

## РАСЧЕТ МОЩНОСТИ ПРИВОДА КРАСОЧНОГО АППАРАТА

The abstract: In this article make up dissipative function for decide of the mechanical energy ink that necessary for overcomings viscosity tension of the work flow. With helping of the program for MathCAD make up solve of the mechanical energy in depending ink quantities in the work flow.

Краскоподающие и дозирующие устройства машин высокой, офсетной печати представляют собой красочную ванну, ограниченную боковыми стенками, дукторный цилиндр, который купается в краске, и ракель, который прижимается к дукторному цилиндру. Для описания течения краски в красочной ванне разработана математическая модель, основанная на теории движения идеальной жидкости [1]. Данная модель позволяет найти распределение скоростей и давление в потоке невязкой жидкости. Расчетная схема показана на рис. 1.

В то же время при проектировании краскоподающих и дозирующих устройств требуется определить усилие, которое необходимо приложить к валику для проворачивания краски. Как показывает опыт, для проворачивания дукторного цилиндра требуется значительное усилие. Поэтому важным является учет энергетических затрат, необходимых для преодоления сопротивления вязкой жидкости. Так как краска в красочной ванне имеет вид валика большой, относительно его диаметра, протяженности, то можно перейти к рассмотрению некоторого сечения этого валика.

Если в некоторый момент времени неподвижной жидкости сообщить некоторый импульс, то жидкость придет в движение, которое в идеальной жидкости будет существовать неограниченно долго, а в вязкой жидкости будет постепенно затухать вследствие диссипации

энергии по потоку. Но если к потоку приложить какое-то постоянное внешнее усилие, которое будет компенсировать диссипацию, то в вязкой жидкости появится стационарное, не зависящее от времени поле скоростей. При этом затраты энергии, необходимой для обеспечения стационарности вязкого потока, зависят напрямую от количества жидкости, которая находится в рабочем слое.

В [2] понятие диссипации определяется как переход части энергии упорядоченных процессов в энергию неупорядоченных процессов, и в конечном итоге — в теплоту. Приток тепла в единицу времени на единицу объема жидкости имеет вид [3]:

$$\rho T \frac{\partial S}{\partial t} = \Phi \dots D + PD_I + Q,$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $T$  — абсолютная температура;  $\Phi$  — тензор напряжений;  $D$  — тензор скоростей деформаций;  $D_I$  — первый скалярный инвариант тензора скоростей деформаций;  $P$  — давление;  $Q$  — приток тепла, которое подводится в единицу времени за счет теплопроводности и других внешних факторов. Величина  $\omega_i = \Phi \dots D + PD_I$  представляет собой приток тепла в элементе жидкости в единицу времени на единицу объема за счет форм энергии, отличных от  $Q$ . Значит,  $\omega_i$  является скоростью диссипации энергии, обусловленной внутренним трением. Эта величина носит название диссипативной функции. Так как

$$\Phi = -PI + \left(\chi - \frac{2}{3}\mu\right)ID_I + 2\mu D,$$

кроме того,  $D \dots I = D_I$ , то

$$\omega_i = 2\mu \left[ (D \dots D) - \frac{1}{3}D_I^2 \right] + \chi D_I^2, \quad (1)$$

где  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости;  $\chi = \lambda + \frac{2}{3}\mu$  — модуль всестороннего сжатия;  $\lambda$  — второй коэффициент вязкости. Для несжимаемой жидкости  $D_I = 0$  всегда. Для декартовой системы координат справедливо равенство

$$D = \sum_{r,s=1,2,3} e_{rs}(i_r; i_s), \quad e_{rs} = e_{sr} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial q_r}{\partial x_s} + \frac{\partial q_s}{\partial x_r} \right). \quad (2)$$

Тогда (1) запишется в виде

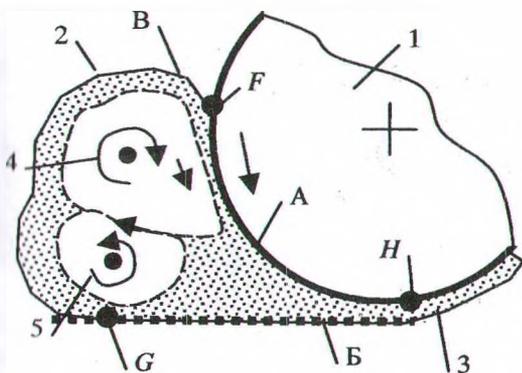


Рис. 1. Схема течения краски в поперечном сечении валика и рабочего слоя: 1 — валик-ракель; 2 — краска; 3 — печатная форма; 4, 5 — циркуляционные потоки; F, G, H — точки, отмечающие границы потока; A, B, В — границы потока

$$\omega_I = 2\mu \left[ 2(e_{23}^2 + e_{31}^2 + e_{12}^2) + \frac{1}{3}(e_{22} - e_{33})^2 + \frac{1}{3}(e_{33} - e_{11})^2 + \frac{1}{3}(e_{11} - e_{22})^2 \right] + \chi(e_{11} + e_{22} + e_{33})^2.$$

