

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Increase of quality of the digital images on the basis of Iterative methods of restoration of the images.

Введение. При решении задач восстановления изображений, искаженных формирующей системой (рис. 1) [1], где u, v — координаты исходного изображения, x, y — координаты сформированного изображения, используются различные алгоритмы, как имеющие строгое математическое обоснование, так и эмпирические.

Искажения описываются уравнением свертки [2]:

$$\begin{aligned}
 s(x, y) &= h(x, y) \otimes \otimes u(x, y) = \\
 &= \iint_{(u,v) \in \Theta^{(u)}} h(x-v, y-v) u(v, v) dv dv = \\
 &= \iint_{(u,v) \in \Theta^{(h)}} h(v, v) u(x-v, y-v) dv dv, \quad (1) \\
 &(x, y) \in \Theta^{(s)},
 \end{aligned}$$

где $s(x, y)$ — изображение, полученное путем линейного искажения исходного изображения при отсутствии шума; $\otimes \otimes$ — символ двумерной свертки; $h(x, y)$ — двумерная импульсная характеристика (или ФРТ — функция рассеяния точки) линейной искажающей системы; $u(v, v)$ — значение функции яркости исходного изображения в точке с координатами (v, v) .

Одним из способов решения данной задачи являются итерационные методы восстановления изображений.

Итерационные методы восстановления изображений. Итерационными методами называют способы решения задач, в которых, выбирая некоторое начальное приближенное решение, вычисляют следующие, более точные приближения, используя предыдущие.

Рассмотрим один из способов построения итерационных процедур, основанный на разложении в ряд частотной характеристики инверсного фильтра. Спектр оценки исходного изображения при инверсной фильтрации определяется соотношением [3]

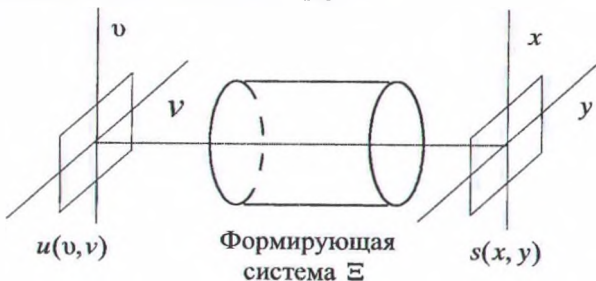


Рис. 1. Схема формирования изображения

$$\bar{U}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{H(\omega_1, \omega_2)} S(\omega_1, \omega_2). \quad (2)$$

Представим передаточную функцию инверсного фильтра $\frac{1}{H(\omega_1, \omega_2)}$ в виде геометрической прогрессии:

$$\frac{1}{H(\omega_1, \omega_2)} = \sum_{l=0}^{\infty} (1 - H(\omega_1, \omega_2))^l \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$\begin{aligned}
 \bar{U}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2) + \\
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2)) S(\omega_1, \omega_2) + \\
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2))^2 S(\omega_1, \omega_2) + \dots
 \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношение (4) позволяет представить процедуру нахождения оценки $U(\omega_1, \omega_2)$ в виде последовательных приближений:

$$\bar{U}^{(0)}(\omega_1, \omega_2) = S(\omega_1, \omega_2) \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2)) S(\omega_1, \omega_2) = \\
 &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2)) U^{(0)}(\omega_1, \omega_2);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{U}^{(2)}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2) + \\
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2)) S(\omega_1, \omega_2) + \\
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2))^2 S(\omega_1, \omega_2) = \\
 &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2)) (S(\omega_1, \omega_2) + \\
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2))^2 S(\omega_1, \omega_2)) = \\
 &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2)) U^{(1)}(\omega_1, \omega_2);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{U}^{(n)}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2) + \\
 &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2)) \bar{U}^{(n-1)}(\omega_1, \omega_2),
 \end{aligned}$$

где каждое последующее приближение вычисляется по предыдущему. Взяв преобразование Фурье от соотношений (5), получим итерационную процедуру Ван Циттера [4]:

$$\bar{u}^{(0)}(i_1, i_2) = s(i_1, i_2); \quad (6)$$

$$\bar{u}^{(n)}(i_1, i_2) = s(i_1, i_2) + (1 - h(i_1, i_2)) \otimes \bar{u}^{(n-1)}(i_1, i_2).$$

Уравнение (6) можно интерпретировать как процедуру последовательного нахождения поправок $\sigma^{(n)} = (1 - h(i_1, i_2)) \otimes \bar{u}^{(n-1)}(i_1, i_2)$ к искаженному изображению $s(i_1, i_2)$. Если в результате последовательных приближений на n -м шаге будет найдено точное решение: $\bar{u}^{(n)}(i_1, i_2) = u(i_1, i_2)$, то на последующих шагах, как нетрудно убедиться, оценка изменяться не будет. В итерационном алгоритме (6) нахождение обратного оператора заменяется на многократное вычисление свертки.

