УДК 336.781.5

Студ. А.С. Пузырева, М.В. Труханович
Науч. рук.: доц. М.В. Чайковский; ассист. О.А. Архипенко
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА

Рассмотрим задачу Коши для линейного интегро-дифференциального уравненийпервого порядка

$$x'(\tau)+q(\tau)x(\tau)=\int_0^\tau K_1(\tau-t)x(t)dt+\int_0^\tau K_2(\tau-t)x'(t)dt+F(\tau), \quad (1)$$

$$x(0)=x_0,$$

где $x(\tau)$ искомая функция, $x'(\tau)$ – ее производная; $q(\tau), F(\tau)$ заданные функции; $K_v(\tau-s)$ $(v=1,2)$ – известные ядра интегрального оператора. Решение задачи (1) требуется найти в равноотстоящих точках $\tau_j = jh,\ h=const$, отрезка $[0,T]$:

$$0=\tau_0<\tau_1<\ldots<\tau_j<\tau_{j+1}<\ldots<\tau_N=T \quad (2)$$

Предполагается существование и единственность данной задачи Коши, а также наличие необходимой гладкости функций, входящих в уравнение (1), обеспечивающей возможность проводимых в дальнейшем преобразований. Такие интегро-дифференциальные уравнения возникают при решении некоторых практических задач. Особенностью данного интегро-дифференциального уравнения является то, что порядок производной искомой функции в дифференциальном и интегральном операторе совпадают. Одним из точных методов решения такого рода задач является операционный метод, то есть применение к нему преобразования Лапласа, а затем обращение его. В случае, если часть функций или все функции, входящие в уравнение, заданы таблично, то эффективность этого метода существенно снижается в связи с необходимостью численного приближения преобразования Лапласа, как прямого, так и обратного. Для решения задачи (1) в этом случае приходится применять численные методы. Основная масса приближенных методов решения интегро-дифференциальных уравнений сводит исходное уравнение к дифференциальному и численному решению его. В предлагаемой работе строится и исследуется алгоритм численного решения задачи Коши на основании сведения уравнения к интегральному и последующему его приближенному решению. Используя формулу Ньютона-Лейбница, искомая функция выражается через свою производную следующим образом:

$$x(\tau) = x_0 + \int_0^\tau x'(t)dt. \quad (3)$$

Подставив в (1) вместо $x(\tau)$ в правую часть тождества,

$$x'(\tau) + q(\tau)[x_0 + \int_0^\tau x'(\tau)dt] = \int_0^\tau K_1(\tau - t)[x_0 +$$

$$\int_0^\tau x'(s)ds]dt + \int_0^\tau K_2(\tau - t)x'(t)dt + F(\tau)$$

сделав замену порядка интегрирования в получающемся двойном интеграле, и обозначив $x'(\tau) = y(\tau)$ получим интегральное уравнение:

$$y(\tau) = \int_0^\tau R(\tau, s)y(s)ds + \Phi(\tau),$$

где $\Phi(\tau) = -x_0 q(\tau) + F(x) + x_0 \int_0^\tau K_1(\tau - t)dt$, а ядро полученного интегрального уравнения Вольтерра имеет вид

$$R(\tau, s) = [-q(\tau) + \int_s^\tau K_1(\tau - t)dt + K_2(\tau - s)].$$

Приближенные значения решения $y_j = y(\tau_j)$ в точках $\tau_j = jh$ получаем с помощью алгоритма последовательного повышения порядка точности (изложен для интегральных уравнений Яновичем Л.А. в 1984 году). Подставляя затем найденные приближенные решения в (3) и заменяя в нем интеграл по формуле трапеции, найдем приближенные значения решения исходной задачи Коши. Предложенный метод имеет второй порядок точности относительно шага разбиения $h$.

УДК 517.97

Студ. П.А. Буракова
Науч. рук. канд. физ.-мат. наук, доц. И.М. Борковская
(Кафедра высшей математики, БГТУ)

## КЛАССИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, ПРИВОДЯЩИЕ К ВАРИАЦИОННОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ

При изучении вариационного исчисления имеют дело с такими объектами, как функционалы.Функционалом называется любое правило, по которому заданной функции $y(x)$ из некоторого их множества ставится в соответствие число $I$. Обозначение функционала: $I(y(x))$. Вариационное исчисление разрабатывает методы, позволяющие находить максимальные и минимальные значения функционалов.