

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА СААТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕПЕНИ ВИНОВНОСТИ ИСТОЧНИКОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

The algorithm offered in the article is based on the hierarchies analysis method and can be used not only for carrying out of the state ecological examination, but also for definition of the enterprise-infringer, an estimation of influence of industrial targets on an environment and other purposes. It is noted, that the method of the analysis of hierarchies is the convenient means, assisting to structure a problem, to construct a set of alternatives, to allocate factors describing them, to set the importance of these factors, to estimate alternatives on each of factors, to find discrepancies and contradictions in judgements of the expert, to range alternatives, to lead the analysis of the decision and to prove the received results. To algorithm are made the essential changes, allowing to increase accuracy of received results, in particular, it is offered to use not the table of values for individual functions of utility, but the adjusted function of desirability used for a finding of probability of guilt of the industrial enterprise.

**Введение.** Полномасштабные исследования окружающей среды и разработка природоохранных разделов проводятся на стадиях «Обоснования инвестиций в строительство» и «Техно-экономического обоснования». При этом в обоснованиях инвестиций, как и на предшествующих этапах, обязательным условием является рассмотрение альтернатив размещения объектов с целью выбора наиболее экологически безопасного и экономически целесообразного варианта. Начиная с выявления воздействий и заканчивая оценкой их значимости, необходимо производить сравнение нескольких альтернативных вариантов, характеризующихся множеством показателей, определить количественную величину которых не представляется возможным. Для выработки обоснованных решений в такой ситуации невозможно обойтись без опыта, знаний и интуиции специалистов.

Наиболее сложным и ответственным этапом создания экспертных систем является расчет весовых коэффициентов влияющих факторов. Для их определения разработано достаточное число методов. Наиболее «простые» из них требуют от экспертов оценить весовые коэффициенты в уравнении регрессии влияющих факторов (или части факторов, входящих в сферу компетенции эксперта). Но простота эта кажущаяся, поскольку достаточно трудно, даже при высокой квалификации экспертов, расставить коэффициенты в долях единицы при каждом члене регрессии. Причем затруднения возрастают по мере увеличения числа факторов, количество которых может быть несколько десятков. Следовательно, и статистическая значимость весовых коэффициентов будет невысокой, что автоматически повлечет за собой снижение качества самой экспертной системы. Поэтому в последние годы интенсивно разрабатываются другие методы расчета весовых коэффициентов, направленные на облегчение работы экспертов при одновременном повышении качества конечного продукта [1]. Одним из таких методов является метод анализа иерархий.

**Метод анализа иерархий.** Данный метод является удобным средством, помогающим структурировать проблему, построить набор альтернатив, выделить характеризующие их факторы, задать значимость этих факторов, оценить альтернативы по каждому из факторов, найти неточности и противоречия в суждениях эксперта, проранжировать альтернативы, провести анализ решения и обосновать полученные результаты. В [2] Саати была сделана попытка аксиоматического обоснования метода анализа иерархий. Аксиомы Саати охватывают основные свойства метода:

1. Обратная симметричность – основная характеристика парных сравнений. Для матрицы парных сравнений  $A = (a_{ij})$  интенсивность предпочтения  $a_i$  над  $a_j$  обратна интенсивности предпочтения  $a_j$  над  $a_i$ .

2. Гомогенность, характеризующая свойство людей сравнивать объекты, которые не слишком сильно отличаются друг от друга, следовательно, необходимость упорядочивания объектов и сохраняющих порядок иерархий. Гомогенность существенна для сравнения объектов одного порядка, так как человеческий разум склонен к допущению больших ошибок при сравнении несопоставимых элементов. Когда эта несопоставимость большая, элементы располагают в отдельные кластеры сравнимых размеров, что выдвигает идею об уровнях и их декомпозиции.

3. Зависимость нижнего уровня от непосредственно примыкающего к нему высшего уровня.

4. Результат анализа может отражать ожидания экспертов только в том случае, если эти ожидания правильно воспроизведены в иерархии, т. е. все альтернативы так же, как и все критерии, воспроизведены в иерархии. Это не предполагает ни рациональности процесса, ни того, что процесс может приспособливаться только к рациональной точке зрения. Многие ожидания людей иррациональны.