При использовании итерационных алгоритмов необходимо знать ответы на два вопроса — сходится ли он и, если сходится, то к какому решению. Сходимость алгоритма (6) к решению (2) определяется сходимостью ряда бесконечной геометрической прогрессии (3). Этот ряд сходится при $|1 - H(\omega_1, \omega_2)| < 1$, т.е. когда передаточная функция искажающей системы удовлетворяет условию

$$0 < H(\omega_1, \omega_2) < 1 \quad (7)$$

Условие (7) выполняется для гауссовской ФРТ [5]:

$$h(x, y) = K \exp[-\alpha(x^2 + y^2)].$$

Для цилиндрической ФРТ [6]

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2}, & x^2 + y^2 \leq r^2; \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (8)$$

и при равномерном смазе [7]

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \delta(x), & \text{при } 0 \leq y \leq \alpha; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (9)$$

соотношение (2) заменяют на эквивалентное соотношение

$$\bar{U}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{|H(\omega_1, \omega_2)|^2} H^*(\omega_1, \omega_2) S(\omega_1, \omega_2) \quad (10)$$

Тогда итерационный алгоритм (6) имеет вид

$$\bar{u}^{(0)}(i_1, i_2) = h_1(i_1, i_2) \otimes s(i_1, i_2); \quad (11)$$

$$\bar{u}^{(n)}(i_1, i_2) = h_1(i_1, i_2) \otimes s(i_1, i_2) + (1 - h_2(i_1, i_2)) \otimes \bar{u}^{(n-1)}(i_1, i_2),$$

где $h_1(i_1, i_2)$ и $h_2(i_1, i_2)$ — импульсные характеристики фильтров с передаточными функциями $H^*(\omega_1, \omega_2)$ и $|H(\omega_1, \omega_2)|^2$ соответственно. Свертка в (6) и (11) может быть выполнена с помощью БПФ в предположении, что изображения и импульсные характеристики являются периодически продолженными.

Очевидно, что рассмотренный итерационный алгоритм является линейным и не имеет никаких преимуществ по сравнению с линейными алгоритмами. Однако этот метод позволяет эффективно бороться с красивыми эффектами и чрезмерным усилением шумов при восстановлении изображений. Итеративный процесс всегда можно остановить, если шум и осциллирующая погрешность на изображении резко усиливаются. Остановка итеративного процесса означает усечение ряда (3), что приводит к ограничению коэффициента усиления за пределами некоторой граничной частоты. С увеличением длины ряда возрастают граничная частота и коэффициент усиления фильтра. Этот эффект иллюстрируется рис. 2, где приведены одномерные сечения частотных характеристик фильтров при 10-ти и 15-ти слагаемых в ряде (3) (сплошные линии). Здесь же для сравнения приведено одномерное сечение частотной характеристики инверсного фильтра (штриховая линия).

В качестве критерия остановки итеративного процесса использовался критерий минимума нормированной среднеквадратической ошибки оценивания [8]:

$$\epsilon^2 = \frac{1}{L_1^{(\epsilon)} L_2^{(\epsilon)} \sum_{(i_1, i_2) \in \Theta^{(\epsilon)}} (u(i_1, i_2) - \bar{u}(i_1, i_2))^2}{\frac{1}{L_1^{(\epsilon)} L_2^{(\epsilon)} \sum_{(i_1, i_2) \in \Theta^{(\epsilon)}} u(i_1, i_2)^2 - \left(\frac{1}{L_1^{(\epsilon)} L_2^{(\epsilon)} \sum_{(i_1, i_2) \in \Theta^{(\epsilon)}} u(i_1, i_2) \right)^2} \quad (12)$$

Наряду с описанными выше свойствами итерационные алгоритмы могут быть легко преобразованы в нелинейные путем введения нелинейных ограничений для восстанавливаемого изображения. Ограничения формулируются на основе априорных данных о форме или структуре объектов на исходном изображении.