Для несжимаемой жидкости  $\chi = 0$ , поэтому

$$\omega_I = 2\mu[(D...D)] = 2\mu \left[ e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2 + 2e_{23}^2 + 2e_{31}^2 + 2e_{12}^2 \right].$$

Учитывая (2) и то, что рассматривается двумерное течение, получим:

$$\omega_I = 2\mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Показанная диссипативная функция представляет собой скорость диссипации в единицу времени в единице объема. Составляющие вектора скорости  $u, v$  находятся из модели течения идеальной жидкости. Для области, занятой жидкостью, общую скорость диссипации можно найти интегрированием локальной скорости диссипации по всей жидкой области [4]:

$$W_I = \int_V \omega_I dV = \int_V 2\mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy dz. \quad (4)$$

Мощности внешних сил имеет размерность  $F \cdot L \cdot T^{-1}$ , где  $F$  — единица силы;  $L$  — единица длины;  $T$  — единица времени. Размерность диссипативной функции  $F \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}$ . В случае нахождения  $W_I$  ее размерность имеет вид  $(F \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}) \cdot (L)^3 = F \cdot L \cdot T^{-1}$ . То есть размерность диссипативной функции совпадает с размерностью механической мощности. Таким образом, найдя функцию  $W_I$ , можно определить мощность, которую необходимо затратить для преодоления сопротивления краски в красочной ванне для постоянного вращения цилиндра. Для определения диссипации разработана программа для пакета MathCad под названием «DISSIP», в которой рассчитываются значения функции (3) в области, занятой рабочим слоем жидкости. Для моделирования циркуляционных потоков приняты вихри. Под ними понимаются вихревые нити, скорости которых устремлены к бесконечности, а радиус — к нулю с тем, чтобы интенсивность вихря оставалась постоянной. Из практики известно, что при вращении вязкой жидкости существует область, в которой жидкость вращается как твердое тело, без перемешивания. Для определения

размеров такой области принято выражение, которое используется для расчета радиуса области, свободной от вращения в атмосферных

циклонах:  $R = \sqrt{\frac{\Gamma^2 \rho}{2P_{\text{атм}}}}$ , где  $\Gamma$  — интенсив-

ность вихря;  $P_{\text{атм}}$  — атмосферное давление;  $\rho$  — плотность жидкости.

На рис. 2 показана графическая интерпретация диссипации, рассчитанной с помощью программы «DISSIP». В частности, изображено распределение диссипации по рабочему слою жидкости. Из рисунков видно, что распределение диссипации происходит неравномерно по зоне течения. Максимальные значения диссипативной функции сосредоточены вокруг циркуляционных потоков (4, 5 на рис. 1), а в области наименьшего зазора между цилиндром и линией качения значение диссипативной функции малоб.

Анализ выражения (3) показывает, что диссипативная функция будет равна нулю только в том случае, когда все слагаемые, каждое по отдельности, будут равны нулю. То есть функция равна нулю только в том случае, когда жидкое тело движется как квазитвердое. Поскольку вокруг вихревых нитей образуются области, в которых происходит вращение жидкости без перемешивания, то значение диссипации внутри этих областей принимаем равным нулю. По этой причине распределение диссипативной функции вокруг вихрей имеет вид кратера. В области, занятой цилиндром, диссипативная функция также равна нулю.

