

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В ЦИКЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

This article performs the means of Queuing theory for effectiveness estimation in cyclical processes of control at simple systems of control, which now based on the theory of technical measurements. The problems of automatically verification, control and correction have been agreed in general. It was try to find the mew algorithms of control with the help of queuing systems. As instrument of analyses the authors gave the expressions of new complex exponent and characteristics of queuing systems in control models. Complex exponent has one form of the queues which supports and develops the Queuing theory in control and research. Using of complex exponent in cyclical processes are illustrated the new mathematical methods such as method of W -function for researches in control processing. As the results of researchers on the based of random analyses it is depended the new approach which will be assert the actuality and stability of the control. This approach differs from traditional theory of automatically control to modern technologies by Queuing theory, and that describes reality more adequately for simple systems of control.

Введение. Как известно, теория автоматического управления не дает никакого выигрыша при анализе простых систем управления, в которых динамические характеристики звеньев схемы управления практически не влияют на процесс управления и к которым относится большинство систем двухпозиционного управления. Тогда критерий качества управления простыми системами сводится главным образом к точности управления с упразднением в большинстве практических случаев анализа их на быстрдействие и устойчивость. В этом случае точность управления полностью совпадает с точностью измерений при таком управлении. Исходя из этого, основным способом повышения качества двухпозиционного управления является метрологический анализ двухпозиционного регулирования как измерительной системы.

Основная часть. Тогда процесс управления может быть описан посредством метрологической модели, основанной на метрологических балансах, которые сочетают в себе функциональность уравнения измерения и уравнения связи:

$$f_0(\bar{\gamma}_0, \bar{\gamma}_{01}, \dots, \bar{\gamma}_{0i}) = f(\bar{x}, (-\bar{\gamma}_1), (-\bar{\gamma}_2), \dots, (-\bar{\gamma}_i)), \quad (1)$$

где $\bar{\gamma}_0$ – вектор или векторное выражение погрешности метрологической модели, или след модели; $\bar{\gamma}_{0i}$ – вектор погрешности, вызванной неполной реализацией соответствующего корректанта, или след i -го корректанта; i – порядковый номер соответствующего корректанта; \bar{x} – вектор измеряемой величины; $(-\bar{\gamma}_i)$ – вектор или векторное выражение i -го измеряемого или вычисляемого корректанта метрологической модели.

Система двухпозиционного управления организует циклический процесс управления, который отличается минимально возможным варьированием управляющего воздействия в течение одного цикла управления. Очевидно, что метрологическая модель двухпозиционного управления должна основываться на метроло-

гической модели измерительного цикла, в которой следует выделить следующие характерные фазы: фаза включенного управляющего воздействия, фаза отключенного управляющего воздействия и две переходные фазы. Метрологический баланс последних фаз, чаще всего, имеет следующий вид:

$$f_0(\bar{\gamma}_0, \bar{\gamma}_{01}, \dots, \bar{\gamma}_{0i}) = f(\bar{x}), \quad (2)$$

так как измерений в данных фазах, как правило, не производят вследствие высокого уровня помех.

Таким образом, метрологическая модель двухпозиционного управления описывается, по меньшей мере, четырьмя векторными уравнениями метрологического баланса по типу уравнений (1) и (2).

В результате исследований [1] выявлено, что каждый цикл управления может быть представлен двумя альтернативными типами управления: по физическому параметру и по времени. При этом управление по времени не может быть записано посредством обычных метрологических балансов, так как основывается на прогнозных измерениях. Прогнозные измерения не рассматриваются в курсе метрологии, так как они, по наш взгляд неоправданно, не охватываются понятием технических измерений.

Таким образом, метрологическая модель циклического управления не полностью описывает точностные характеристики процесса управления в части управления по времени. В то же время, как это показано в [1–3], прогнозные измерения создают возможность циклокоррекции по физическому параметру, при которой в каждом цикле управления в условия управления, обычно это так называемая уставки срабатывания, могут вноситься поправки, основанные на прогнозных измерениях. Тогда сам процесс управления в каждом цикле управления может рассматриваться как прецедентный, т. е. такой, при котором условия управления остаются такими же, как и в предыдущем

цикле управления, или беспрецедентный, при котором условия управления изменяются по сравнению с предыдущим циклом управления. Модель беспрецедентного управления, очевидно, не может быть записана посредством метрологических балансов. Тем не менее анализ метрологических балансов процесса управления создает основания для прогнозных измерений, используемых в беспрецедентном управлении. Таким образом, для описания циклического управления требуется новый уровень моделирования процесса управления, который бы бесконфликтно сочетался с метрологической моделью измерений и прогнозными моделями измерений.