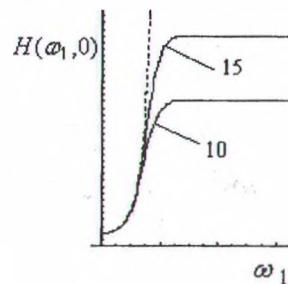


Рис. 2. Частотные характеристики итерационного фильтра на разных шагах

К априорным данным относятся такие свойства изображения, как неотрицательность яркости, ее верхний и нижний пределы, минимальная мощность сигнала, ограниченная пространственная и спектральная протяженность и т.п.

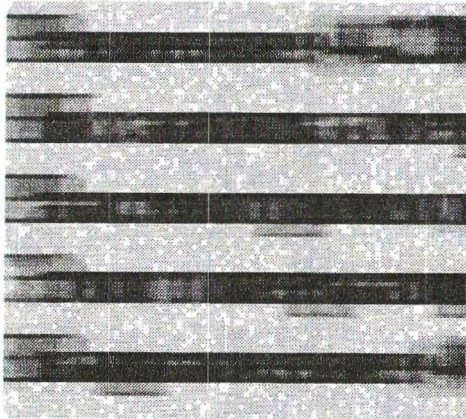
Даже учет такого простейшего ограничения, как верхний и нижний пределы значений яркости, приводит к значительному улучшению качества восстановления, т.к. среди всех возможных решений выбирается то, которое не имеет сильных осцилляций яркости [9].

Итерационный алгоритм, например (11), с ограничением имеет вид

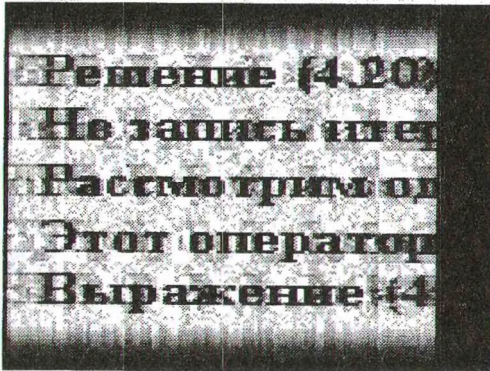
$$\hat{u}^{(0)}(i_1, i_2) = h_1(i_1, i_2) \otimes \otimes s(i_1, i_2); \quad (13)$$

Решение (4.20)
Но запись итер
Рассмотрим од
Этот оператор
Выражение (4

а)



в)



д)

$$\hat{u}^{(n)}(i_1, i_2) = h_1(i_1, i_2) \otimes \otimes s(i_1, i_2) + (1 - h_2(i_1, i_2)) \otimes \otimes \mathfrak{Z}\{\hat{u}^{(n-1)}(i_1, i_2)\},$$

где $\mathfrak{Z}\{\}$ оператор ограничения.

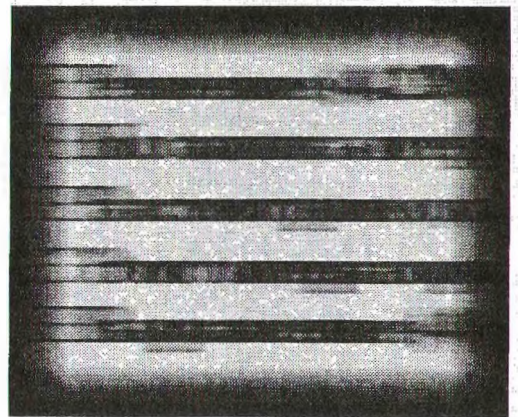
Например, если используется оператор ограничения на неотрицательность [10]

$$\mathfrak{Z}\{u(i_1, i_2)\} = \begin{cases} u(i_1, i_2); & u(i_1, i_2) \geq 0, \\ 0; & u(i_1, i_2) < 0, \end{cases}$$

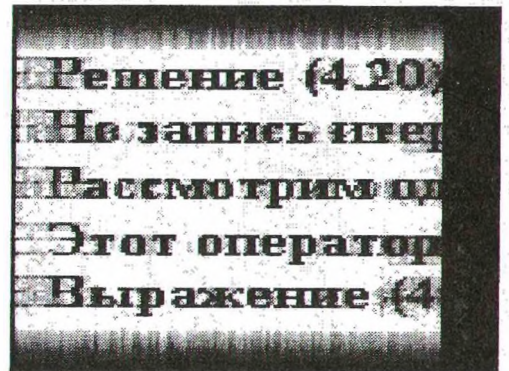
то из (13) следует, что в тех областях, где яркость оценки $\hat{u}^{(n-1)}(i_1, i_2)$ меньше нуля, изменение оценки не происходит.