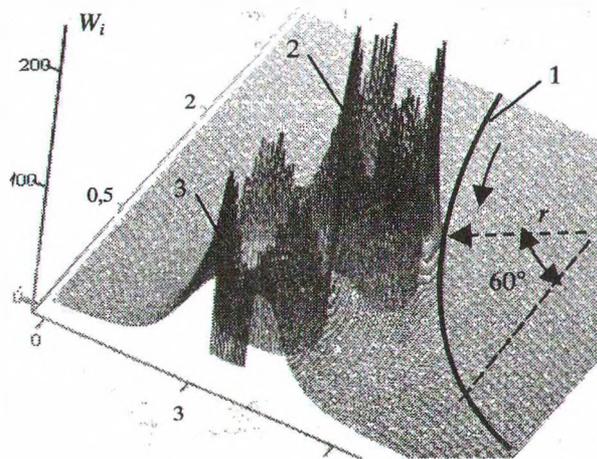


Рис. 2. Распределение диссипативной функции по области течения. Угол, ограничивающий количество жидкости в рабочем слое  $\alpha = 60^\circ$ . Интенсивность вихрей:  $\Gamma_1 = V_\infty r$ ;  $\Gamma_2 = 0,4$ ;  $\Gamma_3 = 0,5$ ;  $V_\infty = 13$  см/с. 1 — контур цилиндра; распределение диссипативной функции вокруг: 2 — второго вихря; 3 — третьего вихря

Также на рис. 2 можно отметить резкое увеличение значения диссипативной функции при приближении к вихрю. На рис. 3 показано то же, что и на рис. 2, но в виде линий равных значений диссипативной функции. Рис. 3 подтверждает сказанное выше — из-за концентрации диссипации вокруг вихрей на рисунке изображены линии равных значений диссипативной функции в области вихрей и не отображаются в других областях зоны течения. Область жидкости, вращающаяся как твердое тело, имеет вид окружности, центр которой совпадает с центром вихря. На рис. 3 таких областей две, они отмечены цифрами 2 и 3.

Для определения энергии, необходимой для компенсации затухания скорости потока вследствие диссипации энергии, необходимо вычислить интеграл, входящий в выражение (4). Поскольку рассматривается плоский случай, то задача сводится к выражению:

$$W_I = \int_{A_1}^{-A_2} \int_{B_1}^{-B_2} \omega_I dx dy + \int_{C_1}^{C_2} \int_{D_1}^{D_2} \omega_I dx dy, \quad (5)$$

где  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$  — границы интегрирования по области, ограничивающей рабочий слой жидкости (рис. 1). Для показанного случая

$$A_1 = -\sqrt{r_4^2 - (y - y_4)^2}; \quad A_2 = \sqrt{r_4^2 - (y - y_4)^2};$$

$$B_1 = -\sqrt{r_4^2 - (x - x_4)^2}; \quad B_2 = \sqrt{r_4^2 - (x - x_4)^2};$$

$$C_1 = 0; \quad C_2 = F;$$

$$D_1 = A_2 = \sqrt{r_4^2 - (y - y_4)^2};$$

$$D_2 = -\sqrt{r_4^2 - (y - y_1)^2},$$

где  $x_4, y_4, r_4$  — координаты центра и радиус окружности, ограничивающей свободную поверхность рабочего слоя;  $F$  — точка, принадлежащая границе области интегрирования, показана на рис. 1. Причем из показанной области интегрирования необходимо исключить области, отмеченные цифрами 2 и 3 на рис. 3, в которых не происходит перемешивания жидкости.

С геометрической точки зрения вычислить значение выражения (5) — означает найти объем тела, показанного на рис. 2, и ограниченного линиями 5, показанными на рис. 3. Причем в проекции скоростей  $u$  и  $v$  на оси координат  $X$  и  $Y$ , входящие в (5), входят по шестнадцать слагаемых, найденных с использованием модели сплошной жидкости. При вычислении интеграла с указанными подынтегральными функциями получаются длинные алгебраические выражения, что существенно усложняет их анализ. С другой стороны, наиболее важным в данной ситуации являются численные значения интегралов. Кроме того, значения выражения (4) можно вычислить для любой точки области

интегрирования. Вследствие этого наиболее рационально использовать численный метод вычисления выражения (5).

Для функций, характеризующихся большими перепадами значений, рекомендована [5] формула параболических трапеций (Симпсона), которая для двойного интеграла имеет вид

$$W_I = \frac{b-a}{n} \frac{c-a}{m} \left[ \frac{(x_0 + x_n)(y_0 + y_m)}{2} + (x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_m) + 2 \left( \frac{x_1 y_1}{2} + \frac{x_3 y_3}{2} + \dots + \frac{x_{n-1} y_{m-1}}{2} \right) \right],$$

где  $a, b, c$  — пределы интегрирования;  $n, m$  — количество шагов интегрирования по осям  $x$  и  $y$  соответственно;  $x_0, \dots, x_n, y_0, \dots, y_m$  — значения функции  $\omega_I$  в соответствующих точках.