Для этого в искомой системе моделирования следует учесть следующие особенности циклокоррекции в циклических системах управления. Прогнозные измерения, в результате которых предлагается изменить условия управления, всегда должны иметь обратную связь по управляемой величине для коррекции этих прогнозных измерений. Если такая обратная связь осуществляется также с помощью прогнозных измерений, то такие прогнозные измерения следует называть обратными в отличие от прямых прогнозных измерений, в ходе которых прогнозируются будущие значения управляемой величины. В обратных прогнозных измерениях оценивается точность уже состоявшихся моментов управления.

Один или несколько обратных прогнозов являются основанием для прямого прогноза, который может привести к изменению условий управления. Для отличия такого прямого прогноза от других прямых прогнозов, создаваемых с ним в одном цикле управления, будем называть его ретропрогнозом, а другие прямые прогнозы – текущими прогнозами, поскольку основания таких прогнозов формируются только в текущем цикле управления. Посредством конкурентного сравнения текущих прогнозов и ретропрогноза осуществляется принцип обратной связи в прогнозных измерениях.

Повышению надежности циклокоррекции служит также механизм поддержания прогноза, который заключается в непрерывном прогнозировании до наступления момента совпадения прогнозируемых условий управления с измеренным значением управляемой величины, за которым следует смена фаз цикла управления. Данные механизмы циклокоррекции описаны по отношению к одной позиции двухпозиционного управления. Для каждой позиции управления составляется своя модель циклокоррекции.

Поскольку в теории массового обслуживания оцениваются вероятностные характеристики процессов, что само по себе может быть представлено как прогнозное измерение, а в процессах измерения вероятностные оценки

лежат в основе характеристик точности измерения, то наиболее актуальной представляется создание модели беспрецедентного, а в некоторых случаях и прецедентного управления на базе теории массового обслуживания.

Для математического представления системы массового обслуживания необходимо описать свойства входящего потока однородных требований, структуру исследуемой системы, дисциплину и характеристики обслуживания, а также критерии, которые следует определить.

Основной целью составления модели беспрецедентного управления можно считать определение вероятности прогнозов и их конкурентное сравнение.

Ключевым моментом любой системы массового обслуживания является определение понятия требования системы. Очевидно, что в данном случае это будет требование на изменение условий управления. В требованиях по ретропрогнозу (ретротребованиях), а также в требованиях по текущему прогнозу (текущих требованиях) будут содержаться спрогнозированные поправки, требующие оценки и возможного исполнения. В требованиях по прецеденту (прецедентных требованиях) имеются поправки, возвращающие условия управления к условиям, имевшим место в одном из предыдущих циклов. В каждом цикле управления должно быть не менее пяти требований. Таких требований в каждом цикле управления может быть не менее четырех. Однако при анализе возможного механизма обработки требований они образуют естественно складывающиеся пары, которые целесообразно обрабатывать совместно. Основаниями для совместной обработки требований в составе пары требований являются следующие положения:

- 1) показатели требования относятся к прогнозу одного типа (текущему или ретропрогнозу);
- 2) показатели требования являются прогнозными поправками для условий управления одной и той же позиции управления;
- 3) создание оснований для прогнозов связано с одним и тем же событием в системе управления;
- 4) формирование прогнозов происходит приблизительно в одно и то же время, и срок существования прогнозов также примерно одинаков.

Совместную обработку пары требований целесообразно представлять одним требованием с общим двусоставным показателем, естественной формой которого является комплексная. Однако в этом случае оба прогноза, по физическому параметру и по времени, должны иметь одну и ту же единицу измерения, т. е., очевидно, должны представлять собой прогнозное значение управляемой величины в той или иной позиции управления. Поскольку обычно

такое значение жестко задано, то речь идет о прогнозируемом измеряемом значении управляющей величины в той или иной позиции управления по физическому параметру или по времени. Тогда показатель требования может быть представлен в следующем виде:

$$\Delta\bar{X} = \Delta\bar{X}_1 + i\Delta\bar{X}_2, \quad (3)$$

где $\Delta\bar{X}$ – относительный комплексный показатель в единицах измерения управляемой величины, которая определяется как разность условия управления в текущем цикле и условия управления в предыдущем цикле; $\Delta\bar{X}_1, \Delta\bar{X}_2$ – действительная и мнимая части вектора $\Delta\bar{X}$, представляющие собой прогнозируемые поправки в условия управления по отношению к условиям управления в предыдущем цикле по физическому параметру и по времени.

