующих размеров.

Определение 7.I. Совокупность комплексных чисел λ ,удовлетворяющих соотношению $\mu_i=\lambda e^{\lambda h}$, где μ_i , $i=1,2,\dots,n$, - собственные числа матрицы A_1 , называется цепочкой корней характеристического уравнения системы (9); число μ_i называется характеристикой цепочки.

Система (9) замыкается обратной связью

$$u(t)=Qx(t-h). \qquad (10)$$

Теорема 7.I. Произвольный согласованный набор из n комплексных чисел при некоторой $r\times n$ - матрице Q является характеристиками цепочек корней замкнутой системы (9),(10) тогда и только тогда, когда система (9) относительно управляема.

Получены эффективные достаточные условия стабилизируемости системы (9) регулятором (10), рассмотрена задача управления характеристиками цепочек корней обратной связью по выходу $y(t)=Cx(t-h)$.

Далее изучается замыкание системы

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+A_1x(t-h)+Bu(t), \quad t>0,$$
$$x_0(\cdot)=\{x(\tau)=\varphi(\tau),\ -h\le\tau<0,\ x(0)=x_0\}, \qquad (11)$$

A, A_1, B - постоянные матрицы; $h>0$ - постоянное запаздывание; $\psi(\tau)$ n - вектор-функция; $x_0 \in R_n$)линейным регулятором с запаздыванием по состоянию

$$u(t)=\sum_{j=0}^{\theta} Q_j\, x(t-jh),\ t>0, \qquad (12)$$

$$(x(t)=\psi(t),\ t\in[-h,0],\ x(0)=x_0,\ x(\tau)\equiv 0,\ \tau<-h).$$

Задача 8.1. Найти параметрический критерий, когда для произвольного набора действительных чисел $\check{z}_{ij}$ $(j=0,1,\dots i;\ i=1,2,\dots,n)$ существуют число θ $(0\le\theta<+\infty)$ и $z\times n$ - матрицы Q_j; $j=0,1,\dots,\theta$, такие, что характеристическое уравнение

$$\psi^*(\lambda, e^{-\lambda h})=det\{\lambda E-A-A_1e^{-\lambda h}-B\sum_{j=0}^{\theta}Q_je^{-\lambda jh}\}=0$$

замкнутой системы (11),(12) имеет вид

$$\lambda^n+\sum_{i=1}^{n}\check{z}_{ij}\lambda^{n-i}e^{-\lambda jh}=0.$$

Доказано, что необходимым условием разрешимости задачи 8.1 является поточечная управляемость исходной системы, т.е. выполнение условия $rank\{B,(A+\varkappa A_1)B,\dots,(A+\varkappa A_1)^{n-1}B\}=n$ при некотором $\varkappa$, $-\infty<\varkappa<\infty$. Для системы с одним входом получен следующий критерий разрешимости поставленной задачи.

Теорема 8.2. Для того, чтобы задача 8.1 была разрешима, необходимо и достаточно, чтобы

$$det\{B,(A+\varkappa A_1)B,\dots(A+\varkappa A_1)^{n-1}B\}\equiv const\ne 0. \qquad (13)$$

При этом в качестве числа θ достаточно взять $n(n+1)/2$.

Отмечается, что условие (13) достаточно для стабилизируемости системы (11) регулятором (12). Показывается на примере, как используя метод $\mathcal{D}$-разбиений в некоторых случаях можно строить стабилизирующий регулятор вида (12),если условие (13) не имеет места.

В следующем параграфе рассмотрена система с многими запаздываниями по состоянию

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{\ell} A_i x(t-h_i) + bu(t),\ t>0,$$
$$x_0(\cdot) = \{x(\tau) \equiv 0,\ \tau \in [-h_\ell, 0)\quad x(0) = x_0\}, \tag{I4}$$

где $A_0,\dots,A_\ell - n\times n$ – постоянные матрицы; $b - n$ – вектор; $0 = h_0 < h_1 < \dots < h_\ell$ – постоянные запаздывания, $x_0 \in R_n$.

Теорема 9.I. Для того, чтобы при любых действительных z_{ij} $(i=0,1,\dots,n-1,\ j=0,1,\dots,\kappa)$, $\delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_\kappa$, $\delta_0 = 0$, (κ – любое фиксированное целое число, $\kappa \geq 0$) существовал регулятор

$$u(t) = \sum_{j=0}^{\theta} q_j' \; x(t-\delta_j),\ x(\tau) \equiv 0,\ \tau < 0. \tag{I5}$$

такой, что характеристическое уравнение замкнутой системы (I4),(I5) имело вид

$$\bar{\varphi}(\lambda) = \lambda^n + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{\kappa} z_{ij}\, e^{-\lambda \delta_j} \lambda^i = 0,$$

