УДК 658.5

Кулак М. И., профессор; Ничипорович С. А., доцент; Нестерович К. Н., аспирант

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ПОТОКА В СХЕМАХ ОРГАНИЗАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

The article is devoted to the problems of researching of organizational structures in the print-and-publishing complex of Belarus. The object of researching is general theory of the process of circulation of information through levels of management system. It is possible to calculate real schemes of management system with the use of received formulas. The given article can be used also in the calculation of information losses in all types of schemes of management. There are examples of calculations of fractal dimensions for objects with various norm of controllability in the article. The theory is applied on the calculations of fractal dimensions and losses of information during its passage through levels of management system.

Объем информации, необходимой для управления организацией, растет в арифметической, а количество возможных сочетаний ее элементов увеличивается в геометрической прогрессии. Отсюда очевидна зависимость проходящего потока информации от организационной структуры предприятия. Чем больше связей, элементов и уровней в системе, тем более ясным должно быть сообщение, так как в результате определенных факторов передаваемая информация будет искажаться — часть исходной информации теряется, взамен может добавляться новая. Рассчитав по определенным критериям организационную структуру предприятия, можно выявить приблизительный процент потери исходной информации и, таким образом, сделать выводы о необходимости внесения изменения в организационную структуру.

Можно провести аналогию между схемой управления и электрической цепью [1]. Участок схемы управления функционально подобен участку цепи. Будем считать, что управляющие воздействия образуют в системе управления информационный поток с интенсивностью $k$, распределенный в соответствии с законом Пуассона [2]:

$$I(t) = ke^{-kt}. \tag{1}$$

При наличии в системе управления информационного потока считаем, существует нечто эквивалентное сопротивлению в электрических схемах $R$. Напряжению $U$ соответствует информационная энтропия Шеннона $H$ [2]. С учетом этого

$$H = R_s ke^{-kt}. \tag{2}$$

В теории управления энтропия системы управления отождествляется с ее сложностью и называется системной сложностью схемы управления $C_o \equiv H$ [2], которая вычисляется по формуле

$$C_o = \sum_{i=1}^{N} \log_2 \lambda_i, \tag{3}$$

где $N$ — общее количество звеньев (элементов) в схеме управления; $\lambda_i$ — норма управляемости некоторого элемента.

Далее усредним по некоторому интервалу наблюдения:

$$\int_0^T C_0 dt = R_s k \int_0^T e^{-kt} dt. \tag{4}$$

Интервал $T$ — это период времени от запуска информации (принятие решения руководителем верхнего звена управления) до стабилизации происходящих при этом процессов. Считаем, что уже на первом уровне все процессы стабилизируются.

Интервал наблюдения выбирается из условия затухания распределения Пуассона. После интегрирования (4) преобразуется к виду

$$C_0 = R_s \frac{\Delta}{T}, \tag{5}$$

где $R_s$ — общее сопротивление схемы; $\Delta = 1 - \exp(-kT)$.

Из (2.5) общее сопротивление

$$R_s = \frac{C_0 T}{1 - e^{-kT}}. \tag{6}$$

Предположим, что сопротивление $R_1$ зависит от интенсивности информационного потока $k$ (обратно пропорционально). Тогда можно записать выражение

$$R_1 = \frac{\alpha}{k}, \tag{7}$$

где $\alpha$ — коэффициент пропорциональности, находимый в результате рассмотрения предельной схемы управления с одним уровнем.

Для такой схемы степень сложности $C_{o1} = \log_2 \lambda_1$. В результате получим выражение

$$\alpha = \frac{C_{o1} T}{1 - e^{-kT}}. \tag{8}$$

После подставления (8) в (7) получим:

$$R_1 = \frac{C_0 T}{\left(1 - e^{-kT}\right) \times k}, \tag{9}$$

где $k$ — интенсивность информационного потока.

Процессу дробления информационного потока при переходе на нижележащие уровни схемы управления может быть сопоставлен геометрический объект со структурой, описываемой канторовским множеством. На каждой стадии построения множества (разветвление схемы управления) удаляется часть исходного отрезка, а оставшиеся части имеют размер, составляющий $1/a$ от длины исходного отрезка.

Таким образом, свойство самоподобия количественно выражается при помощи понятия «фрактальная размерность $D$». Если некоторую структуру можно разбить на $\lambda$ подобных друг другу и самой структуре частей (структурных единиц) в $a$ раз меньшего размера ($a > 1$), и с каждой структурной единицей сделать то же самое, то размерность такой структуры будет выражаться [3]

$$D = \frac{\ln \lambda}{\ln a}. \tag{10}$$

Реальные системы не обладают регулярностью, присущей канторову множеству. Исследуем фрактальную модель, приближенно отражающую это свойство.

