

существует. Ювелиры при создании шедевров из бриллиантов и драгоценных камней также всегда брали за основу правильные многогранники. В Минске красоту многогранника подтверждает Национальная библиотека, имеющая красивое оригинальное здание в виде *ромбокубооктаэдра* – сложного многогранника из 18 квадратов и 8 треугольников, расположенного на подставке-подиуме.

В окружающем нас мире бесконечное множество изумительно красивых и необычайно сложных фигур, состоящих из многогранников и привлекающих к себе внимание математиков, художников, скульпторов и ювелиров.

УДК 517.91

Студ. Е.А. Мекта

Науч. рук. доц. А.М. Волк

(Кафедра высшей математики, БГТУ)

ЦЕПНАЯ ЛИНИЯ И ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Кривая, которая описывает форму однородной гибкой нерастяжимой тяжелой нити, закрепленной с обоих концов, находящейся под действие силы тяжести в инерциальной системе отсчета, называется цепной линией. Вполне логично предположить, что при описанных выше условиях, цепная линия является плоской кривой. То есть все её точки лежат в одной плоскости.

Примерно в 17 веке Галилео Галилей выдвинул предположение о том, что цепная линия не является параболой. Правда предположение было без доказательств. Впервые строгое решение этой задачи смогли найти Готфрид Лейбниц, Иоганн Бернулли и Христиан Гюйгенс примерно в 1691 году.

Вывод формы цепной линии был получен двумя способами.

1. Центр тяжести цепной линии – самый низкий из всех форм нитей равной длины, соединяющих две опоры, т.е. имеет минимум потенциальной энергии. Основы вариационного вычисления дают уравнение Эйлера-Лагранжа, которое приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$y'' \cdot y - (y')^2 - 1 = 0, \text{ при начальных условиях } y'(0) = 0. \quad (1)$$

2. У подвешенной цепочки на каждое отдельное звено действуют три силы: сила тяжести и сила упругих деформаций со стороны двух ближайших соседей. Равновесие достигается в том случае, когда сумма всех трех сил равна нулю. Подвижность цепочки гарантирует, что упругие силы на концах каждого звена лишь растягивают его, то

есть всегда направлены по касательной к линии. При данных условиях, используя второй закон Ньютона, также получается уравнение (1).

Решение данного уравнения методом понижения порядка дает решение (что нетрудно проверить подстановкой):

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = a \operatorname{ch} \left(\frac{x}{a} \right). \quad (2)$$

Найдем длину цепной линии от ее вершины до точки (x, y) :

$$l = \int_0^x \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_0^x \sqrt{1 + \frac{1}{4} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{x}{a} \right)} dx = \int_0^x \operatorname{ch} \left(\frac{x}{a} \right) dx = a \operatorname{sh} \left(\frac{x}{a} \right) \Big|_0^x = a \operatorname{sh} \left(\frac{x}{a} \right). \quad (3)$$

УДК 51-77.330.4

Студ. Е.А. Денисова, К.А. Похожай
Науч. рук. ст. преп. Н.В. Бочило
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Разностное уравнение – уравнение, связывающее значение некоторой неизвестной функции в любой точке с её значением в одной или нескольких точках, отстоящих от данной на определенный интервал. Разностные уравнения применяются для описания дискретных систем.

В докладе приведены примеры таких уравнений в экономике. Рассмотрено линейное однородное разностное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами $x_{t+n} + a_1 x_{t+n-1} + \dots + a_n x_t = 0$, $a_n \neq 0$, где функция $x_t = \lambda^t$, $\lambda \neq 0$ будет являться его решением только тогда, когда λ удовлетворяет характеристическому уравнению $\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0$. Общее решение неоднородного разностного уравнения $x_{t+n} + a_1 x_{t+n-1} + \dots + a_n x_t = b_t$ равно сумме общего решения соответствующего линейного однородного уравнения и частного решения данного неоднородного уравнения.

Например, при помощи разностных уравнений можно дать трактовку процессов сходимости и расходимости в паутиных моделях рынка. Пусть спрос и предложение задаются линейными функциями, но при этом спрос d зависит от цены в данный момент времени, а предложение s зависит от цены на предыдущем этапе, то есть: $d_t = a - b \cdot p_t$, $s_t = m + n \cdot p_{t-1}$, где a , b , m , n – положительные дей-