необходимо и достаточно, чтобы

$$\det\left\{b, \left(\sum_{i=0}^{\ell} A_i\, æ^{h_i}\right) b, \dots, \left(\sum_{i=0}^{\ell} A_i\, æ^{h_i}\right)^{n-1} b\right\} \equiv$$
$$\equiv const \neq 0,\quad 0 \leq æ \leq +\infty.$$

Задача модального управления системами нейтрального типа

$$\dot{x}(t) - Ax(t) + A_1 x(t-h) + \mathcal{D}\dot{x}(t-h) + bu(t);\ t>0,$$
$$x_0(\cdot) = \{x(t) = \psi(t),\ t \in [-h, 0),\ x(0) = x_0\}, \tag{I6}$$

где $x - n$ – вектор; $u(t)$ – скалярное управление; $A, A_1, \mathcal{D}, b$ – постоянные матрицы соответствующих размеров; $\psi(t)$ – непрерывно-дифференцируемая n – вектор-функция; $x_0 \in R_n$, решена в предположении нильпотентности матрицы $\mathcal{D}$.

Пусть S – индекс нильпотентности матрицы $\mathcal{D}$. К системе (I6) присоединяется регулятор

$$u(t) = \sum_{j=0}^{\theta} q_j' \; x(t-jh),$$
$$x(t) \equiv 0,\ t < -h. \tag{I7}$$

Теорема 10.1. Для того, чтобы при любых действительных числах τ_{ij} $(i=\overline{0,n-1};\ j=\overline{0,Sn})$ существовали число θ $(0\le\theta<+\infty)$ и n - векторы q_j такие, что характеристическое уравнение замкнутой системы (16),(17) имеет вид $\varphi^*(\lambda,e^{-\lambda h})=\lambda^n+\sum\limits_{i=0}^{n-1}\sum\limits_{j=0}^{Sn}\tau_{ij}\lambda^i e^{-\lambda_j h}=0,$

необходимо и достаточно выполнения условия

$$\det\{(E-\varkappa D)^{-1}B,(E-\varkappa D)^{-1}(A+\varkappa A_1)(E-\varkappa D)^{-1}B,\dots,$$
$$\dots,(E-\varkappa D)^{-1}(A+\varkappa A_1)^{n-1}(E-\varkappa D)^{-1}B\}\equiv const\ne 0.$$

Исследование системы с многими запаздываниями по состоянию и управлению вида

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=0}^{\ell}A_i\,x(t-h_i)+\sum_{i=0}^{\ell}B_i\,u(t-h_i),\ t>0,$$
$$x_0(\cdot)=\{x(\tau)\equiv 0,\ \tau\in[-h_\ell,0),\ x(0)=x_0\}$$

приводит к следующему критерию разрешимости задачи модального управления $\det\{\sum\limits_{i=0}^{\ell}B_i\varkappa^{h_i},\ (\sum\limits_{i=0}^{\ell}A_i\varkappa^{h_i})\sum\limits_{i=0}^{\ell}B_i\varkappa^{h_i},\dots$

$$\dots,(\sum_{i=0}^{\ell}A_i\varkappa^{h_i})^{n-1}\sum_{i=0}^{\ell}B_i\varkappa^{h_i}\}\equiv const,\ 0\le\varkappa<+\infty.$$

В последнем параграфе диссертации изучается построение динамического регулятора для систем с запаздыванием.

Для системы (11) с достаточно гладкой начальной n - вектор функцией $\psi(\tau)$ и выходом

$$y(t)=c'x(t) \qquad (18)$$

рассмотрена

Задача 12.1. При каких условиях на параметры системы (11), (18) для заданного набора действительных чисел τ_{ij} существуют числа $\beta_{ij},\alpha_{ij},p,k,N,M$ такие, что характеристическое уравнение системы (11),(18) замкнутой динамическим регулятором

$$u^{(m)}(t)+\sum_{i=0}^{p-1}\sum_{j=0}^{k}\alpha_{ij}\,u^{(i)}(t-jh)=\sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{M}\beta_{ij}\,y^{(i)}(t-jh)$$

имеет вид

$$\varphi^*(\lambda,e^{-\lambda h})=\lambda^{n+p}+\sum_{i=1}^{n+p}\sum_{j=0}^{i}\tau_{ij}\,\lambda^{n+p-i}e^{-\lambda_j h}=0.$$

Теорема I2.I. Задача I2.I разрешима, если выполнено условие (I3) и

$$\det\{c, (A' + \varkappa A_1')c, \ldots, (A' + \varkappa A_1')^{n-1}c\} \equiv const \neq 0.$$

При этом $\rho = n-1$, $N = n-1$.

Аналогично для системы (I4),(I8) имеет место следующая теорема.

