

## СТРУКТУРА ИНФОРМАЦИОННОГО ПОТОКА В СХЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НОРМОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ

Article is devoted to revealing of structure of an information stream in the schemes of management with the distributed norm of controllability. The method of the description of passage of the information on levels of control systems is developed by means of calculation of resistance at each level. The formula of calculation of fractal dimension of an information stream for various schemes is received.

В процессе перехода к рыночной экономике в системе управления предприятиями происходят принципиальные изменения. В первую очередь они вызваны уменьшением удельного веса и роли государственной формы собственности с присущими ей административно-командными методами. Следствием таких изменений становятся новые подходы к организации и качеству управления. Все больший интерес вызывают проблемы информации и информационных потоков в процессах управления предприятиями.

Принятие решения субъектом управления осуществляется на основе соответствующей информации о состоянии объекта, среды и управляющей подсистемы. Решение представляет собой преобразованную информацию, которая передается по каналам связи через всю систему управления. И от того, насколько совершенна организационная структура предприятия, зависит точность получаемой информации и, следовательно, качество управления. Поэтому анализ прохождения информационных потоков через различные организационные структуры управления и расчет потерь информации имеет не только теоретическое, но и большое практическое значение.

Существует подобие между схемой управления и простейшей электрической цепью [1]. Функциональное звено управления подобно участку электрической цепи с сопротивлением  $R$ . Электрической схеме может быть сопоставлен реальный физический объект, имеющий структуру, описываемую канторовским множеством. Например, в работе [2] электрическая схема является эквивалентной схемой при расчете сопротивления шероховатой поверхности, моделируемой канторовским множеством.

При построении канторовского множества часть исходного отрезка удаляется, а оставшиеся два отрезка имеют размер, составляющий  $1/a$  ( $a > 2$ ) от длины исходного. Каждая стадия построения такого множества соответствует разветвлению электрической цепи с увеличением сопротивления в  $a$  раз. Построенное таким образом канторовское множество является фрактальным объектом с размерностью  $D < 1$  [3].

Фрактальную размерность канторовского множества  $D$  можно использовать в качестве меры «сопротивления» информационному по-

току. С уменьшением  $D$  «сопротивление» в схеме управления возрастает, то есть эффективность управления снижается [4].

В реальных схемах управления предприятиями норма управляемости на каждом уровне разная. Такие схемы называют схемами управления с распределенной нормой управляемости (рис. 1). Структура информационного потока в них отличается от схем с постоянной нормой. В таких случаях системная сложность (энтропия системы управления) определяется следующим образом:

$$C_{\sigma} = \log_2 \lambda_1 + \lambda_1 \log_2 \lambda_2 + \dots + \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1} \log_2 \lambda_M, \quad (1)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$  — нормы управляемости на  $M$  уровнях схемы управления.

Общее сопротивление электрической цепи для постоянного тока:

$$R_{\text{об}} = R + R_1 + R_2 + \dots + R_{M-1}, \quad (2)$$

где  $R$  — сопротивление звеньев электрической цепи.

В общем виде сопротивление на втором, третьем и  $M$  уровне схемы управления:

$$R_1 = \frac{Ra}{\lambda_1}; \quad (3)$$

$$R_2 = \frac{Ra^2}{\lambda_1 \lambda_2}; \quad (4)$$

$$R_{M-1} = R \frac{a^{M-1}}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1}}. \quad (5)$$

Подставим в (2) выражения (3), (4) и (5):

$$\begin{aligned} R_{\Sigma} &= R + R \frac{a}{\lambda_1} + \dots + R \frac{a^{M-1}}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1}} = \\ &= R \left[ 1 + \frac{a}{\lambda_1} + \frac{a^2}{\lambda_1 \lambda_2} + \dots + \frac{a^{M-1}}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1}} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Фрактальная размерность на первом уровне для схем с распределенной нормой управляемости