Решение (4.20)
Но запись итер
Рассмотрим од
Этот оператор
Выражение (4

б)



г)



е)

Рис. 3. Восстановление изображения нелинейным итерационным алгоритмом

Нелинейный итерационный алгоритм (13) будет сходиться, если сходится линейный алгоритм (11) и оператор $\mathfrak{S}\{\cdot\}$ является нерасширяющимся.

Для пространства сигналов L_2 это означает, что действие оператора на изображение не должно приводить к увеличению его энергии. Очевидно, что к нерасширяющимся операторам относится оператор ограничения на неотрицательность, а также оператор ограничения диапазона, который определяется следующим соотношением [11]

$$\mathfrak{S}\{u(i_1, i_2)\} = \begin{cases} u(i_1, i_2); & a \leq u(i_1, i_2) \leq b, \\ a; & u(i_1, i_2) < a, \\ b; & u(i_1, i_2) > b. \end{cases} \quad (14)$$

Для большинства цифровых изображений диапазон изменения яркости равен $[0, 255]$.

Особенно эффективен этот алгоритм при восстановлении изображений с распределением яркости, близким к бинарному [12]. На рис. 3 приведены результаты восстановления изображения «Текст», где a — исходное изображение размером 98×113 ; b — часть исходного изображения, попадающая в кадра $\Theta^{(s)}$ размером 98×98 ; v — наблюдаемое изображение размером 98×98 , полученное в результате смаза исходного изображения ($L_{i_2}^{(h)} = 15$); $г$ — экстраполированное изображение размером 128×128 эл.; $д$ и $е$ — изображения, восстановленные по экстраполированному изображению итерационным линейным алгоритмом ($\varepsilon^2 = 11\%$) и итерационным алгоритмом с ограничением диапазона яркости ($\varepsilon^2 = 4.5\%$). Ошибка вычислялась по кадру $\Theta^{(e)}$ размером 68×68 .

Использование априорных данных о диапазоне изменения яркости позволило уменьшить среднеквадратическую ошибку почти в 2.5 раза. Экстраполяция обеспечила восстановление изображения в пределах кадра исходного изображения, размеры которого больше размеров кадра $\Theta^{(s)}$ наблюдаемого изображения [13]. Восстановленные изображения могут быть использованы в программах распознавания образов и текста.

Вывод. Рассмотренные итерационные алгоритмы позволяют эффективно бороться с краевыми эффектами и чрезмерным усилением шумов при восстановлении изображений. Итеративный процесс всегда можно остановить, если шум и осциллирующая помеха на изображении резко усиливаются. А использование операторов ограничения позволяет сократить количество вычислений и повысить точность восстановления.

Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970.
2. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Кн.1. — М.: Мир, 1982.
3. Беллман Р. Введение в теорию матриц / Пер. с англ.; Под ред. В. Б. Лидского. — М.: Наука, 1976.
4. Реконструкция изображений / Пер. с англ.; Под ред. Г. Старка. — М.: Мир, 1992.
5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Кн. 2. — М.: Мир, 1982.
6. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. — М.: Радио и связь, 1986.
7. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. — М.: Мир, 1978.
8. Бейтс Р., Мак-Донелл М. Восстановление и реконструкция изображений. — М.: Мир, 1989.
9. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных / Пер. с англ. — М.: Мир, 1989.
10. Грузман И. С. Компенсация краевых эффектов при коррекции линейных искажений цифровых изображений // Автометрия. — 1995. — № 2.
11. Бъемон Ж., Лагендейк Л., Мерсеро Р. М. Итерационные методы улучшения и восстановления цифровых изображений // ТИИЭР. — 1990. — № 5.
12. Хасанов А. Е., Юденков В. С. Повышение качества цифровых изображений на основе рекурсивных алгоритмов интерполяции // Труды БГТУ. Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. — 2003. — Вып. XI. — С. 51—60.
13. Юденков В. С. Хасанов А. Е. Оценка качества цифровых изображений // Труды БГТУ. Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. — 2005. — Вып. XIII. — С. 89—91.