Аксиомы позволяют получить ряд общих теорем, определяющих операционные воз-

**Средние согласованности  
для случайных матриц разного порядка**

Размер матрицы	Случайная согласованность	Размер матрицы	Случайная согласованность
1	0	6	1,24
2	0	7	1,32
3	0,58	8	1,41
4	0,90	9	1,45
5	1,12	10	1,49

возможности метода анализа иерархий и показывающих удобства парных сравнений и метода собственного вектора при оценке отношений, а также исследовать устойчивость собственного вектора к малым возмущениям в данных.

Индекс согласованности (ИС) дает информацию о степени нарушения численной (кардинальной,  $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$ ) и транзитивной (порядковой) согласованности. Для улучшения согласованности можно рекомендовать поиск дополнительной информации и пересмотр данных, использованных при построении шкалы. В других процедурах построения шкал отношения нет структурно порожденного индекса. Для выполнения условий согласованности в матрицах попарных сравнений применяются обратные величины  $a_{ji} = 1/a_{ij}$  вместо традиционно используемых при построении интервальных шкал величин  $a_{ji} = -a_{ij}$ .

Все измерения, включая те, в которых используются приборы, подвержены погрешностям измерений, а также погрешностям из-за неточностей в самом измерительном приборе. Эти погрешности могут привести к несогласованным выводам. Однако совершенной согласованности при измерениях даже наиболее точными инструментами трудно достичь на практике. Нужен способ оценки степени согласованности при решении конкретной задачи.

Вместе с матрицей парных сравнений мы имеем меру оценки степени отклонения от согласованности. Когда такие отклонения превышают установленные пределы, тому, кто проводит суждения, следует перепроверить их в матрице. Индекс согласованности в каждой матрице и для всей иерархии может быть приближенно получен вычислениями вручную. Сначала суммируется каждый столбец суждений, затем сумма первого столбца умножается на величину первой компоненты нормализованного вектора приоритетов, сумма второго столбца – на вторую компоненту и т. д. Затем полученные числа суммируются. Таким образом можно получить величину, обозначаемую  $\lambda_{\max}$ . Для индекса согласованности имеем

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad (1)$$

где  $n$  – число сравниваемых элементов. Для обратного симметричной матрицы всегда  $\lambda_{\max} \geq n$ .

Теперь сравним эту величину с той, которая получилась бы при случайном выборе количественных суждений из шкалы 1/9, 1/8, 1/7, 1, 2, ..., 9 при образовании обратно симметричной матрицы. В таблице даны средние согласованности для случайных матриц разного порядка.

Если разделить ИС на число, соответствующее случайной согласованности матрицы того же порядка, получим отношение согласованности (ОС). Величина ОС должна составлять порядка 10% или менее, чтобы быть приемлемой. В некоторых случаях можно допустить 20%, но не более. Если ОС выходит из этих пределов, то участникам нужно исследовать задачу и проверить свои суждения [2].

**Использование метода анализа иерархий при определении виновности промышленного предприятия в загрязнении атмосферы.** Для нахождения виновности того или иного предприятия в загрязнении атмосферного воздуха различными веществами мы будем пользоваться методиками, предложенными в [3].

Пусть на некоторой территории расположены источники промышленного загрязнения  $I_1, I_2, \dots, I_n$ , а в выделенной локальной зоне этой территории  $Z$  произведены замеры концентрации загрязняющих веществ, представленного вектором  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ . Допускается, что некоторые или даже все результаты измерений окажутся выше ПДК. Требуется установить виновников загрязнения окружающей среды в выделенной зоне и степень их вины.

Задачу будем решать при следующих условиях:

- 1) известны объемы и мощности газозвудушных выбросов каждого загрязняющего вещества из каждого источника загрязнения;
- 2) имеется модель рассеивания вредных примесей в приземных слоях атмосферы;
- 3) количество измерений должно быть не менее одного, причем, чем больше измерений, тем точнее будет осуществлена экологическая инспекция.

В результате будут вычислены некоторые оценки  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ , определяющие систему предпочтений в установлении виновника, при этом  $\sum \beta_i = 1$  и если  $\beta_p > \beta_s$ , то объективно вина источника  $I_p$  оценивается выше, чем  $I_s$ .