$$D_1 = \frac{\ln \lambda_1}{\ln a}. \quad (7)$$

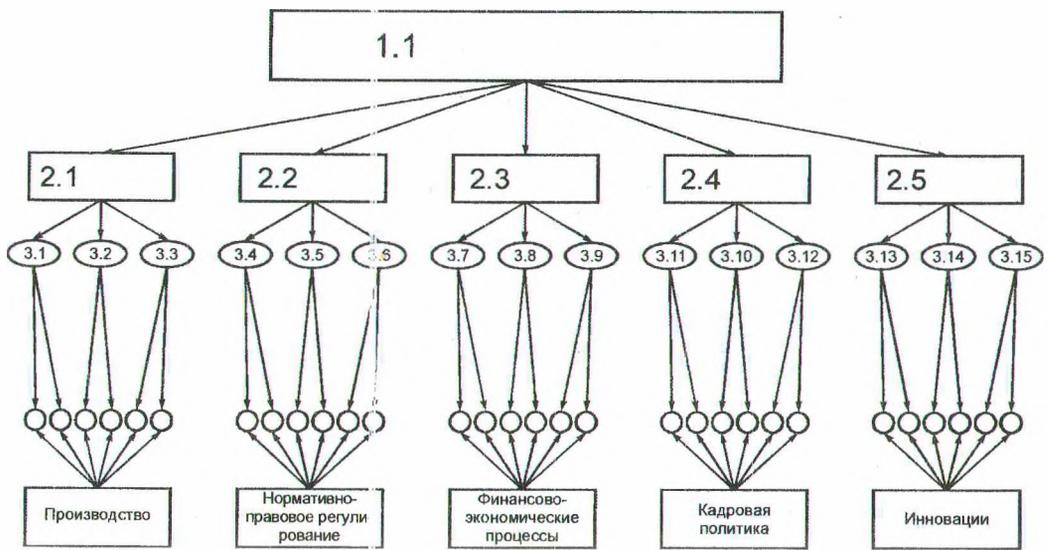


Рис. 1. Схема управления с распределенной нормой управляемости

Выразим  $a$  из (7):

$$a = \lambda_1 \frac{1}{D_1} \quad (8)$$

Так как  $a$  постоянна для всех уровней, то можно записать выражение

$$a = \lambda_1 \frac{1}{D_1} = \lambda_2 \frac{1}{D_2} = \dots = \lambda_M \frac{1}{D_M} \quad (9)$$

Подставим выражение (9) в (6):

$$R_s = R \left[ 1 + \lambda_1 \frac{1}{D_1} + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \lambda_1 \frac{2}{D_1} + \dots + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \lambda_1 \frac{3}{D_1} + \dots + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1}} \lambda_1 \frac{M-1}{D_1} \right] \quad (10)$$

Обозначим  $\lambda_1 \frac{1}{D_1} = x$ , тогда выражение (10) примет следующий вид:

$$R_s = R \left[ 1 + \frac{1}{\lambda_1} x + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} x^2 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} x^3 + \dots + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1}} x^{M-1} \right] \quad (11)$$

$$\frac{1}{\lambda_1} x + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} x^2 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} x^3 + \dots + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{M-1}} x^{M-1} + 1 - \frac{1}{B} = 0 \quad (12)$$

Сопротивление  $R$  обратно пропорционально интенсивности информационного потока  $k$ :

$$R = \frac{\alpha}{k} \quad (13)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  в формуле (13) находится в результате рассмотрения предельной схемы управления с одним уровнем. Для такой схемы в соответствии с (1)  $C_0 = \log_2 \lambda$ . Общее сопротивление  $R_s = R$ . В результате из (13) получаем выражение для коэффициента  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{T \log_2 \lambda_1}{\Delta} \quad (14)$$

$$B = \frac{R \Delta}{C_0 T} = \frac{\log_2 \lambda_1}{k C_0} \quad (15)$$

После определения корней уравнения (12) можно найти фрактальную размерность [4]:

$$D = \frac{\ln \lambda_1}{\ln x_m} \quad (16)$$

Таким образом, выражение (16) позволяет рассчитать фрактальную размерность информационного потока в схемах управления с распределенной нормой управляемости и получить представление о его структуре.

### Литература

1. Волкова В. Н., Денисов А. А. Основы теории систем и системного анализа. — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2003. — 518 с.
2. Лиу С., Каплан Г., Грэй П. Отклик шероховатых поверхностей на переменном токе // Фракталы в физике / Под ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти. — М.: Мир, 1988. — С. 543–551.
3. Федер Е. Фракталы. — М.: Мир, 1991.
4. Кулак М. И., Нестерович К. Н. Фрактальная модель информационного процесса в линейных схемах управления // Труды БГТУ. Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. — 2004. — Вып. XII. — С. 115–118.