есть всегда направлены по касательной к линии. При данных условиях, используя второй закон Ньютона, также получается уравнение (1).

Решение данного уравнения методом понижения порядка дает решение (что нетрудно проверить подстановкой):

$$y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)=ach\left(\frac{x}{a}\right). \qquad (2)$$

Найдем длину цепной линии от ее вершины до точки (x, y):

$$l=\int_0^x\sqrt{1+\left(y'\right)^2}dx=\int_0^x\sqrt{1+\frac{1}{4}sh^2\left(\frac{x}{a}\right)}dx=\int_0^x ch\left(\frac{x}{a}\right)dx=ash\left(\frac{x}{a}\right)\Bigg|_0^x=ash\left(\frac{x}{a}\right). \qquad (3)$$

УДК 51-77.330.4

Студ. Е.А. Денисова, К.А. Похожай
Науч. рук. ст. преп. Н.В. Бочило
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Разностное уравнение – уравнение, связывающее значение некоторой неизвестной функции в любой точке с её значением в одной или нескольких точках, отстоящих от данной на определенный интервал. Разностные уравнения применяются для описания дискретных систем.

В докладе приведены примеры таких уравнений в экономике. Рассмотрено линейное однородное разностное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами $x_{t+n}+a_1x_{t+n-1}+\ldots+a_nx_t=0, a_n\neq 0,$ где функция $x_t=\lambda^t, \lambda\neq 0$ будет являться его решением только тогда, когда λ удовлетворяет характеристическому уравнению $\lambda^n+a_1\lambda^{n-1}+\ldots+a_n=0.$ Общее решение неоднородного разностного уравнения $x_{t+n}+a_1x_{t+n-1}+\ldots+a_nx_t=b_t$ равно сумме общего решения соответствующего линейного однородного уравнения и частного решения данного неоднородного уравнения.

Например, при помощи разностных уравнений можно дать трактовку процессов сходимости и расходимости в паутинных моделях рынка. Пусть спрос и предложение задаются линейными функциями, но при этом спрос d зависит от цены в данный момент времени, а предложение s зависит от цены на предыдущем этапе, то есть: $d_t=a-b\cdot p_t,\ s_t=m+n\cdot p_{t-1},$ где $a,\ b,\ m,\ n$ – положительные действительные числа. Если $d_t = s_t$, то получим линейное разностное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами: $bp_t + np_{t-1} = a - m$. Используя в качестве частного решения равновесное решение: $p^* = const$, получим $p_t = C\left(-\frac{n}{b}\right)^t + \frac{a-m}{b+n}$.

Таким образом, динамика цен носит колебательный характер. При этом, если $n < b$, то последовательность цен $\{p_t\}$ будет сходиться к равновесному состоянию; если $n > b$, то с течением времени цена будет удаляться от равновесного состояния; если же $n = b$, то будут иметь место циклические колебания цены относительно равновесного состояния.

УДК 519.216.3:616-036.22

Студ. А.С. Дорош
Науч. рук. зав. кафедрой О.Н. Пыжкова
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

ПРОСТЕЙШАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭПИДЕМИИ

История количественных наблюдений за развитием эпидемий идёт с конца 19 века. Исторически первая математическая модель эпидемии была создана в 1927 году У. Кермаком и А. Маккендриком описана в статье «A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics». Учёные предложили модель для одного города с населением, неизменным во времени по численности. В общем же случаи модель достаточно сложная, зависящая как от ряда факторов, так и от вида эпидемии, что приводит к достаточно сложной системе дифференциальных уравнений.

Для простоты рассмотрим естественный ход эпидемии без какого-либо вмешательства и попробуем спрогнозировать последствия.

Так как нашей целью является лишь создание иллюстративной модели, то будем абстрагироваться от очень многих факторов (условия размножения бактериальных клеток, степень восприимчивости к инфекции отдельных людей, вероятность встречи носителя инфекции со здоровым человеком и т.д.). Пусть имеется N здоровых людей, и в момент времени $t = 0$ в эту группу попадает один заболевший человек – источник инфекции. Будем предполагать, что никакого удаления заболевших из группы не происходит. Считаем также, что человек становится источником инфекции сразу же после того, как он сам заразится. Обозначим, через $X(t)$ – число источников инфекции, $Y(t)$ –