В программе «DISSIP» разработан программный модуль, в котором реализован указанный способ. На рис. 4 показана зависимость вычисленного значения механической мощности, требуемой для проворачивания жидкости в рабочем слое, от количества жидкости для жидкости разной вязкости, которая обозначена  $\mu$ . Количество жидкости задается углом  $\alpha$ .

На рис. 5 приведен график зависимости механической мощности от вязкости жидкости при максимальном количестве жидкости разной плотности в рабочем слое. Плотность варьируется от 0,00095 кг/см<sup>3</sup> до 0,0019 кг/см<sup>3</sup>.

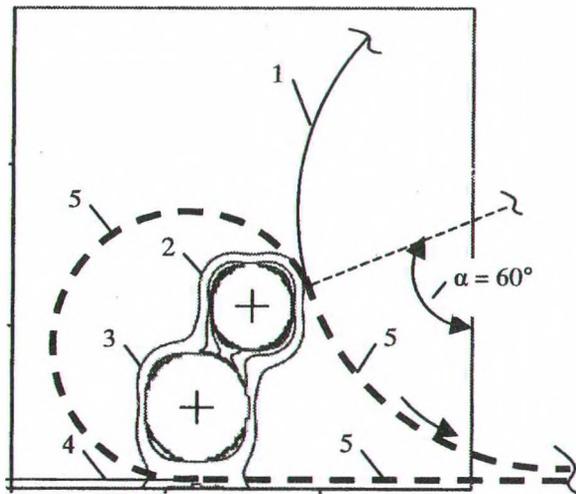


Рис. 3. Распределение диссипативной функции по области течения в виде линий равных значений: 1 — контур цилиндра; 2 — распределение диссипативной функции вокруг верхнего вихря второй пары; 3 — распределение диссипативной функции вокруг верхнего вихря третьей пары; 4 — линия качения; 5 — контур рабочего слоя жидкости

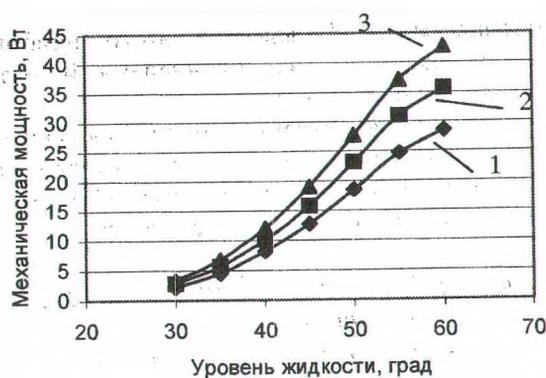


Рис. 4. Механическая мощность для проворачивания жидкости в рабочем слое: 1 —  $\mu = 0,008$ ; 2 —  $\mu = 0,01$ ; 3 —  $\mu = 0,012$

Для получения полной механической энергии, необходимой для проворачивания валик-ракем жидкости в рабочем слое, нужно полученное значение умножить на длину валика.

#### Литература

1. Литунов, С. Н. О математической модели течения краски в красочном аппарате трафаретных машин / С. Н. Литунов // Известия вузов. Проблемы полиграфии и издательского дела. — № 4. — 2006. — С. 13–25.

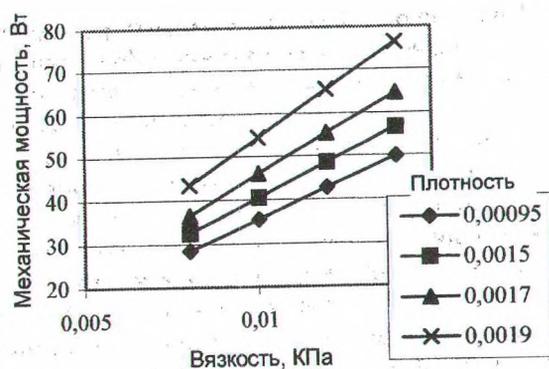


Рис. 5. Зависимость механической мощности от вязкости жидкости в рабочем слое для жидкости разной плотности.  $\alpha = 60^\circ$

2. Советский энциклопедический словарь / под ред. А. М. Прохорова. — Изд. второе. — М.: Советская энциклопедия, 1987. — С. 396.

3. Милн-Томсон, Л. М. Теоретическая гидродинамика / Л. М. Милн-Томсон. — М.: Мир, 1964. — С. 178.

4. Хаппель, Дж. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / Дж. Хаппель, Г. Бреннер. — М.: Мир, 1976. — С. 45.

5. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. — М.: Наука, 1977. — С. 481.