Относительность показателя требования означает то, что в нем единообразно имеются как отрицательные, так и положительные значения, и таким образом он представляет собой комплексное число без каких-либо ограничений по своим значениям, кроме ограничений по абсолютному значению, определяемых отдельно для каждой системы массового обслуживания [5]. Показатель precedentного требования по предыдущему циклу должен иметь хотя бы одно нулевое значение действительной или мнимой части.

Использование относительного комплексного показателя $\Delta\bar{X}$ позволяет упростить аналитические расчеты, описывая их с помощью специальной функции Ламберта, которая представляется множеством действительных значений $\Delta\bar{X}$ [3], являющихся решением функционального уравнения

$$W(\Delta\bar{X}) \exp(W(\Delta\bar{X})) = \Delta\bar{X}. \quad (4)$$

Функция Ламберта дает возможность нахождения оптимального выражения показателя $\Delta\bar{X}$ при анализе прогноза управляемой величины. При рассмотрении и подборе возможных решений необходимо помнить, что функция Ламберта является обратной к функции $W = \Delta\bar{X} \exp(\Delta\bar{X})$.

Для расчета характеристик удобно использовать следующие выражения:

$$\ln(W(\Delta\bar{X})) = \ln(\Delta\bar{X}) - W(\Delta\bar{X}), \quad (5)$$

$$\exp(W(\Delta\bar{X})) = \frac{\Delta\bar{X}}{W(\Delta\bar{X})},$$

а также дифференциал и неопределенный интеграл W -функции:

$$\int W(\Delta\bar{X}) d\Delta\bar{X} = \Delta\bar{X} [W(\Delta\bar{X}) - 1 + (W(\Delta\bar{X}))^{-1}], \quad (6)$$

$$\frac{d(W(\Delta\bar{X}))}{d(\Delta\bar{X})} = \frac{W(\Delta\bar{X})}{\Delta\bar{X} (1 + W(\Delta\bar{X}))}. \quad (7)$$

Применение функции Ламберта позволяет исследовать взаимосвязи независимых параметров. Например, при переходе от анализа $\Delta\bar{X}_2$ к анализу $\Delta\bar{X}_1$, модель можно описать системой дифференциальных уравнений

$$\frac{d^\alpha Y(\Delta\bar{X})}{d(\Delta\bar{X})^\alpha} = P(\Delta\bar{X}) Y(\Delta\bar{X} - 1), \quad (8)$$

где α – показатель, определяющий порядок системы; $Y(\Delta\bar{X})$ – значение перехода; $P(\Delta\bar{X})$ – стационарная вероятность появления случайного требования в системе массового обслуживания.

Уравнение разрешимо с помощью преобразования Лапласа [6], однако с помощью функции Ламберта общее решение можно записать в виде

$$Y(\Delta\bar{X}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{\sqrt[k]{P(\Delta\bar{X})}} \exp\left[-W_k \left(\frac{\sqrt[k]{P(\Delta\bar{X})}}{\alpha}\right)\right] \Delta\bar{X}, \quad (9)$$

где C_k – коэффициент, который находится из условий ограничений вероятностных характеристик.

Относительность показателя $\Delta\bar{X}$ также создает предпосылки для упрощения статистического анализа обратных прогнозов, а следовательно, для уточнения основания ретропрогноза.

Рассмотрим процесс обработки требований в системе. Сформированное по форме (3) требование поступает на вход системы массового обслуживания. Интенсивность поступления λ постоянно равна не менее чем двум требованиям за один цикл управления. Требование поступает на обслуживающий прибор, под которым для модели понимается вычислительное устройство, определяющее моменты управляющего воздействия, или становится в общую очередь, ожидая обработки.