Теорема I2.2. Если выполнены условия

$$\det\{b, (\sum_{i=0}^{\ell} A_i \varkappa^{h_i})b, \ldots, (\sum_{i=0}^{\ell} A_i \varkappa^{h_i})^{n-1}b\} \equiv const \neq 0,$$

$$\det\{c, (\sum_{i=0}^{\ell} A_i' \varkappa^{h_i})c, \ldots, (\sum_{i=0}^{\ell} A_i' \varkappa^{h_i})^{n-1}c\} \equiv const \neq 0,$$

то существуют числа $\rho, h, N, M, \alpha_{ij}, \beta_{ij}$, $\delta_0 = 0$, $\delta_0 < \delta_1 < \ldots < \delta_K$, $K > 1$, такие, что характеристическое уравнение системы (I4),(I8); замкнутой регулятором

$$u^{(\rho)}(t) + \sum_{i=0}^{\rho-1}\sum_{j=0}^{h} \alpha_{ij} u^{(i)}(t - \delta_j) = \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{M} \beta_{ij} y^{(i)}(t - \delta_j) \qquad (19)$$

имеет вид

$$\varphi^*(\lambda) = \lambda^{n+\rho} + \sum_{i=1}^{n+\rho}\sum_{j=0}^{n+\rho} \check{z}_{ij} \lambda^{n+\rho-i} e^{-\lambda \varepsilon_j} = 0, \qquad (20)$$

где $0 = \varepsilon_0 < \varepsilon_1 < \ldots < \varepsilon_{n+\rho}$; $\check{z}_{ij}$ – произвольные действительные числа.

Рассмотрен также случай, когда в измерительном устройстве имеются запаздывания

$$y(t) = \sum_{i=0}^{S} (c^i)' x(t - \tau_i), \qquad (21)$$

где c^i – n – векторы; $0 = \tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_S$ – постоянные запаздывания. Например, для системы с многими по состоянию и управлению

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{\ell} A_i x(t - h_i) + \sum_{i=0}^{\ell} b_i u(t - h_i), \quad t > 0, \qquad (22)$$

$$x_0(\,) = \{x(\tau) \equiv 0, \tau \leq 0\}$$

и выходом (21) результат имеет следующий вид.

Теорема I2.3. Для существования динамического регулятора вида (I9) приводящего характеристическое уравнение замкнутой системы (22),(2I),(I9) к виду (20) достаточно выполнения следующих условий

$$\det\Big\{\sum_{i=0}^{\ell} b_i \varkappa^{h_i},\ \Big(\sum_{i=0}^{\ell} A_i \varkappa^{h_i}\Big)\sum_{i=0}^{\ell} b_i \varkappa^{h_i},\ \dots,$$
$$\dots,\Big(\sum_{i=0}^{\ell} A_i \varkappa^{h_i}\Big)^{n-1}\sum_{i=0}^{\ell} b_i \varkappa^{h_i}\Big\} \equiv const \neq 0,$$
$$\det\Big\{\sum_{i=0}^{s} c^i \varkappa^{\tau_i},\ \Big(\sum_{i=0}^{\ell} A_i' \varkappa^{h_i}\Big)\sum_{i=0}^{s} c^i \varkappa^{\tau_i},\ \dots,$$
$$\dots,\Big(\sum_{i=0}^{\ell} A_i' \varkappa^{h_i}\Big)^{n-1}\sum_{i=0}^{s} c^i \varkappa^{\tau_i}\Big\} \equiv const \neq 0,\quad 0 \le \varkappa < +\infty.$$

В приложении результаты диссертации иллюстрируются на некоторых практических задачах. В §I построен динамический регулятор, который стабилизирует систему автоматизированного скоростного транзита автомобилей, используя при этом только отклонения по положению, §2 посвящен построению регулятора с запаздыванием по состоянию вида (I2) для модального управления в системе, описывающей автоматический реостатный регулятор напряжения переменного тока. В §3 построен динамический регулятор для генератора с запаздыванием.

Автор глубоко благодарен своему научному руководителю профессору Р.Габасову за постоянную помощь и неизменное внимание к работе.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Асмыкович И.К., Марченко В.М. Тезисы доклада "О стабилизируемости и управляемости дифференциальных уравнений", III Всесоюзная конференция по качественной теории дифференциальных уравнений. Отпечатано на ротапринте МСС ОКМП при облстатуправлении, Самарканд, 1973.

2. Асмыкович И.К. К частичной проблеме управления спектром. Вестник БГУ, сер.I, 1974.

3. Асмыкович И.К. Об инвариантности спектра линейных динамических систем. Вестник БГУ, сер.I, №2, 1975.

4. Асмыкович И.К. Тезисы доклада "Об управляемости спектром в системах с неполной информацией". IУ Республиканская конференция математиков БССР. Из-во Белгосуниверситета им. В.И.Ленина, Минск, 1975.

5. Асмыкович И.К., Марченко В.М. Тезисы доклада "Поточечная управляемость и управляемость спектра систем с отклоняющимся аргументом". IУ Всесоюзная конференция по теории и приложениям дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Из-во "Наукова думка", Киев, 1975.