Допустим, что на территории города за счет функционирования промышленных пред-

приятый может возникнуть  $n$  кластеров (доменов, зон) с различной степенью загрязнения, характеризующихся векторами концентраций  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ , создаваемыми  $I_1, I_2, \dots, I_n$  источниками загрязнения. Пусть  $P(\omega_i | x)$  – условная вероятность того, что наблюдаемый вектор  $x$  относится к домену  $\omega_i$ . В силу теоремы Байеса получим

$$P(\omega_i | x) = \frac{P(\omega_i) \cdot P(x | \omega_i)}{P(x)}, \quad (2)$$

где  $P(\omega_i)$  – априорная вероятность того, что виновник загрязнения – домен  $\omega_i$ ;  $P(x | \omega_i)$  – вероятность того, что домен  $\omega_i$  мог привести к появлению вектора  $x$ ;  $\omega_i$  – идентификатор домена;  $P(x)$  – вероятность фактического наблюдения вектора  $x$  с данными значениями концентраций загрязняющих веществ.

Рассматриваются следующие домены:

$\omega_0$  – ни один из источников не является виновником;

$\omega_1$  – 1-й источник виновен, остальные – нет;

$\omega_m$  –  $m$ -й источник виновен, остальные – нет;

$\omega_{m+1}$  – 1-й и 2-й источники виновны, остальные – нет;

$\omega_n$  – все  $n$  источников виновны.

Априорную вероятность  $P(\omega_i)$  того, что виновником загрязнения является источник  $I_i$ , можно определить на основе теории выбора многокритериальных решений с использованием функции полезности.

Для оценки вероятности  $P(x)$  следует определить вероятность  $P(x | \omega_i)$  фактического наблюдения вектора  $x$ , значимо не отличающегося от результатов расчета рассеивания вредных примесей в атмосфере, что повлечет за собой необходимость спланировать специальный вычислительный эксперимент с построением информационной сети через проективные геометрии и поля Галуа.

Для определения множителей  $P(\omega_i)$  используется техника многокритериальной оценки на основе метода анализа иерархий, где в качестве альтернатив рассматриваются домены  $\omega_i$ , а критериями являются факторы, обуславливающие априорные значения  $P(\omega_i)$ . Для оценки значений  $P(x | \omega_i)$  проводится серия вычислительных экспериментов, целью которых является получение математического ожидания и среднеквадратического отклонения векторов загрязнений в домене  $\omega_i$ .

Значение искомой вероятности можно получить путем математической обработки экспертных оценок специалистов с привлечением теории многокритериальных решений и функции полезности.

Значения  $d_{ij}$  частных функций полезности, присваиваемые экспертами каждому предприятию, могут располагаться в диапазоне  $[0, 1]$ . Чем  $d_{ij}$

ближе к единице, тем, по мнению эксперта, вероятнее соответствие факта нарушения  $j$ -го критерия  $i$ -му предприятию.

В [3] реализован механизм формирования функции полезности, которую эксперт может изменять. По умолчанию заданы конкретные значения для частных функций полезности, которые берутся из диапазона от 0 до 1. Причем эти числа являются фиксированными. Однако в нашем случае предлагается использовать не таблицу значений для частных функций полезности, а настраиваемую функцию желательности Харрингтона.

Другими словами, для выявления возможного предприятия-нарушителя выбраны следующие критерии:

$T_1$  – степень устарелости технологии и оборудования на  $i$ -м предприятии;

$T_2$  – склонность к экологическим нарушениям в прошлом на  $i$ -м предприятии;

$T_3$  – соответствие характера экологического нарушения типу технологического процесса на  $i$ -м предприятии;

$T_4$  – недостаточность административных мер для повышения ответственности за экологические нарушения на  $i$ -м предприятии.

Рассмотрим пример для нахождения значения частной функции желательности для  $T_1$  – степени устарелости технологии и оборудования на  $i$ -м предприятии. Для этого воспользуемся рисунком.

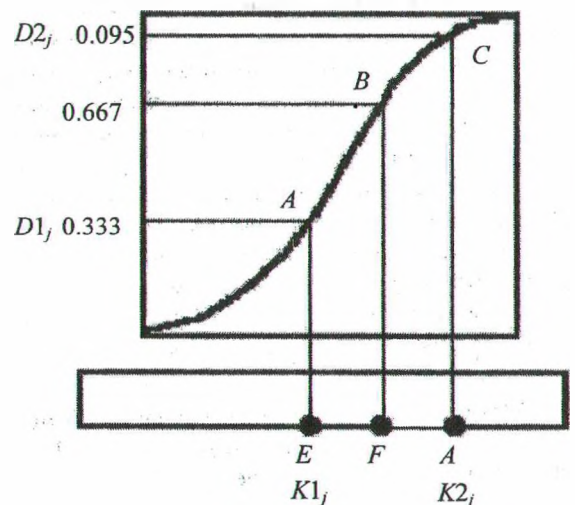


Рисунок. Комплексная функция желательности с односторонним ограничением

По оси  $Y$  откладывается частная функция желательности, а по оси  $X$  – степень износа оборудования, причем крайнему левому значению на шкале соответствует износ оборудования, равный 100%, а крайнему правому – 0%. После того как эксперт сформирует кривую желательности, т. е. задаст ее соответствующие наклоны на графике, необходимо значения для