Дисциплина обслуживания требований осуществляется в следующем порядке:

- первым формируется требование по precedentу, которое предполагает применение условий управления, имевших место в одном из предыдущих циклов управления;

- затем формируется требование по ретропрогнозу, которое обрабатывается до тех пор, пока не появится требование, сформированное по текущему прогнозу;

- при появлении требования по текущему прогнозу оно вытесняет все предыдущие требования, поскольку обладает более высоким приоритетом;

- требование по текущему прогнозу имеет право использовать результаты обслуживания предыдущих требований; его обслуживание длится, пока выбранные в обслуживающем приборе условия управления не совпадут с измеренным значением H ;

– когда необходимое значение достигается, требование \bar{X} покидает систему, и наступает следующий цикл обслуживания;

– очередь поступивших в систему требований ограничена количеством возможных пар прогнозов m ; если количество возникших пар прогнозов превышает заданное количество, требования покидают систему необслуженными.

Так как процесс обслуживания начинается в момент поступления неприоритетного требования на обслуживание и заканчивается, когда прибор освобождается, чтобы взять на обработку следующее неприоритетное требование, в модели наблюдается циклическое обслуживание. Каждый цикл обслуживания имеет свое время обслуживания требований. Период занятости обслуживающего прибора равен сумме длин от времени обслуживания каждого цикла, но реализация дисциплины обслуживания не требует постоянной регистрации времени, прошедшего с момента начала обслуживания требования по прецеденту, так как начальное значение формально можно принимать за нуль. Если время обслуживания во всех циклах постоянно, период занятости обслуживающего прибора зависит от количества циклов, которые успел пройти обслуживающий прибор за рассмотренный промежуток времени, и постоянной величины, характеризующей длительность обслуживания одного цикла.

Регулируя период занятости цикла обслуживания, расширяются возможности управления механизмом циклокоррекции.

Исследуя период занятости обслуживающего прибора, можно сделать вывод, что основной целью обработки требований является уточнение условий управления, тесно связанных с анализом вероятностных характеристик (в том числе прогнозных измерений), к которым относятся доверительный интервал при существующем прогнозе.

Произведение поправки $\Delta\bar{X}$ на доверительный интервал δ_k в процентах, деленное на значение $\Delta\bar{X}_r$, – диапазон регулирования управляемой величины, будем называть актуальностью прогноза A :

$$A = \frac{\delta_k \Delta\bar{X}}{100 |\Delta\bar{X}_r|}. \quad (10)$$

Кроме того, процесс поддержки прогноза требует введения понятия нестабильности показателя требования, под которым подразуме-

вается случайный процесс изменения показателя в период существования требований. Если обозначить через U нестабильность показателя требования $\Delta\bar{X}$, через U_1, U_2 – параметры нестабильности по прогнозам $\Delta\bar{X}_1$ и $\Delta\bar{X}_2$, тогда нестабильность требования можно представить по форме (3):

$$U = U_1 + jU_2. \quad (11)$$

Заключение. Исходя из описанного выше, можно сделать вывод, что целью исследования модели беспрецедентного управления является оценка вероятностных характеристик требований для их последующего конкурентного сравнения между собой и, соответственно, требований прецедентного управления. Данная модель имеет все признаки циклических систем массового обслуживания, а именно наличие входного потока требований, обслуживающего прибора, очереди, ожидающей обслуживания, дисциплины с повторением обслуживания, возникающей в силу изменения физического или временного параметра прогноза.

Хотя стандартные методы анализа теории массового обслуживания не применимы к представленной модели, доказана принципиальная возможность для данной модели разработать новые инструменты анализа в рамках теории массового обслуживания.

Литература

1. Кудрявцев, В. И. Двухпозиционное управление водоснабжением и навозоудалением в животноводстве: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / В. И. Кудрявцев. – М., 1998.
2. Способ управления электроприводом башенной насосной установки: а. с. СССР 1472881 / В. И. Кудрявцев. – 1989. – № 14.
3. Способ управления электроприводом башенной насосной установки: а. с. СССР 1575155 / В. И. Кудрявцев. – 1990. – № 24.
4. Дубинов, А. Е. Характеристические корни и область устойчивости одной динамической системы с запаздыванием / А. Е. Дубинов, И. Д. Дубинова, С. К. Сайков // АиТ. – 2005. – № 8.
5. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов – М.: Наука, 1970.
6. Тихоненко, О. М. Модели массового обслуживания в информационных системах: учеб. пособие / О. М. Тихоненко. – Минск: Технопринт, 2003.