Условно пакет информации можно разбить на $a$ одинаковых частей (возьмем $a$ постоянным для всех уровней системы управления одного предприятия). Каждая часть управленческого решения предназначена для определенного нижележащего звена. Значение $a$ в идеальных схемах всегда равно норме управляемости — каждому звену свой пакет информации. В реальных системах управления норма управляемости должна быть меньше $a$ ($\lambda < a$). При этом «избыточная» часть информации (например, маркетинговые исследования в отсутствии соответствующего отдела), не найдя адресата, возвращается назад к управляющему лицу, чтобы быть переадресованной в другое звено.

Для схем управления фрактальная размерность на выходе из $i$-го элемента уровня $m$

$$D_{mi} = \frac{\ln \lambda_{mi}}{\ln a},$$

где $\lambda_{mi}$ — норма управляемости элемента $i$ на уровне $m$.

При постоянном $a$:

$$\frac{D_1}{D_{mi}} = \frac{\ln \lambda_1}{\ln \lambda_{mi}}.$$

Отсюда

$$D_{mi} = D_1 \frac{\ln \lambda_{mi}}{\ln \lambda_1}. \tag{11}$$

Исходя из структуры канторовского множества, сопротивление каждой ветви последующего уровня будет в $a$ раз больше сопротивления соответствующей ветви предыдущего, так как часть потока ($1/a$) из схемы «удаляется».

При норме управляемости $\lambda$ из схемы удаляется $1–\lambda/a$ потока, сопротивление в целом на уровне будет больше в $a/\lambda$ раз. Например, для схемы с $\lambda = 4$ и коэффициентом $a = 6$ (рисунок) из шести частей информации на втором уровне остается четыре. Поток уменьшается в 6/4 ($a/\lambda$) раза, соответственным образом увеличивается сопротивление.

Для схемы управления общее сопротивление звена $j$ на уровне $m$:

$$R_{mj} = \frac{a}{\lambda_{(m-1)i}} R_{(m-1)i}. \tag{12}$$

Как видно из рисунка, фрактальная размерность во втором случае меньше. При норме управляемости, равной $a$, заполненность уровня информацией максимальна и $D = 1$. Чем меньше норма управляемости, тем меньше сопротивления встречает поток, больше коэффициент $a$, фрактальная размерность отклоняется от единицы (уменьшается), больше искажений информации и потерь. Таким образом, фрактальная размерность канторовского множества $D$ может быть использована в качестве меры «сопротивления» информационному потоку. Сопротивление же, в свою очередь, зависит от интенсивности потока и сложности схемы управления. Как следует из (6) и (8), чем выше сложность системы и меньше интенсивность информационного потока, тем больше ее сопротивление.

Для удобства сравнения возьмем интервал наблюдения, одинаковый для изучаемых схем ($T = 1000$).

Считая, что все элементы цепи соединены параллельно и что величина сопротивлений всех элементов одного уровня одинакова, определим сопротивление звена.

$$\frac{1}{R_{mj}} = \frac{1}{R_{mi}} + \frac{1}{R_{mi}} + \cdots + \frac{1}{R_{mi}}, \tag{13}$$

где $R_{mj}$ — сопротивление $j$-го звена на уровне $m$.

Из (13) получаем общее сопротивление звена $j$:

$$R_{mj} = \frac{R_{mi}}{\lambda_{(m-1)i}}, \tag{14}$$

где $R_{mi}$ — сопротивление $i$-го элемента на уровне $m$.

Отсюда сопротивление элемента $i$ на уровне $m$

$$R_{mi} = R_{mj} \times \lambda_{(m-1)i}. \tag{15}$$

С учетом (12)

$$R_{mi} = aR_{(m-1)i}. \tag{16}$$

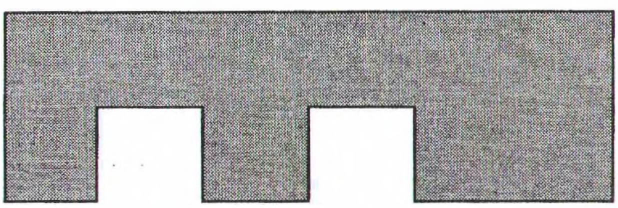

Рис. Фрактальный объект с нормой управляемости $\lambda = 4$, коэффициент $a = 6$, $D = \ln 4/\ln 6 = 0{,}774$

Подставим (16) в (14):

$$R_{mj} = \frac{R_{mi}}{\lambda} = \frac{aR_{(m-1)i}}{\lambda_{(m-1)i}}, \quad (17)$$

где $R_{(m-1)i}$ — сопротивление соответствующего элемента на предыдущем уровне.