$K1_j$  и  $D1_j$ ,  $K2_j$  и  $D2_j$  подставить в формулы (3) и (4) для получения эмпирических коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$ :

$$b_0 = \ln \ln |D1_j| - b_1 K1_j, \quad (3)$$

$$b_1 = \frac{\ln \ln |D2_j| - \ln \ln |D1_j|}{K2_j - K1_j}, \quad (4)$$

где  $K1_j$  и  $D1_j$ ,  $K2_j$  и  $D2_j$  – попарные элементы массивов, являющиеся координатами двух точек на кривой, для каждого показателя;  $(K1_j)$  – проекция точки на ось абсцисс, соответствующей  $d = 0,33$ ;  $(K2_j)$  – идеальное реально достижимое значение показателя при  $d = 0,995$ .

Далее по формуле (5) находим частную функцию желательности  $d_{ij}$ , где  $Y_{ij}$  – текущее значение износа оборудования:

$$d_{ij} = e^{-e^{(b_0 + b_1 Y_{ij})}} \quad (5)$$

Таким образом, предложенный выше механизм более точно позволяет находить итоговую функцию желательности.

Для получения обобщенной, комплексной оценки вероятности по  $p$ -критериям одновременно необходимо определить коэффициенты  $\delta_j$ , характеризующие значимость, приоритеты (статистические веса) каждого критерия. Для этой цели используется алгоритм Саати, по которому строится матрица приоритетов. Численные значения весов в данной матрице можно задавать и изменять эксперту для каждой конкретной задачи.

Для каждой строки находим

$$\Lambda_s = \prod_{j=1}^p \delta_{sj}. \quad (6)$$

Откуда

$$\mu_s = \frac{\Lambda_s}{\sum_{i=1}^p \Lambda_s}. \quad (7)$$

Найденные значения статистических весов считаются согласованными, если выполняется условие согласованности Саати:

$$0 \leq \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \leq 0,2, \quad (8)$$

где 
$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^p \mu_j \cdot \sum_{i=1}^p \delta_{ij}.$$

Обобщенную оценку вероятности виновности источника  $I_i$  можно вычислить по формуле

$$q(I_i) = \left( \prod_{j=1}^p d_{ij}^{\mu_j} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^p \mu_j}}, \quad (9)$$

где  $p$  – количество обобщаемых признаков;  $d_{ij}$  – частные функции полезности  $i$ -го объекта по  $j$ -му критерию;  $\mu_j$  – статистический вес (важность)  $j$ -го критерия ( $0 \leq \mu_j \leq 1$ ).

Величины  $q(I_i)$  используются следующим образом. Находим, например,  $P(\omega_R)$  – оценку априорной вероятности того, что виновны источники 1 и 2, а остальные четыре источника – 3, 4, 5, 6 – нет:  $P(\omega_R) = q(1) \cdot q(2) \cdot (1 - q(3)) \times (1 - q(4)) \cdot (1 - q(5)) \cdot (1 - q(6))$ . Отметим, что эта и подобные формулы получаются из общей формулы Бернулли для вероятности сложного события [4].

Определение вероятности того, что фактическое измерение загрязнения территории в контрольной точке значимо не будет отличаться от результатов расчета рассеивания вредных примесей в атмосфере от источника  $I_i$ , осуществляется следующим образом.

Каждый источник загрязнения характеризовался по следующим параметрам:

- координата  $X_i$ -го источника загрязнения;
- координата  $Y_i$ -го источника загрязнения;
- высота  $i$ -го источника загрязнения;
- диаметр устья устройства выброса  $i$ -го источника загрязнения;
- нижняя граница диапазона значений объема выбрасываемой газовой смеси;
- верхняя граница диапазона значений объема выбрасываемой газовой смеси;
- нижняя граница диапазона значений мощности выброса  $j$ -го загрязняющего вещества  $i$ -го источника загрязнения;
- верхняя граница диапазона значений мощности выброса  $j$ -го загрязняющего вещества  $i$ -го источника загрязнения.