Таким образом, сопротивление всех элементов одного уровня постоянно и не зависит от принадлежности к определенному звену. Сопротивление одного элемента на втором уровне $R_{21}$ [4]:

$$R_{21} = aR_1 .$$

Сопротивление одного элемента на третьем уровне для схем с распределенной нормой управляемости

$$R_{31} = aR_{21} = a^2 R_1 .$$

Сопротивление одного элемента на уровне $m$

$$R_{21} = aR_1 .$$

$$R_{mi} = aR_{mi} = a^{m-1} R_1 . \quad (18)$$

Таким образом, поэтапно «сворачиваем» схему, то есть находим сопротивление каждого звена и заменяем его эквивалентным. Тогда общее сопротивление схемы управления:

$$R_s = R_1 + R_{\text{экв}} . \quad (19)$$

Подставив величины сопротивлений в (19), получим следующее выражение:

$$f(a) = R_1 + R_{\text{экв}} - R_s . \quad (20)$$

После решения данного уравнения в пакете Matcad (приложения) и нахождения корня по формуле (10) рассчитывается фрактальная размерность для каждой ветви управления.

Условный процент потерь (искажения) представляется возможным рассчитать с помощью приведенной математической модели.

Исходя из структуры канторовского множества и принимая начальный поток за единицу, потери информации на первом уровне $\delta_1$ (после прохождения уровня и разделения потока) определим по формуле [4]:

$$\delta_1 = 1 - \frac{\lambda_1}{a} . \quad (21)$$

Потери на втором уровне каждого звена:

$$\delta_{21} = (1 - \frac{\lambda_{21}}{a}) I_{21} = (1 - \frac{\lambda_{21}}{a}) \frac{1}{a}, \quad (22)$$

где $y_2$ — количество «рабочих» элементов на втором уровне (проводящих информацию далее по уровням); $I_{21}$ — информационный поток, проходящий через первое звено второго уровня.

Тогда общие потери на втором и на третьем уровнях соответственно (процентные доли от исходного потока):

$$\delta_2 = (y_2 - \frac{\sum_{i=1}^{y_2} \lambda_{2i}}{a}) \frac{1}{a}, \quad (23)$$

$$\delta_3 = (y_3 - \frac{\sum_{i=1}^{y_3} \lambda_{3i}}{a}) \frac{1}{a^2} .$$

Потери на уровне $m$ в процентах будут рассчитываться по формуле

$$\delta_{mper} = (y_m - \frac{\sum_{i=1}^{y_m} \lambda_{mi}}{a}) \times \frac{1}{a^{m-1}} \times 100\%, \quad (24)$$

где $\delta_{mper}$ — потеря информации в процентах после прохождения уровня $m$; $y_m$ — количество «рабочих» элементов на уровне $m$.

Следует учитывать что, как указывалось выше, информация, не поддержанная соответствующим элементом, возвращается назад к управляющему лицу, чтобы быть переадресованной в другое звено. Таким образом, по закону сохранения «избыточная информация» не исчезает и не теряется, а на втором этапе пройдет тот же путь, что и предыдущие части. Понятие «потери» условное и касается только данного взятого отрезка времени. Происходит как бы запаздывание управленческого решения. Эта задержка тем больше, чем меньше норма управляемости $\lambda$ (не полностью заполняется уровень звеньями).

Фактически данный показатель характеризует время прохождения информации по уровням системы управления. Чем больше $\delta$, тем больше по времени организационное решение будет идти до нижнего уровня. Настоящие же организационные потери информации составляют всего небольшой процент от ее задержанной части.

## Литература

1. Лиу, С. Отклик шероховатых поверхностей на переменном токе / С. Лиу, Т. Каплан, П. Грэй; под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти // Фракталы в физике. — М.: Мир, 1988. — С. 543–551.

2. Волкова, В. Н. Основы теории систем и системного анализа / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2003. — 518 с.

3. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. — М.: Мир, 1991. — 254 с.

4. Кулак, М. И. Фрактальная структура информационного потока в схемах линейного управления / М. И. Кулак, С. А. Ничипорович, К. Н. Нестерович // Доклады НАН Беларуси — Минск, 2004. — Т. 48, № 6.— С. 21–25.