Величина максимальной приземной концентрации вредных веществ от одиночного источника с круглым устьем для выброса нагретой газовой смеси при неблагоприятных метеорологических условиях, расстояния, на котором эта концентрация достигается, а также расчеты приземной концентрации в любой точке территориального прямоугольника в зависимости от координат  $X$  и  $Y$  осуществлялись по стандартной лицензионной методике ОНД–86.

Максимальное значение приземной концентрации вредного вещества  $c_m$ , мг/м<sup>3</sup>, при выбросе газовой среды из одиночного точечного источника с круглым устьем достигается при неблагоприятных условиях на расстоянии  $x_m$ , м, от источника и определяется по формуле

$$c_m = \frac{AMFm\eta}{H^2 \sqrt[3]{V_1 \Delta T}}, \quad (10)$$

где  $A$  – коэффициент, зависящий от температурной стратификации атмосферы;  $M$  – масса вредного вещества, выбрасываемого в атмосферу в единицу времени, г/с;  $F$  – безразмерный

коэффициент, учитывающий скорость оседания вредных веществ в атмосферном воздухе;  $m$ ,  $n$  – коэффициенты, учитывающие условия выхода газовой смеси из устья источника выброса;  $H$  – высота источника выброса над уровнем земли;  $m$ ;  $\eta$  – безразмерный коэффициент, учитывающий влияние рельефа местности;  $V_1$  – расход газовой смеси, зависящий от диаметра устья источника выброса и средней скорости выхода газовой смеси из устья источника выброса;  $\Delta T$  – разность между температурой выбрасываемой газовой смеси и температурой окружающего атмосферного воздуха, °C [5].

Предельные распределения значений концентраций загрязняющих веществ от каждого источника загрязнения должны подчиняться многомерному нормальному закону:

$$P(x|\omega_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}} |c_i|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(x-m_i)^T c_i^{-1}(x-m_i)}, \quad (11)$$

где  $m$  – размерность вектора  $x$ ;  $|c_i|$  – определитель матрицы  $c_i$ ;  $m_i$  – вектор математических ожиданий концентраций загрязняющих веществ от источника  $I_i$ ;  $c_i$  – ковариационная матрица векторов концентраций загрязняющих веществ;  $c_i^{-1}$  – обратная матрица  $c_i$ .

Для определения элементов ковариационной матрицы используется следующее соотношение:

$$c_{kl} = \left( \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_k^j x_l^j \right) - m_k m_l. \quad (12)$$

В нашем конкретном случае значение  $P(x|\omega_i)$  рассчитывается по уравнению

$$P(x|\omega_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-m_i)^2}{\sigma^2}}, \quad (13)$$

где  $x$  – максимальное значение приземной концентрации вредного вещества;  $m$  – математическое ожидание;  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение.

**Заключение.** Необходимо отметить, что предложенный алгоритм нахождения виновности

промышленного предприятия в загрязнении атмосферы вблизи санитарно-защитной зоны предприятия может быть использован не только для проведения государственной экологической экспертизы, но и для определения предприятия-нарушителя, оценки воздействия промышленных объектов на окружающую среду и других целей. Отмечено, что метод анализа иерархий является удобным средством, помогающим структурировать проблему, построить набор альтернатив, выделить характеризующие их факторы, задать значимость этих факторов, оценить альтернативы по каждому из факторов, найти неточности и противоречия в суждениях эксперта, проранжировать альтернативы, провести анализ решения и обосновать полученные результаты. В алгоритм внесены существенные изменения, позволяющие повысить точность получаемых результатов, в частности, предложено использовать не таблицу значений для частных функций полезности, а настраиваемую функцию желательности, применяемую для нахождения вероятности виновности промышленного предприятия.

## Литература

1. Марцуль, В. Н. Оценка воздействия на окружающую среду: учеб. пособие для студентов специальности «Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов» / В. Н. Марцуль. – Минск: БГТУ, 2006. – 286 с.
2. Саати, Т. Аналитическое планирование / Т. Саати, К. Кернс. – М.: Радио и связь, 1991. – 203 с.
3. Колесников, В. Л. Компьютерные модели в промышленной экологии: учеб. пособие для вузов / В. Л. Колесников, П. П. Урбанович, И. М. Жарский. – Минск: БГТУ, 2003. – 248 с.
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 1998. – 479 с.
5. ОНД-86. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 82 с.